ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગર

ગણિત

વિભાગ-૨

JEE ની તૈયારી માટે માર્ગદર્શક પ્રશ્ન સંપૂટ (M.C.Q.)

કિંમત
રૂા. ૭૦/-

સચિવ
ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ
સેક્ટર-૧૦ બી, જૂના સચિવાલય પાસે, ગાંધીનગર-૩૮૨ ૦૧૦

આ પુસ્તકના સર્વ હક ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉ.મા. શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગરને હસ્તક છે. આ પુસ્તકનો કોઈપણ ભાગ કોઈપણ રુપમાં સચિવશ્રી, ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉ.મા. શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગરની લેખિત પરવાનગી વગર પ્રકાશિત કરી શકાશે નહિ.

ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉ.મા. શિક્ષણ બોર્ડ
ગાંધીનગર

પ્રશ્નબેંક - ગણિત

કિંમત : ` 70.00

પ્રકાશક
સચિવ, ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉ.મા. શિક્ષણ બોર્ડ,
સેક્ટર-૧૦બી, ગાંધીનગર

યોગદાન

1. ડૉ. હસમુખ અઢિયા (I.A.S) — અગ્ર સચિવશ્રી શિક્ષણ વિભાગ, ગાંધીનગર
2. શ્રી આર. આર.વરસાણી (I.A.S) — અધ્યક્ષશ્રી, ગુ.મા. અને ઉ.મા.શિ.બોર્ડ, ગાંધીનગર
3. શ્રી એચ. કે. પટેલ (G.A.S) — નાયબ અધ્યક્ષશ્રી ગુ.મા. અને ઉ.મા.શિ.બોર્ડ, ગાંધીનગર
4. શ્રી એમ. આઈ. જોશી (G.E.S) — સચિવશ્રી ગુ.મા. અને ઉ.મા.શિ.બોર્ડ, ગાંધીનગર

સંકલન

1. શ્રી બી. કે. પટેલ — ખાસ ફરજ પરના અધિકારી ગુ.મા. અને ઉ.મા.શિ.બોર્ડ, ગાંધીનગર
2. શ્રી ડી. એ. વણકર (નિવૃત્ત) — મદદનીશ સચિવશ્રી ગુ.મા. અને ઉ.મા.શિ.બોર્ડ, ગાંધીનગર

તજજ્ઞ શિક્ષકો

1. શ્રી પરિમલ બી. પૂરોહિત (કન્વીનર) — સેન્ટ ઝેવીયર્સ હાઈસ્કુલ, સુરત
2. શ્રી રમેશચંદ્ર વી. વૈષ્ણવ (કન્વીનર) — સરદાર પટેલ અને સ્વામી વિવેકાનંદ હાઈસ્કુલ, મણિનગર, અમદાવાદ
3. શ્રી કાન્તીલાલ એન. પ્રજાપતિ — એસ. એફ.એ કોન્વેન્ટ હાઈસ્કુલ, નવસારી
4. શ્રી વિજયકુમાર એચ. ધાંધલ્યા — આર.પી.ટી.પી હાઈસ્કુલ વલ્લભ વિદ્યાનગર, આણંદ
5. ડૉ. મનોજ આર. જવાણી — ડી. એન હાઈસ્કુલ, આણંદ
6. શ્રી રમેશચંદ્ર ડી. મોઢા — સ્વામી વિવેકાનંદ વિદ્યાવિહાર, સે-૧૨, ગાંધીનગર
7. શ્રી ભરતભાઈ એચ. પટેલ — આશ સેકન્ડરી સ્કૂલ, વિજાપુર, જિ. મહેસાણા
8. શ્રી પોપટભાઈ પી. પટેલ — સી.એન. વિદ્યાલય, આંબાવાડી, અમદાવાદ
9. શ્રી ગૌતમભાઈ જે. પટેલ — એમ. કે. હાયર સેકન્ડરી, લો ગાર્ડન, અમદાવાદ
10. શ્રી એમ. એસ. પિલ્લાઈ — બેસ્ટ હાઈસ્કુલ, મણિનગર, અમદાવાદ
11. શ્રી રીતેશ વાય. શાહ — મુક્તજીવન હાઈસ્કુલ, ઈસનપુર, અમદાવાદ
12. શ્રી અશોકભાઈ વી. પંડ્યા — વિદ્યાનગર હાઈસ્કુલ, ઉસ્માનપુરા, અમદાવાદ
13. શ્રી આર. કે. પટેલ — શ્રી એમ. બી. કર્ણાવતી હાઈસ્કુલ, પાલનપુર જિ. બનાસકાંઠા
14. શ્રી પી.બી. પટેલ — શ્રી કે.સી. કોઠારી હાઈસ્કુલ, સૂરત
15. શ્રી મહેશભાઈ બી. પટેલ — સી.યુ.શાહ હાયર સેકન્ડરી સ્કૂલ, આશ્રમરોડ, અમદાવાદ
16. શ્રી જયંતિભાઈ ડી. ખૂંટ — શ્રી આર. કે ઘરશાળા વિનયમંદિર, ભાવનગર
17. શ્રી નવરોજભાઈ બી. ગાંગાણી — ઝવેરચંદ મેઘાણી હાઈસ્કુલ, બગસરા જિ. અમરેલી
18. શ્રી માવજીભાઈ એમ. સુદાણા — શ્રી સરદાર પટેલ વિદ્યામંદિર (ભવડી) રાજકોટ
19. શ્રી પંકજભાઈ એસ. દવે — સી.યુ.શાહ હાયર સેકન્ડરી સ્કુલ, આશ્રમરોડ, અમદાવાદ
20. શ્રી જંયતિભાઈ જે. પટેલ — શેઠ સી.એમ. હાઈસ્કુલ, સેકટર-૧૩, ગાંધીનગર
21. શ્રી જયવદન ડી. પંડ્યા — ડી. એન. હાઈસ્કુલ, આણંદ
22. શ્રી મિતેશ સી. શાહ — એચ. એન્ડ. ડી પારેખ હાઈસ્કુલ, ખેડા
23. શ્રી રોબિનકુમાર એ. પરમાર — કસ્તુરબા કન્યા વિદ્યાલય, આણંદ
24. શ્રી શરદ બી. બકોત્રા — સેન્ટઝેવીયર્સ હાઈસ્કુલ, આદિપુર, કચ્છ

પ્રાસ્તાવિક

ધોરણ-12 પછીના ઈજનેરી અને મેડીકલ અભ્યાસક્રમોમાં પ્રવેશ આપવા માટે અત્યાર સુધી વિવિધ પ્રવેશ પરીક્ષાઓ વિદ્યાર્થીઓને આપવી પડતી હતી. વિદ્યાર્થીઓ પક્ષે પરીક્ષાઓનો બોજો વધતો હતો. વિદ્યાર્થીઓની આ મુશ્કેલીનું નિવારણ કરવા માટે ચાલુ વરસથી ભારત સરકારના માનવસંસાધન વિકાસ મંત્રાલય દ્વારા સમગ્ર દેશને આવરી લેતી પરીક્ષા પદ્ધતિ દાખલ કરી છે. ઈજનેરી અભ્યાસક્રમોમાં પ્રવેશ માટે CBSE દ્વારા JEE (Main) અને JEE (Advanced) પરીક્ષાઓ યોજવામાં આવશે. ગુજરાત સરકારે પણ નવી પદ્ધતિને સમર્થન આપેલ છે. અને CBSE દ્વારા યોજાનારી પરીક્ષાઓને અનુસરવાનું નક્કી કર્યું છે.

સૂચિત JEE (Main) અને JEE (Advanced) પરીક્ષાને લગતી જરૂરી માહિતી CBSE ની વેબસાઈટ www.cbse.nic.in ઉપર ઉપલબ્ધ છે. અને વાલીઓ આ વેબસાઈટ ખોલીને અદ્યતન માહિતી-માર્ગદર્શન મેળવી તે પ્રમાણે સૂચિત પરીક્ષા માટે તૈયારી કરે તેવો અનુરોધ છે. સૂચિત પરીક્ષાનો અભ્યાસક્રમ, પરીક્ષામાં પ્રવેશ માટેની પદ્ધતિ, પરીક્ષાનાં કેન્દ્રો/સ્થળો/શહેરો વગેરેની વિસ્તૃત માહિતી સદરહુ વેબસાઈટ ઉપર ઉપલબ્ધ છે. તેનો કાળજીપૂર્વક અભ્યાસ કરી લેવો જરૂરી છે. બોર્ડ દ્વારા JEE (Main) 2013 ની માહિતી પુસ્તિકા ગુજરાતી ભાષામાં સૌ વિદ્યાર્થીઓ અને લાભાર્થીઓ માટે પ્રસિદ્ધ કરી તેની એક એક નકલ રાજ્યની તમામ શાળાઓમાં મોકલી આપવામાં આવી છે. તેનો પણ પૂરતો લાભ લેવા અનુરોધ છે. આમ છતાં CBSE ની ઉક્ત વેબસાઈટ અવારનવાર જોવા અને અદ્યતન માહિતી-માર્ગદર્શન મેળવવું અત્યંત આવશ્યક છે. JEE અને NEET ની પરીક્ષા માટે ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગર દ્વારા વિદ્યાર્થીઓ અને વાલીઓની માગણીઓ ધ્યાનમાં રાખીને ઉપયોગી થાય તે માટે રાજ્યના વિજ્ઞાન-પ્રવાહના તજજ્ઞ શિક્ષકો દ્વારા આ એક પ્રશ્નસંપુટ તૈયાર કરવાનો નમ્ર પ્રયાસ કરવામાં આવ્યો છે. આ પ્રશ્નસંપુટમાં હેતુલક્ષી પ્રશ્નો (MCQ પ્રકારના) વિદ્યાર્થીઓને ઉત્તમ માર્ગદર્શન પૂરું પાડશે અને JEE તથા NEET ની પરીક્ષાઓ માટે સહાયરૂપ બનશે તેવી આશા છે.

વિશેષમાં જણાવવાનું કે આ 'પ્રશ્નસંપુટ' વિદ્યાર્થીઓના માર્ગદર્શન માટે જ છે, તેમાં આપવામાં આવેલા પ્રશ્નોમાંથી પરીક્ષામાં પૂછાશે તેવું માની લેવાની જરૂર નથી. આ પ્રશ્નસંપુટ JEE અને NEET પરીક્ષા માટે વિદ્યાર્થીઓના માત્ર માર્ગદર્શન અને મહાવરા માટે જ છે. આશા છે કે આ પ્રશ્નસંપુટ JEE અને NEET ની પરીક્ષા માટે વિદ્યાર્થીઓને ઉપયોગી અને માર્ગદર્શક બની રહેશે. ક્ષતિ રહિત પ્રશ્ન સંપુટ બને તે માટે પૂરતી કાળજી લેવા પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે, તેમ છતાં કોઈ ક્ષતિ રહી ગઈ હોય તો તે માટે પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલ માહિતીને ધ્યાને લેવા વિનંતી છે. આ પ્રશ્નસંપુટ અંગેના વિદ્યાર્થીઓ, વાલીઓ તથા શિક્ષકોનાં રચનાત્મક સૂચનો આવકાર્ય છે.

તા. 02/01/2013 **એમ.આઈ.જોશી** **આર. વરસાણી (IAS)**

સચિવ અધ્યક્ષ

અનુક્રમણિકા

PART-II

Unit:- X	વિકલ સમીકરણ	1
Unit:- XI	રેખા-રેખાઓ	32
	રેખા-રેખાઓ, વર્તુળ અને શાંકવો	94
Unit:- XII	ત્રિપરિમાણિક ભૂમિતી	144
Unit:- XIII	સદિશનું બીજગણિત	222
Unit:- XIV	આંકડાશાસ્ત્ર અને સંભાવના	248
	સંભાવના	260
Unit:-XV	ત્રિકોણમિતી	284
Unit:-XVI	તર્કશાસ્ત્ર	307

એકમ - 10
વિકલ સમીકરણ
અગત્યના મુદ્દા

"y = f(x) અને y ના x પ્રત્યેના વિકલિતો $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}$ વગેરેના વિધેયાત્મક સંબંધ

F(x, y, $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ ....) = 0 ને વિકલ સમીકરણ કહે છે.

ઉદા. (1) $x^2\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+y\left(\frac{dy}{dx}\right)=\log\frac{d^2y}{dx^2}$ (2) $\frac{dy}{dx}+\ell og\frac{d^2y}{dx^2}=xy$

વિકલ સમીકરણની કક્ષા :

" વિકલ સમીકરણમાં અવલંબી ચલના સ્વતંત્ર ચલને સાપેક્ષ વિકલિતોમાં ઉચ્ચત્તમ કક્ષાના વિકલિતની કક્ષા ને વિકલ સમીકરણની કક્ષા કહે છે."

ઉદા. (1) $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2+x\left(\frac{dy}{dx}\right)^5+y=0$ ની કક્ષા = 3

(2) $e^{\frac{dy}{dx}}+\frac{d^2y}{dx^2}$ = 0 ની કક્ષા = 2

વિકલ સમીકરણનું પરિમાણ :

"વિકલ સમીકરણ વિકલિતોની બહુપદી સ્વરૂપે આપેલ હોયતો વિકલ સમીકરણમાં આવતા ઉચ્ચત્તમ કક્ષાના વિકલિતના ઉચ્ચત્તમ ઘાતાંક ને વિકલ સમીકરણનું પરિમાણ કહે છે."

નોંધ : (1) વિકલ સમીકરણનું પરિમાણ હંમેશા ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય છે.

(2) જો વિકલ સમીકરણને વિકલિતોની બહુપદીના સ્વરૂપમાં ન દર્શાવી શકાય તો તેનું પરિમાણ વ્યાખ્યાયિત નથી

ઉદા : (1) $x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3=y+\frac{d^2y}{dx^2}$ નું પરિમાણ = 1

(2) $x\frac{d^2y}{dx^2}+\sin\frac{dy}{dx}$ =o નું પરિમાણ વ્યાખ્યાયિત નથી.

પ્રથમ કક્ષાનાં એક પરિમાણીય વિકલ સમીકરણ :

$f(x, y)\,dx + g(x, y)\,dy = 0$ અથવા $\frac{dy}{dx} = F(x.y)$

એ પ્રથમ કક્ષાના એક પરિમાણીય વિકલ સમીકરણનું સ્વરૂપ છે.

(1) વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમીકરણ:

$\rightarrow p(x).dx + q(y).dy = 0$ પ્રકારના વિકલ સમીકરણને વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમીકરણ કહે છે.

$\rightarrow$ ઉકેલ :-

$p(x).dx + q(y).dy = 0$

$\Rightarrow \int p(x)dx + \int q(y).dy = c$ તેનો વ્યાપક ઉકેલ થાય (c સ્વૈર અચળ)

(2) સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણ :

- જો વિકલ સમીકરણ $f(x, y)\,dx + g(x, y)\,dy = 0$, $f(x, y)$ અને $g(x, y)$ એ ચલ x અને y માં સમાન ઘાતવાળાં સમપરિમાણ વિધેય હોયતો તેને સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણ કહે છે.

સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણ ને $\frac{dy}{dx} = \phi\left(\frac{y}{x}\right)$ સ્વરૂપે લખી શકાય.

ઉકેલ :- $\frac{y}{x} = v$ આદેશ લેતો,

$\Rightarrow y = vx$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = vx + x\frac{dv}{dx}$

$\therefore$ વિકલ સમી,

$v + x\frac{dv}{dx} = \phi(v)$

$\Rightarrow \frac{dv}{\phi(v) - v} = \frac{dx}{x}$ (જે વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમી છે.)

$\Rightarrow \int \frac{1}{\phi(v) - v}\,dv = \int \frac{1}{x}\,dx$

$\Rightarrow \int \frac{1}{\phi(v) - v}\,dv = \ell og|x| + c$ જે સમપરિમાણ વિકલ સમી. નો વ્યાપક ઉકેલ છે.

(3) સુરેખ વિકલ સમીકરણ :

→ જો $p(x)$ અને $Q(x)$ ચલ x નાં વિધેયો હોયતો વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx}+p(x).y = Q(x)$ ને પ્રથમ કક્ષાનું સુરેખ વિકલ સમીકરણ કહે છે.

ઉકેલ.

અહીં I.F. = $e^{\int p(x).dx}$. વડે સમી. ને બંનેબાજુ ગુણતાં,

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}e^{\int p(x).dx}+p(x)ye^{\int p(x).dx}=Q(x)e^{\int p(x).dx}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left[y.e^{\int p(x).dx}\right]=Q(x)e^{\int p(x).dx}$$

$$\Rightarrow y.e^{\int p(x).dx}=\int Q(x)e^{\int p(x).dx}$$

જે સુરેખ વિકલ સમી. નો વ્યાપક ઉકેલ દર્શાવે છે.

ભૂમિતિમાં ઉપયોગ :

ધારોકે $y = f(x)$ એ આપેલ વક્ર છે.

∴ (x_0, y_0) આગળ વક્રના સ્પર્શકનો ઢાળ = $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x_0,y_0)}$.

→ બિન્દુ (x_0, y_0) આગળ વક્રને દોરેલ સ્પર્શકનું સમી,

$$y - y_0 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x_0,y_0)}(x-x_0)$$

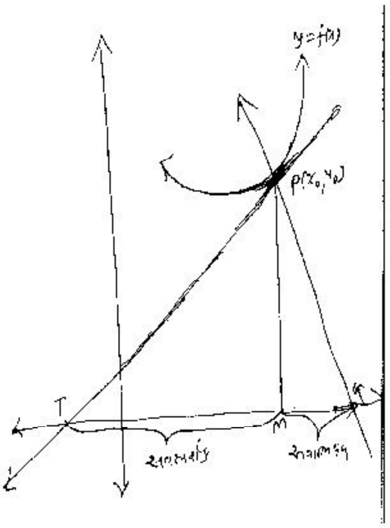
→ બિન્દુ (x_0, y_0) આગળ વક્રને દોરેલ અભિલંબનું સમી,

$$y - y_0 = \left(\frac{dx}{dy}\right)_{(x_0,y_0)}(x-x_0)$$

→ કોઇપણ બિન્દુ એ

(1) સ્પર્શકની લંબાઇ PT = $\left|\frac{y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{\frac{dy}{dx}}\right|$

(2) અભિલંબની લંબાઇ PG = $\left| y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \right|$



(3) અવસ્પર્શકની લંબાઇ TM = $\left| \frac{y}{\frac{dy}{dx}} \right|$

(4) અવાભિલંબની લંબાઇ MG = $\left| y\frac{dy}{dx} \right|$

પ્રશ્ન બેન્ક

(1) વિકલ સમીકરણ $y_2^{\frac{3}{2}} - y_1^{\frac{1}{2}} + 1 = 0$ નું પરિમાણ______

(A) 6 (B) 3 (C) 2 (D) 4

(2) જે વિકલ સમીકરણનો સામાન્ય ઉકેલ $y = c_1 e^{x + c_2} + (c_3 + c_4) \cdot \sin(x + c_5)$, (જ્યાં c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 સ્વૈર અંચળો) હોય તે વિકલ સમીકરણની કક્ષા _______

(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

(3) જે વક્રોના અભિલંબની લંબાઇ અચળ C હોય તેવા વક્રના વિકલ સમી. નું પરિમાણ _______ છે.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D)આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

(4) વિકલ સમીકરણ $\frac{d^3y}{dx^3} + 7\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 = x^2 . \log \frac{d^2y}{dx^2}$ નું પરિમાણ

(A) 2 (B) 3

(C) 1 (D) પરિમાણ ન મળે

(5) $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} = k\left[x\sqrt{1+y^2} - y\sqrt{1+x^2}\right]$ નું સમાધાન કરતા વિકલ સમીકરણનું પરિમાણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) 4 (B) 3 (C) 1 (D) 2

(6) જો વિકલ સમી. $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^5 + 4\frac{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3}{\frac{d^3y}{dx^3}} + \frac{d^3y}{dx^3} = x^2 - 1$, ની કક્ષા અને પરિમાણ અનુક્રમે m અને n હોય તો _______

(A) m = 3, n = 2 (B) m = 3, n = 3 (C) m = 3, n = 5 (D) m = 3, n = 1

(7) જેની અક્ષ X-અક્ષ હોય તેવા પરવલય સમુદાયના વિકલ સમીકરણનું પરિમાણ અને કક્ષા અનુક્રમે _____ છે.

(A) 1, 2 (B) 3, 2 (C) 2, 3 (D) 2, 1

(8) વક્ર સંહતિ $y^2 = 2c\left(x + \sqrt{c}\right)$, (c એ ઘન અચળાંક) ને રજૂ કરતા વિકલ સમી. માટે નીચેનામાંથી સાચી કક્ષા અને પરિમાણ નક્કી કરો.

(A) કક્ષા 1, પરિમાણ 1 (B) કક્ષા 1, પરિમાણ 2

(C) કક્ષા 2, પરિમાણ 2 (D) કક્ષા 1, પરિમાણ 3

(9) નીચે પૈકી કઇ કક્ષા અને પરિમાણ ધરાવતા વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ $Ax^2 + By^2 = 1$ છે ? (જ્યાં, A અને B બંને સ્વૈર અચળાંક છે.)

(A) કક્ષા 2, પરિમાણ 2 (B) કક્ષા 1, પરિમાણ 1

(C) કક્ષા 1, પરિમાણ 2 (D) કક્ષા 2, પરિમાણ 1

(10) પરવલય $y^2 = 4ax$ ના સ્વર્શક સમુદાયના વિકલ સમીકરણની કક્ષા અને પરિમાણ _______ છે.

(A) 2, 2 (B) 3, 1 (C) 1, 2 (D) 4, 1

(11) જેની અક્ષો Y અક્ષને સમાંતર હોય અને X અક્ષને સ્પર્શતા હોય તેવા પરવલય સમુદાયના વિકલ સમીકરણની કક્ષા નીચે પૈકી કઇ છે?

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહી.

(12) નીચે પૈકી કયા વિકલ સમીકરણની કક્ષા અને પરિમાણ બંને સમાન છે?

(A) $\frac{d^4y}{dx^4} + 8\left(\frac{dy}{dx}\right)^6 + 5y = e^x$ (B) $5\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + 8\left(1+\frac{dy}{dx}\right)^2 + 5y = x^8$

(C) $y = x^2\frac{dy}{dx} + \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ (D) $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}} = 4\frac{d^3y}{dx^3}$

(13) જેમનું કેન્દ્ર ઊગમબિન્દુ હોય તેવા શાંકવોના વિકલ સમીકરણની કક્ષા નીચે પૈકી કઇ છે?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(14) ઊગમબિન્દુમાંથી પસાર થતા અને ચોક્કસ રેખાને સ્પર્શતા વર્તુળ સમુદાયના વિકલ સમીકરણની કક્ષા કઇ છે?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહી.

(15) વિકલ સમીકરણ $y^2 = \frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$ ની કક્ષા અને પરિમાણ અનુક્રમે ________

(A) 2, 1 (B) 2, 2 (C) 2, 3 (D) 2, 6

(16) નીચેના માંથી કયું સમી એ 3 કક્ષાનું સુરેખ વિકલ સમીકરણ છે?

(A) $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2}.\frac{dy}{dx} + y = x$ (B) $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + y^2 = x^2$

(C) $x.\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} = e^x$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = \log x$

(17) વિકલ સમીકરણ $\frac{1}{\cos x}.\frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sin x}y = 1$ નો સંકલ્યકારક અવયવ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) sec x (B) cos x (C) tan x (D) sin x

(18) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx}.(x\log x) + y = 2\log y$ નો સંકલ્યકરાક અવયવ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) e^x (B) log x (C) log (logx) (D) x

(19) વિકલ સમીકરણ $x\frac{dy}{dx}+y\log x = x.\ e^{x}.\ x^{-\frac{1}{2}\log x}$ નો સંકલ્યકારક અવયવ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $x^{\log x}$ (B) $\left(\sqrt{e}\right)^{(\log x)^2}$ (C) e^{x^2} (D) $x^{\log\sqrt{x}}$

(20) જો $\frac{dy}{dx}+p.\ y = Q$ નો સંકલ્પકારક અવયવ sinx હોયતો P = ______

(A) sin x (B) log sin x (C) cot x (D) log cos$x$

(21) $(1+x)\frac{dy}{dx} - x.\ y = 1 - x$ નો સંકલ્યકારક અવયવ ______ છે.

(A) 1 + x (B) log (1 + x) (C) $e^{-x}(1 + x)$ (D) $x.e^{x}$

(22) $\sqrt{1-y^2}\,dx+\sqrt{1-x^2}\,dy = o$ ની કક્ષા અને પરિમાણ શોધો.

(A) કક્ષા 1, પરિમાણ 1 (B) કક્ષા 1, પરિમાણ 2

(C) કક્ષા 2, પરિમાણ 1 (D) કક્ષા અને પરિમાણ ન મળે

(23) $(y_2)^2-\sqrt{y_1} = y^3$ નું પરિમાણ ______ છે.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) 4

(24) વિકલ સમીકરણ $\left[1+3\frac{dy}{dx}\right]^{\frac{2}{3}} = 4.\frac{d^3y}{dx^3}$ ની કક્ષા અને પરિમાણ અનુક્રમે ______

(A) 1, $\frac{2}{3}$ (B) 3, 1 (C) 3, 3 (D) 1, 2

(25) વિકલ સમીકરણ $(1-y^2)\frac{dx}{dy} - yx = 1$ નો સંકલ્યકારક અવયવ ________

(A) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$ (B) $\sqrt{1-y^2}$ (C) $\frac{1}{1-y^2}$ (D) $1-y^2$

(26) નીચે પૈકી કયા વિકલ સમીકરણનો સામાન્ય ઉકેલ $y^2 = (x - c)^3$ (જ્યાં c = સ્વૈર અચળ)

(A) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 27y$ (B) $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - 8y = 0$

(C) $8\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 27y$ (D) $8\frac{d^3y}{dx^3} - 27y = 0$

(27) નીચે પૈકી કયા વિકલ સમીકરણનો સામાન્ય ઉકેલ y = ae^{2x} + be^{-3x} છે?

(A) $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}=6y$ (B) $x\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}=6y$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-y=0$ (D) $x\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-y=0$

(28) વક્ર સંહતિ y = Ax + $\left(\frac{B}{x}\right)$નું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયું છે?

(A) $y\frac{d^2y}{dx^2}+x^2\frac{dy}{dx}-y=o$ (B) $y\frac{d^2y}{dx^2}+x^2\frac{dy}{dx}+y=o$

(C) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-y=0$ (D) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$

(29) વક્ર સંહતિ y = e^{x} (A cos x + B sin x) એ નીચે પૈકી કયા વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ છે,
(જ્યાં A અને B સ્વૈર અચળ છે.)

(A) $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=o$ (B) $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}-2y=o$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}-y=0$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+2y=0$

(30) જેનું નાભિ ઊગમબિન્દુ અને x-અક્ષ જેની અક્ષ હોય તેવા પરવલય સમુદાયનું વિકલ સમીકરણ_______ છે.

(A) $y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-2x\frac{dy}{dx}=y$ (B) $y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+2xy\frac{dy}{dx}=y$

(C) $y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-2xy\frac{dy}{dx}=y$ (D) $y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+2x\frac{dy}{dx}=y$

(31) X-અક્ષને સમાંતર નિયામિકાઓ ધરાવતા પરવલય સમુદાયનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) $\frac{d^3x}{dy^3}=0$ (B) $\frac{d^3y}{dx^3}=0$

(C) $\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{d^2y}{dx^2}=0$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2}=0$

(32) Y-અક્ષને સમાંતર રેખા પરવલયની અક્ષ હોય તેવા પરવલય સમુદાયનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) $\frac{d^3x}{dy^3} = 0$ (B) $\frac{d^3y}{dx^3} = 0$

(C) $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} = 0$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(33) x + y = 1 અને x - y = 1 એ બંને જેના અનંત સ્વર્શકો હોય તેવા અતિવલય સમુદાયનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયું છે ?

(A) $yy_1 = x - 1$ (B) $yy_1 + x = 0$ (C) $yy_2 = y_1$ (D) $y_1 + xy = 0$

(34) 'a' ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળ સમુદાયનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) $a^2y_2 = [1 - y_1^3]^2$ (B) $a^2y_2 = [1 - y_1^2]^3$

(C) $a^2 (y_2)^2 = [1 + y_1^3]^2$ (D) $a^2 (y_2)^2 = [1 + y_1^2]^3$

(35) નીચે પૈકી કયા પરિમાણ ધરાવતા વિકલ સમીકરણ વડે વક્ર સંહતિ $y = Ax + A^3$ દર્શાવાય છે?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(36) શિરોલંબ ન હોય તેવી સમતલની તમામ રેખાઓની સંહતિનું વિકલ સમીકરણ _______

(A) $\frac{dy}{dx} = 0$ (B) $\frac{d^3x}{dy^3} = 0$ (C) $\frac{d^2y}{dx^2} = o$ (D) $\frac{dx}{dy} = o$

(37) જેની ત્રિજ્યા 5 એકમ અને કેન્દ્રો y=2 રેખા પર હોય તેવા વર્તુળ સંહતિનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) $(y-2)^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 25-(y-2)^2$ (B) $(y-2)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 25-(y-2)^2$

(C) $(x-2)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 25-(y-2)^2$ (D) $(x-2)^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 25-(y-2)^2$

(38) ઊગમબિન્દુમાંથી પસાર થતા અને જેમના કેન્દ્રો **x-અક્ષ** પર હોય તેવા વર્તુળોની સંહતિનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) $y^2 = x^2 + 2xy \frac{dy}{dx}$ (B) $y^2 = x^2 - 2xy \frac{dy}{dx}$

(C) $x^2 = y^2 + xy \frac{dy}{dx}$ (D) $x^2 = y^2 + 3xy \frac{dy}{dx}$

(39) ઊગમબિન્દુમાંથી પસાર થતા અને જેમના કેન્દ્રો **y-અક્ષ** પર હોય તેવા વર્તુળોની સંહતિનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

અથવા

વક્ર સંહતિ $x^2 + y^2 - 2ay = 0$, માટેનું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયું છે? (જ્યાં a સ્વૈર અચળ છે.)

(A) $(x^2 - y^2) y^1 = 2xy$ (B) $2(x^2 - y^2) y^1 = xy$

(C) $2(x^2 + y^2) y^1 = xy$ (D) $(x^2 + y^2) y^1 = 2xy$

(40) વક્ર સંહતિ $y = c_1 e^{c_2 x}$ (જ્યાં c_1 અને c_2 સ્વૈર અચળ છે) ને દર્શાવતું વિકલ સમીકરણ નીચે પૈકી કયું છે?

(A) $y^1 = y^2$ (B) $y^{11} = y^1 y$ (C) $yy^{11} = (y^1)^2$ (D) $yy^{11} = y^1$

(41) વિકલ સમીકરણ $x(1 + y^2)\,dx + y(1 + x^2)\,dy = 0$ નો સામાન્ય ઉકેલ _______

(A) $(1 + x^2)(1 + y^2) = 0$ (B) $(1 + y^4)\,c = (1 + x^2)$

(C) $(1 + x^2)(1 + y^2) = c$ (D) $(1 + x^2) = c\,(1 + y^2)$

(42) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+b}{cy+d}$ નો ઉકેલ પરવલય દર્શાવે તો _______

(A) $a = 1, b = 2$ (B) $a = 0, c \neq 0$ (C) $a = 0, c = 0$ (D) $a = 1, c = 1$

(43) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + ay = e^{mx}$ નો ઉકેલ કયો ?

(A) $y = e^{mx} + c.e^{-ax}$ (B) $(a + m)y = e^{mx} + c$

(C) $(a + m)\,y = e^{mx} + c.e^{-ax}$ (D) $y.e^{ax} = m.e^{mx} + c$

(44) વક્રના કોઇપણ બિન્દુ આગળના સ્પર્શકનો ઢાળ, તે બિન્દુના x-યામ તથા y-યામના ગુણોત્તર જેટલો હોય તો, આ વક્રનું સમી. નીચે પૈકી કયું છે.?

(A) વર્તુળ (B) ઉપવલય

(C) લંબાતિવલય (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(45) સુરેખ ગતિ કરતા પદાર્થનો વેગ $\frac{dx}{dt} = x + 1$ (જ્યાં x એ અંતર) હોય, તો પદાર્થનું 99 મીટર અંતર કાપે તો સમય કેટલો?

(A) $2\log_e 10$ (B) $\log_{10} e$ (C) $2\log_{10} e$ (D)આપેલ પૈક એકપણ નહિ

(46) જો $y = y(x)$ અને $\frac{2+\sin x}{y+1}\left(\frac{dy}{dx}\right) = -\cos x$, $y(0) = 1$, તો $y\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ ________

(A) $\frac{-1}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

(47) નીચે પૈકી $\frac{dy}{dx} = 1 + x + y^2 + xy^2$, $y(0) = 0$ નો ઉકેલ કયો છે?

(A) $y = \tan(c + x + x^2)$ (B) $y = \tan\left(x + \frac{x^2}{2}\right)$

(C) $y^2 = \exp\left(x + \frac{x^2}{2}\right) - 1$ (D) $y^2 = 1 + c\,.\,\exp\left(x + \frac{x^2}{2}\right)$

(48) $xdy - ydx = 0$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી શું દર્શાવે છે?

(A) (0, 0) શિરોબિન્દુવાળો પરવલય (B) (0, 0) કેન્દ્રવાળુ વર્તુળ

(C) (0, 0) માંથી પસાર થતી રેખા (D) લંબાતિવલય

(49) વિકલ સમીકરણ $y\frac{dy}{dx}+x=a$ નીચે પૈકી શું દર્શાવે છે?

(A) y-અક્ષ પર જેનું કેન્દ્ર હોય તેવા વર્તુળનો સમુદાય.

(B) x-અક્ષ પર જેનું કેન્દ્ર હોય તેવા વર્તુળનો સમુદાય.

(C) પરવલયનો સમુદાય

(D) ઉપવલયનો સમુદાય

(50) $\frac{d^2y}{dx^2}=o$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી શું દર્શાવે છે?

(A) બિન્દુ (B) રેખા (C) વર્તુળ (D) પરવલય

(51) સમીકરણ $\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{y^2}$ નો સામાન્ય ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $x^3 + y^3 = c$ (B) $x^3 - y^3 = c$ (C) $x^2 + y^2 = c$ (D) $x^2 - y^2 = c$

(52) સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2}=e^{-2x}$ નો ઉકેલ y = _______ .

(A) $\frac{1}{4}e^{-2x}+cx+d$ (B) $\frac{1}{4}e^{-2x}$

(C) $\frac{1}{4}e^{-2x}+cx^2+d$ (D) $\frac{1}{4}e^{-2x}+cx+d$

(53) જો $\frac{dy}{dx}$ = y +3 > 0 અને y(0) = 2, તો y (log2) = _________

(A) -2 (B) 5 (C) 7 (D) 13

(54) જે વક્રનો અવસ્પર્શક એ સ્પર્શકના સ્પર્શબિન્દુના x-યામના સમપ્રમાણમાં હોય તેવા વક્રનું સમી ______ છે.

(A) $y^k = cx^2$ (B) $y^k = cx$ (C) $y^{\frac{k}{2}} = cx^3$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહી

(55) એવા વક્રનું સમીકરણ મેળવો કે જેના અવાભિલંબની લંબાઇ તેના સ્પર્શબિન્દુના y-યામના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોય,.

(A) $\frac{y^2}{2}$ + kx = A (B) $y^2 + kx^2 = A$ (C) $y = e^{kx}$ (D) $y = Ae^{kx}$

(56) $\frac{d^2y}{dx^2}$ = log x નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $y = \frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{3}{4}x^2 + c_1x + c_2$ (B) $y = \frac{1}{2}x^2 \log x + \frac{3}{4}x^2 + c_1x + c_2$

(C) $y = -\frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{3}{4}x^2 - c_1x + c_2$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(57) $\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x + 1$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $y = (x - 2)e^x + \frac{1}{2}x^2 + c_1x + c_2$ (B) $y = (x - 1)e^x + \frac{1}{2}x^2 + c_1x + c_2$

(C) $y = (x + 2)e^x + \frac{1}{2}x^2 + c_1x + c_2$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(58) જો $y = \left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^n$, તો $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}$ = _______

(A) $-y$ (B) $2x^2y$ (C) n^2y (D) $-n^2y$

(59) $y(0) = 0$, માટે $\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2e^y$ નો વિશિષ્ટ ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $e^x - e^{-y} + \frac{x^3}{3} = 2$ (B) $e^x + e^{-y} + \frac{x^3}{3} = 2$

(C) $e^{x-y} + \frac{x^3}{3} = 2$ (D) $e^{y-x} - \frac{x^3}{3} = 2$

(60) બિન્દુ $\left(2,\frac{7}{2}\right)$ માંથી પસાર થતા અને (x, y) બિન્દુ એ સ્વર્શકના ઢાળનું મૂલ્ય $1-\frac{1}{x^2}$ ધરાવતો વક્ર નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $xy = x + 1$ (B) $y = x^2 + x + 1$

(C) $xy = x^2 + x + 1$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(61) $\log\frac{dy}{dx} = 3x + 4y$, $y(0) = 0$ નો વિશિષ્ટ ઉકેલ ________

(A) $3e^{3x} + 4e^{4y} = 7$ (B) $4.e^{3x} - e^{-4y} = 3$

(C) $e^{3x} + 3e^{-4y} = 4$ (D) $4e^{3x} + 3e^{-4y} = 7$

(62) વિકલ સમીકરણ $dy - \sin x.\sin y dx = 0$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $e^{\cos x}.\tan\frac{y}{2} = c$ (B) $\cos x.\tan y = c$

(C) $e^{\cos x}.\tan y = c$ (D) $\cos x.\sin y = c$

(63) (0, 1) બિન્દુમાંથી પસાર થતો અને સમીકરણ sin $\left(\frac{dy}{dx}\right)$= a નું સમાધાન કરતો વક્ર નીચે પૈકી કયો છે?

(A) cos $\left(\frac{y+1}{x}\right)$ = a (B) sin $\left(\frac{y-1}{x}\right)$ = a

(C) cos $\left(\frac{x}{y+1}\right)$ = a (D) sin $\left(\frac{x}{y-1}\right)$ = a

(64) વિકલ સમીકરણ y^1 - y = 1; y(0) = 1 નો વિશિષ્ટ ઉકેલ, y(x) = _______

(A) -1 (B) -exp(-x) (C) -exp(x) (D) 2 exp(x) - 1

(65) (1 + y^2) dx + $(x - e^{-\tan^{-1}} y)$ dy = 0 નો વિશિષ્ટ ઉકેલ, y(0) = 0 પ્રારંભિક શરત નીચે પૈકી કેટલો થશે ?

(A) $x\, e^{\tan^{-1}x} = \cot^{-1}x$ (B) $x.e^{\tan^{-1}y} = \tan^{-1} y$

(C) $x.e^{\tan^{-1}y} = \cot^{-1} y$ (D) $x.e^{\cot^{-1}y} = \tan^{-1} y$

(66) (x, y) બિન્દુએ $\left(\frac{\sin 2y}{x+\tan y}\right)$ જેટલો ઢાળ ધરાવતો અને $\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$માંથી પસાર થતા વક્રનું સમીકરણ નીચે પૈકી કયું છે?

(A) x = tan y (B) y = 2tan x (C) y = tan x (D) x = 2tan y

(67) વિકલ સમીકરણ (1 + y^2)dx + $(x - e^{\tan^{-1}y})$dy = 0 નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $x.e^{\tan^{-1}y} = \tan^{-1}y + k$ (B) $x.e^{2\tan^{-1}y} = e^{\tan^{-1}y} + k$

(C) $2x.e^{\tan^{-1}y} = e^{2\tan^{-1}y} + k$ (D) $(x - 2) = k.e^{-\tan^{-1}y}$

(68) વિકલ સમીકરણ cosx.dy = y (sin x - y) dx, $0 < x < \frac{\pi}{2}$ નો ઉકેલ શોધો.

(A) y tan x = sec x + c (B) tan x = (sec x + c) y

(C) y sec x = tan x + c (D) sec x = (tan x + c) y

(69) જો y + $\frac{d}{dx}$ (xy) = x (sin x + log x) તો,

(A) y = - cos x + $\frac{2}{x}$ sin x + $\frac{2}{x^2}$ cos x + $\frac{x}{3}$ log x - $\frac{x}{9}$ + $\frac{c}{x^2}$

(B) y = cos x + $\frac{2}{x}$ sin x + $\frac{2}{x^2}$ cos x + $\frac{x}{3}$ log x - $\frac{x}{9}$ + $\frac{c}{x^2}$

(C) y = - cos x - $\frac{2}{x}$ sin x + $\frac{2}{x^2}$ cos x + $\frac{x}{3}$ log x - $\frac{x}{9}$ + $\frac{c}{x^2}$

(D) આપેલ પૈકી એકપણ નહી

(70) સમીકરણ $x^2y - x^3 \dfrac{dy}{dx} = y^4 \cos x$ નો જ્યારે $y(0) = 1$ હોય ત્યારે ઉકેલ શોધો.

(A) $x^3 = y^3 \sin x$
(B) $x^3 = 3y^3 \sin x$
(C) $y^3 = 3x^3 \sin x$
(D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(71) વિકલ સમીકરણ $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2x - y^2}$ નો ઉકેલ :

(A) $x = c \cdot e^{2y} + \dfrac{1}{2}y^2 + \dfrac{1}{2}y + \dfrac{1}{4}$
(B) $x = c \cdot e^{-y} + \dfrac{1}{4}y^2 + \dfrac{1}{4}y + \dfrac{1}{2}$
(C) $y = c \cdot e^{-2x} + \dfrac{1}{4}x^2 + \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}$
(D) $x = c \cdot e^{y} + \dfrac{1}{4}y^2 + y + \dfrac{1}{2}$

(72) સમીકરણ $x + y\dfrac{dy}{dx} = 2y$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $xy^2 = c^2 (x + 2y)$
(B) $y^2 = c(x^2 + 2y)$
(C) $\log (y - x) = c + \dfrac{x}{y - x}$
(D) $\log \left(\dfrac{x}{x - y}\right) = c + y - x$

(73) વિકલ સમીકરણ $x\dfrac{dy}{dx} = x+y$; $y(1) = 1$ નો વિશિષ્ટ ઉકેલ y = ________

(A) $x \log x - 1$
(B) $x \log x + 1$
(C) $x (\log x + 1)$
(D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(74) $(1, \dfrac{\pi}{4})$ માંથી પસાર થતા વક્રના (x, y) બિન્દુ એ સ્પર્શકનો ઢાળ $\dfrac{y}{x} - \cos^2 \dfrac{y}{x}$, હોયતો, તે વક્રનું સમીકરણ શું થાય ?

(A) $y = \tan^{-1} \left[\log\left(\dfrac{e}{x}\right)\right]$
(B) $y = x \cdot \tan^{-1} \left[\log\left(\dfrac{e}{x}\right)\right]$
(C) $y = x \tan^{-1} \left(\dfrac{x}{e}\right)$
(D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(75) જો $x\dfrac{dy}{dx} = y \; (\log y - \log x + 1)$ તો સમીકરણનો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો?

(A) $x \log \left(\dfrac{y}{x}\right) = cy$
(B) $\log \left(\dfrac{y}{x}\right) = cx$
(C) $\log \left(\dfrac{x}{y}\right) = cy$
(D) $y \cdot \log \left(\dfrac{x}{y}\right) = cx$

(76) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$ નો ઉકેલ મેળવો કે જે y(1) = 1 શરતને સંતોષે છે.

(A) $y = x\ \ell nx + x$ (B) $y = \ell nx + x$ (C) $y = x\ \ell nx + x^2$ (D) $y = x\ .\ e^{x-1}$

(77) $\left(x\frac{dy}{dx} - y\right)e^{\frac{y}{x}} = x^2 \cos x$ નો સામાન્ય ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $e^{\frac{x}{y}} = \cos x + c$ (B) $e^{\frac{x}{y}} = \sin x + c$ (C) $e^{\frac{y}{x}} = \sin x + c$ (D) $e^{\frac{y}{x}} = \cos x + c$

(78) વિકલ સમી. $x \sin \frac{y}{x}\ dy = (y \sin \frac{y}{x} - x)\ dx$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $\log y = \cos\left(\frac{y}{x}\right) + c$ (B) $\log x = \cos\left(\frac{x}{y}\right) + c$

(C) $\log x = \cos\left(\frac{y}{x}\right) + c$ (D) $\log y = \cos\left(\frac{x}{y}\right) + c$

(79) (2, 1) માંથી પસાર થતા અને (x, y) બિન્દુએ જેના સ્પર્શકનો ઢાળ $\frac{x^2+y^2}{2xy}$ હોય તેવા વક્રનું સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) $2(x^2 - y^2) = 6y$ (B) $2(x^2 - y^2) = 3x$ (C) $x(x^2 + y^2) = 10$ (D) $x(x^2 - y^2) = 6$

(80) $\frac{y}{x} \cos \frac{y}{x}\left(\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x}\right) + \sin \frac{y}{x}\left(\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}\right) = 0 ; y(1) = \frac{\pi}{2}$ નો ઉકેલ _______

(A) $y \sin \frac{y}{x} = \frac{\pi}{2x}$ (B) $y \sin \frac{y}{x} = \frac{\pi}{x}$

(C) $y \sin \frac{y}{x} = \frac{\pi}{3x}$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(81) વિકલ સમીકરણ $y\ dx + (x + x^2y)\ dy = 0$ નો ઉકેલ _________

(A) $\frac{1}{xy} + \log y = c$ (B) $-\frac{1}{xy} + \log y = c$ (C) $-\frac{1}{xy} = c$ (D) $\log y = cx$

(82) વિકલ સમીકરણ $y^5x + y - x\frac{dy}{dx} = 0$ નો ઉકેલ _____

(A) $\left(\frac{x}{y}\right)^5 + \frac{x^4}{4} = c$ (B) $(xy)^4 + \frac{x^5}{5} = c$

(C) $\frac{x^5}{5} + \frac{1}{4}\left(\frac{x}{y}\right)^4 = c$ (D) $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{5}\left(\frac{x}{y}\right)^5 = c$

(83) વિકલ સમીકરણ $\frac{x}{x^2+y^2}dy = \left(\frac{y}{x^2+y^2} - 1\right)dx$ નો ઉકેલ : ________

(A) $y = x \tan (c - x)$ (B) $y = x \cot (c - x)$

(C) $\cos^{-1} \frac{y}{x} = -x + c$ (D) $\frac{y^2}{x^2} = x \tan (c - x)$

(84) વિકલ સમીકરણ $x^2\frac{dy}{dx} - xy = 1 + \cos \frac{y}{x}$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $\tan \frac{y}{x} = c + \frac{1}{x}$ (B) $\tan \frac{y}{2x} = c - \frac{1}{2x^2}$

(C) $\cos \frac{y}{x} = 1 + \frac{c}{x}$ (D) $x^2 = (c + x^2) . \tan \frac{y}{x}$

(85) વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x\frac{dy}{dx} + y = 0$ નો ઉકેલ ________

(A) $y = 2$ (B) $y = 2x^2 - 4$ (C) $y = 2x$ (D) $y = 2x - 4$

(86) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = 4x + y + 1$ નો ઉકેલ ________ .

(A) $4x + y + 1 = c . e^x$ (B) $4x + y + 5 = e^x + c$

(C) $4x + y + 5 = c . e^x$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ.

(87) જો $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + f\left(\frac{x}{y}\right)$ નો સામાન્ય ઉકેલ $y = \frac{x}{\log|cx|}$, હોય તો $f\left(\frac{x}{y}\right)$ = ________

(A) $\frac{x^2}{y^2}$ (B) $\frac{y^2}{x^2}$ (C) $\frac{-x^2}{y^2}$ (D) $\frac{-y^2}{x^2}$

(88) જો f અને g એ [0, 2] પર દ્વિતીય વિકલનીય હોય અને $f^{11}(x) = g^{11}(x)$, $f^1(1) = 4$, $g^1(1) = 1$, $f(3) = 3$, $g(3) = 9$, શરતોનું પાલન કરે તો, $x=5$ આગળ $f(x) - g(x)$ = ________

(A) 0 (B) -30 (C) 30 (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(89) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$, y(1) = 1 નું સમાધાન કરતા વક્રના (1, 0) બિન્દુએ સ્વર્શકનો ઢાળ _____

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{-5}{3}$ (C) 1 (D) -1

(90) જો સમી. $x(1 - x^2)\,dy + (2x^2y - y - ax^3)\,dx = 0$ નો સંકલ્પકારક અવયવ $e^{\int p.dx}$, હોયતો P = ______

(A) $2x^2 - 1$ (B) $\frac{2x^2 - 1}{x(1 - x^2)}$ (C) $\frac{2x^2 - ax^3}{x(1 - x^2)}$ (D) $\frac{2x^2 - 1}{ax^3}$

(91) વિકલ સમીકરણ (2x + y + 1) dx + (4x + 2y - 1) dy = 0 નો ઉકેલ = _________

(A) $\log|2x + y - 1| + x + 2y = c$ (B) $\log(2x + y + 1) + x + 2y = c$

(C) $\log|2x + y - 1| = c + x + y$ (D) $\log(4x + 2y - 1) = c + 2x + y$

(92) જો f(x) અને g(x) એ વિકલ સમીકરણ $a\frac{d^2y}{dx^2} + x^2\frac{dy}{dx} + y = e^x$, ના બે ઉકેલ હોયતો f (x) - g(x) ઉકેલ ધરાવતુ વિકલ સમી. નીચે પૈકી કયું છે?

(A) $a\frac{d^2y}{dx^2} + y = e^x$ (B) $a^2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = e^x$

(C) $a^2\frac{d^2y}{dx^2} + y = e^x$ (D) $a\frac{d^2y}{dx^2} + x^2\frac{dy}{dx} + y = 0$

(93) $\frac{7}{2}$ એકમ લંબાઇનો અવાભિલંબ ધરાવતા ઊગમબિન્દુમાંથી પસાર થતા વક્રનું સમીકરણ નીચે પૈકી કયુ છે?

(A) $x^2 = 7y$ (B) $y^2 = 7x + c$, જ્યાં $c \neq 0$

(C) $y^2 = 7x$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(93) $y^2 = x^2$ રેખાઓને સ્પર્શતા અને પ્રથમ અને બીજા ચરણમાં રહેલા વર્તુળ સમુદાયોના વિકલ સમીકરણના પરિમાણ અને કક્ષા અનુક્રમે m અને n હોયતો નીચે પૈકી યોગ્ય વિકલ્પ કયો ?

(A) m = 1, n = 1 (B) m = 1, n = 2

(C) m = 2, n = 2 (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(95) (3x + 2y + 1) dx - (3x + 2y - 1) dy = 0 નો ઉકેલ :

(A) $\frac{5}{2}(x - 2) + \log(15x) = c$ (B) $\log(15x + 10y - 1) = c$

(C) $\log(15x + 10y - 1) + \frac{5}{2}(x - y) = c$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

(96) વિકલ સમી. $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+\frac{\phi\left(\frac{y}{x}\right)}{\phi'\left(\frac{y}{x}\right)}$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે ?

(A) $\phi\left(\frac{y}{x}\right)=kx$ (B) $\phi\left(\frac{y}{x}\right)=ky$ (C) $x.\phi\left(\frac{y}{x}\right)=k$ (D) $y.\phi\left(\frac{y}{x}\right)=k$

(97) (0, 0) માંથી પસાર થતો અને વિકલ સમીકરણ $\frac{y_2}{y_1}=1$ નું સમાધન કરતો સમુદાય નીચે પૈકી કયો છે ?

$\left(\text{જયાં } y_n=\frac{d^n y}{dx^n}\right)$

(A) $y = k$ (B) $y = kx$ (C) $y = k(e^x - 1)$ (D) $y = k(e^x + 1)$

(98) જો $\sin(x + y)\frac{dy}{dx} = 5$ તો ________

(A) $5\int\frac{dt}{5+\sin t}=t+x$ (જયાં t=x+y) (B) $5\int\frac{dt}{5+\sin t}=t-x$ (જયાં t=x+y)

(C) $\int\frac{dt}{5+\operatorname{cosec} t}=dx$(જયાં t=x+y) (D) $\int\frac{dt}{5\sin t+1}=dt$(જયાં t=x+y)

(99) $x^3.\frac{dy}{dx} + 4x^2.\tan y = e^x.\sec y$; $y(1) = 0$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $\sin y = e^x (x - 1) x^{-4}$ (B) $\tan y = (x - 1)e^x . x^{-3}$

(C) $\sin y = e^x (x - 1) x^{-3}$ (D) $\tan y = (x - 2)e^x . \log x$

(100) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{xy\left[x^2\sin y^2+1\right]}$ નો ઉકેલ નીચે પૈકી કયો છે?

(A) $x^2(\cos y^2 - \sin y^2 - e^{-y^2}) = 4$ (B) $y^2(\cos x^2 - \sin y^2 - 2c.e^{-y^2}) = 2$

(C) $x^2(\cos y^2 - \sin y^2 - 2ce^{-y^2}) = 2$ (D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

નિર્ષક-કારણ પ્રકારના પ્રશ્નો :

આપેલ બધાજ પ્રશ્નોના ચાર વિકલ્પ (a), (b), (c) અને (d) **માંથી માત્ર એક જ** સાચો છે.
નીચેના નિયમ મુજબ (a), (b), (c) અને (d) લખો.

(a) વિધાન -1 સત્ય છે, વિધાન -2 સત્ય છે. વિધાન -2 એ વિધાન -1 માટે **સાચી રજૂઆત કરે છે.**

(b) વિધાન -1 સત્ય છે, વિધાન -2 સત્ય છે. વિધાન -2 એ વિધાન -1 માટે **સાચી રજૂઆત કરતું નથી.**

(c) વિધાન -1 સત્ય છે, વિધાન -2 અસત્ય છે.

(d) વિધાન -1 અસત્ય છે, વિધાન -2 સત્ય છે.

(101) વિધાન -1 : (2, 1) માંથી પસાર થતો અને વિકલ સમીકરણ $y' = \frac{y}{2x}$ નું સમાધાન કરતો વક્ર પરવલય છે જેનું નાભિ $\left(\frac{1}{8}, 0\right)$ છે.

વિધાન -2 : $y' = \frac{y}{2x}$ એ વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમીકરણ છે.

(102) વિધાન -1 : (2, 1) માંથી પસાર થતો અને વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x}$ નું સમાધાન કરતો વક્ર પરવલય છે જેનું નાભિ $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ છે.

વિધાન -2 : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x}$ એ વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમીકરણ છે.

(103) વિકલ સમીકરણ $(xy^2 + x)\, dx + (y - x^2y)\, dy = 0$; $y(0) = 0$ આપેલ છે.
વિધાન -1 : આપેલ વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ દ્વારા દર્શાવાતો વક્ર વર્તુળ છે.
વિધાન 2 : આ વર્તુળની ત્રિજ્યા 1 અને કેન્દ્ર (0, 0) છે.

(104) વિધાન-1 : સમતલમાના બધાજ વર્તુળ સમુદાયોના વિકલ સમીકરણની કક્ષા વધુમાં વધુ 3 જ હોય
વિધાન -2 : ત્રણ અસમરેખ બિન્દુઓ માંથી પસાર થતું વર્તુળ એક જ હોય.

(105) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + \sin\frac{x+y}{2} = \sin\frac{x-y}{2}$ આપેલ છે,
વિધાન -1 : $y(0) = \pi$ નું સમાધાન કરતો ઉકેલ એ 4π આવર્તમાન ધરાવતું આવર્તી વિધેય છે.
વિધાન -2 : y ને ચોક્કસ પણે x ના સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય છે.

સૂચનો

(2) $y = \underline{c_1 . e^{c_2}} . e^x + \underline{(c_3 + c_4)} . \sin(x + \underline{c_5})$

$y = \underline{A}e^x + \underline{B}\ \sin\ (x + \underline{C})$

જયાં, $\overline{A}$, B, $\overline{C}$ ત્રણ સ્વૈર અચળો છે.

$\therefore$ કક્ષા = 3

(3) અવાભિલંબની લંબાઇ $= y\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$.

(4) વિકલ સમી. વિકલિતોના બહુપદી સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય નહિ.

(5) અહીં $x = \tan\ \alpha$ અને $y = \tan\ \beta$, લેતા,

સમીકરણ,

$$\sec\alpha + \sec\beta = k\ (\tan\alpha . \sec\beta - \tan\beta . \sec\alpha)$$

$$\Rightarrow \cot\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = k$$

$$\Rightarrow \alpha - \beta = 2\cot^{-1} k$$

$$\Rightarrow \tan^{-1} x - \tan^{-1} y = 2\cot^{-1} k$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + x^2} - \frac{1}{1 + y^2}\frac{dy}{dx} = 0$$

$\therefore$ જેનું પરિમાણ = 1

(7) પરવલય સમુદાયનું સમી, $y^2 = 4a(x - h)$, જયાં a, h સ્વૈર અચળ.

(10) $y^2 = 4ax$ ના m - ઢાળવાળા સ્પર્શકોના સમુદાયનું વ્યાપક સમી ,

$y = mx + \frac{a}{m}$ જયાં, a = અચળ

m = સ્વૈર અચળ

(11) પરવલય સમુદાયનું સમી, $(x - h)^2 = 4by$, જયાં h, b સ્વૈર અચળ.

(13) શાંકવોનું વ્યાપક સમી, $ax^2 + 2hxy + by^2 = 1$. જયાં a, h, b સ્વૈર અચળ.

(14) આપેલ શરત અનુસાર, વર્તુળ સમુદાયને <u>બે સ્વૈર</u> અચળ હોય

(16) (c) અને (d) સુરેખ વિકલ સમી. તથા (d) બે કક્ષાનું વિકલ સમી.

$\therefore$ (c) એ ત્રીજી કક્ષાનું સુરેખવિકલ સમીકરણ છે.

(20) I.F. $= e^{\int p(x)dx} = \sin x = e^{\log_e \sin x}$

$$\Rightarrow \int P(x)dx = \log\sin x$$

$$\Rightarrow P(x) = \cot x$$

(25) વિકલ સમી, , $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{\left(1-y^2\right)}x = \frac{1}{1-y^2}$, જે સુરેખ વિકલ સમી છે.

$$I.F = e^{\int p(y)dx} = e^{-\int \frac{y}{1-y^2}dy}$$

(26) $y^2 = (x - c)^3 \ldots(1)$

$\Rightarrow 2yy_1 = 3(x - c)^2 \ldots(2)$

હવે, $\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow x - c = \frac{3y}{y_1}$ આ કિંમત (1) માં મૂકો.

(27) જેનો વ્યાપક ઉકેલ $y = Ae^{\alpha x} + Be^{\beta x}$ હોય ,

તે વિકલ સમીકરણ,

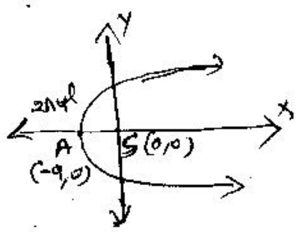
$(D - \alpha)(D - \beta)y = 0$ છે.

$\therefore$ અહી ઉકેલ,

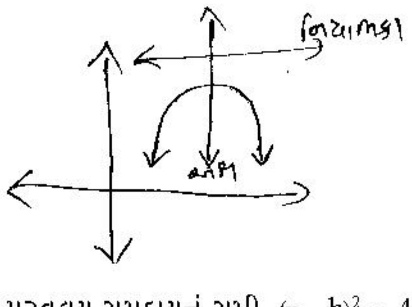
$(D - 2)(D + 3)y = 0 \quad (\therefore \alpha = 2, \beta = -3)$

$\Rightarrow (D^2 + D - 6)y = 0$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0$$

(30) 

પરવલય સમુદાયાનું સમી, $y^2 = 4a(x + a)$, જ્યાં a = સ્વૈર અચળ

(31) 

પરવલય સમદાયનું સમી, $(x - h)^2 = 4b(y - k)$, જ્યાં h, k, b સ્વૈર અચળ

(32) પરવલય સમુદાયનું સમી, $(x - h)^2 = 4b(y - k)$, જ્યાં , h, k, b સ્વૈર અચળ

(33) અનંત સ્પર્શકો લંબ છે.

$\therefore$ લંબાતિવલય છે. તથા અનંત સ્પર્શકોનો છેદબિન્દુ (1, 0) મળે. જે લંબાતિવલય નું કેન્દ્ર થશે.

$\therefore$ લંબાતિવલયના સમુદાયનું સમી, $\frac{(x-1)^2}{a^2}-\frac{(y-o)^2}{a^2}=1$

જ્યાં a = સ્વૈર અચળ.

(34) 'a' ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળ સમુદાયનું સમી, $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$, જ્યાં, h, k સ્વૈર અચળ તથા a = અચળ.

(36) રેખા સંહતિનું સમી , y = mx + c, જ્યાં m, c સ્વૈર અચળ.

(37) વર્તુળ સંહતિનું સમી,

$\left[\text{કેન્દ્ર } (h, 2), \text{ ત્રિજ્યા} = 5\right]$

$(x - h)^2 + (y - 2)^2 = 25$, જ્યાં h = સ્વૈર અચળ.

(38) વર્તુળોની સંહતિનું સમી,

$(x - a)^2 + y^2 = a^2$, જ્યાં a = સ્વૈર અચળ.

(39) વર્તુળોની સંહતિનું સમી,

$x^2 + (y - a)^2 = a^2$, જ્યાં a = સ્વૈર અચળ.

(41) વિકલ સમી, $\frac{x}{1+x^2}\,dx + \frac{y}{1+y^2}\,dy = 0$ જે વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમી છે.

(42) વિકલ સમી, (cy + d) dy = (ax + b) dx

$\Rightarrow c\frac{y^2}{2} + dy = a\,\frac{x^2}{2} + bx = k$

આ સમીકરણ પરવલય દર્શાવેતો, $c = 0, a \neq 0$ **અથવા** $c \neq o, a = 0$

(43) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + \underline{a}.y = e^{mx}$

વિકલ સમીકરણ છે.

$I.F = e^{\int p(x).dx} = e^{\int a\,dx} = e^{ax}$

(44) શરત અનુસાર, $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$,

$\Rightarrow y.dy = x.dx$, જે વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું સમી

(45) શરત અનુસાર,

$\frac{dx}{dt} = x+1$, જે વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમી

અહીં. x = 99 મી છે. t = ? (શોધવો છે.)

(46) શરત અનુસાર, $\frac{1}{y+1}dy = \frac{-\cos x}{2+\sin x}\,dx$

$\Rightarrow \ell og|y+1| = -\ell og|2+\sin x| + \ell og|c|$

$\Rightarrow y+1 = \frac{c}{2+\sin x}$

(47) $\frac{dy}{dx} = (1+x)(1+y^2)$

$\Rightarrow \frac{1}{1+y^2} dy = (1+x)dx$, જે વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમી છે.

(48) વિકલ સમી, $\frac{1}{y} dy - \frac{1}{x} dx = o$

(49) વિકલ સમી, y . dy = (a - x) . dx

(50) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = c$

y = cx + k, જે રેખા દર્શાવે છે.

(52) $\frac{d^2y}{dx^2} = e^{-2x}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \int e^{-2x} dx$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2} e^{-2x} + c$

$\Rightarrow y = \frac{-1}{2} \int e^{-2x} \, dx + \int c \, dx$

(53) વિકલ સમી,, $\frac{1}{y+3} dy = dx$

(54) શરત અનુસાર,

$y \frac{dy}{dx} \alpha x$

(55) શરત અનુસાર,

$y \frac{dy}{dx} \alpha y^2$

$\Rightarrow y \frac{dy}{dx} = ky^2$

(56) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \log x$

$\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = \int \log x \, dx$

(59) વિકલ સમીકરણ, $\dfrac{dy}{dx} = e^y \left[e^x + x^2\right]$

$\Rightarrow \dfrac{1}{e^y} \, dy = \left(e^x + x^2\right)dx,$ જે વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમી.

(60) $\dfrac{dy}{dx} = 1 - \dfrac{1}{x^2}$

$dy = \left(1 - \dfrac{1}{x^2}\right)dx$

(61) વિકલ સમીકરણ,

$\dfrac{dy}{dx} = e^{3x+4y}$

$\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = e^{3x} \, e^{4y}$

$\Rightarrow e^{-4y} \, dy = e^{3x} \, dx$

(63) વિકલ સમીકરણ,

$\dfrac{dy}{dx} = \sin^{-1} a$

$\Rightarrow \int 1. \, dy = \int \sin^{-1} a \, dx$

(64) વિકલ સમી,,

$\dfrac{dy}{dx} - y = 1$

$\Rightarrow \dfrac{1}{y+1} dy = dx$

(65) વિકલ સમી,

$\left(1+y^2\right)\dfrac{dx}{dy} + x = e^{-\tan^{-1} y}$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} + \frac{1}{1+y^2}\ x = \frac{e^{-\tan^{-1} y}}{1+y^2}$$

જે સુરેખ વિકલ સમી,

અહીં, $\quad I.\ F.\ = e^{\int p(y).dy}$

$$= e^{\int \frac{1}{1+y^2}}$$

$$= e^{\tan^{-1} y}$$

વડે સમી.ને બંને બાજુ ગુણો.

(66) શરત અનુસાર,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin 2y}{x+\tan y}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{x+\tan y}{\sin 2y}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} - \frac{1}{\sin 2y}x = \frac{1}{2\cos^2 y}$$

જે સુરેખ વિકલ સમી.

અહીં, I. F. $= \ = e^{-\int \frac{1}{\sin 2y}} = e^{-\int \frac{1+\tan^2 y}{2\tan y}dx} = e^{-\frac{1}{2}\int \frac{\sec^2 y}{\tan y}dy}$

(68) વિકલન સમી,

$$\frac{dy}{dx} = y\tan x - \frac{1}{\cos x}y^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y^2}\ \frac{dy}{dx} = \frac{1}{y}\tan x - \sec x$$

$$\Rightarrow \frac{-dt}{dx} = t.\ \tan x - \sec x \quad \left(\because \frac{1}{y} = t \text{ લેતાં, } \frac{1}{y^2}\frac{dy}{dx} = \frac{-dt}{dx}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dt}{dx} + \tan x\ t = \sec x$$, જે સુરેખ વિકલ સમી છે.

અહીં, $I.\ F. = e^{\int \tan x.\ dx}$

(69) $y+\frac{d}{dx}(xy) = x(\sin x + \log x)$

$y + x\frac{dy}{dx} + y = x(\sin x + \log x)$

$\frac{dy}{dx}+\frac{2}{x}y = \sin x + \log x$, જે વિકલ સમી છે.

(70) વિકલ સમી

$$\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{y^3} - \frac{1}{y^4}\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^3}\cos x$$ ($\therefore$ $x^3y^4 \neq 0$ વડે બંને બાજુ ભાગમાં)

અહીં, $\frac{1}{y3} = t$ લેતાં સુરેખ વિકલ સમી. બને

(71) $\frac{dy}{dx} = 2x - y^2$

$\Rightarrow \frac{dx}{dy} - 2.\ x = -y^2$, જે

$\frac{dx}{dy}+p(y)x = Q(y)$ પ્રકારનું સુરેખ વિકલ સમી છે.

(72) વિકલ સમીકરણ,

$\frac{dy}{dx} = \frac{2y-x}{y}$, જે સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણ છે.

અહીં, $y = v\,x$ આદેશ લો.

(74) શરત અનુસાર,

$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \cos^2\frac{y}{x}$, જે સમપરિમાણ વિકલ સમી છે.

(75) વિકલ સમીકરણ , $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\left[\log\frac{y}{x}+1\right]$,

જે સમાપરિમાણ વિકલ સમી છે.

(77) $\frac{y}{x} = v$ આદેશ લેતાં,

$$\Rightarrow \frac{x\frac{dy}{dx}-y}{x^2} = \frac{dv}{dx}$$

$$\Rightarrow x\frac{dy}{dx} - y = x^2.\frac{dv}{dx}$$

$\therefore$ વિકલ સમી,

$$x^2.\frac{dv}{dx}.e^v = x^2.\cos x$$

$$\Rightarrow \int e^v.dv = \int cos.dx$$

(79) શરત અનુસાર,

$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$, જે સમપરિમાણ વિકલ સમી છે.

(80) $$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y^2}{x^2}\cos\frac{y}{x} - \frac{y}{x}\sin\frac{y}{x}}{\frac{y}{x}\cos\frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}}$$

જે સમપરિમાણ વિકલ સમી છે.

(81) વિકલ સમી,

$$y\ dx + x\ dy = -x^2 .\ y\ dy$$

$$\Rightarrow \frac{y.dx + xdy}{x^2.y^2} = -\frac{1}{y}dy$$

અહીં, $xy = t$ આદેશ લો.

(82) અહીં, વિકલ સમી,

$$y^5\ x\ dx + y\ dx - x\ dy = 0$$

$$x^4.dx + \frac{x^3}{y^3}\left(\frac{y.dx - x dy}{y^2}\right) = o \qquad \left(\frac{x^3}{y^5}\text{ વડે ગુણતાં}\right)$$

હવે, $\frac{x}{y} = v$ આદેશ લો.

(83) વિકલ સમી,

$$\frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = -dx$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{xdy - ydx}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = -dx$$

હવે, $\frac{y}{x}=v$ આદેશ લો.

(84) વિકલ સમી,

$$x^2\frac{dy}{dx} - xy = 2\cos^2\left(\frac{y}{2x}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\sec^2\left(\frac{y}{2x}\right)\left[\frac{x\frac{dy}{dx}-y}{x^2}\right] = \frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left[\tan\left(\frac{y}{2x}\right)\right] = \frac{1}{x^3}$$

(85) $\frac{dy}{dx} = p$ લેતાં,

$$p^2 - xp + y = 0$$

$$\Rightarrow y = xp - p^2 \ldots (1)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = (x - 2p)\frac{dp}{dx} + p$$

$$\Rightarrow p = (x - 2p)\frac{dp}{dx} + p$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = o$$

$\Rightarrow$ p = અચળ = C

$\therefore$ (1) પરથી,

$y = x.c - c^2$, અહીં $c = 2$ લો.(શક્યતા)

(86) $4x + y + 1 = v$. આદેશ

(87) $\frac{y}{x}=v$, આદેશ લો તથા $\frac{x}{y}=\frac{1}{v}$ થશે.

(88) $f''(x) = g''(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) + c$

(91) $2x + y = v$ આદેશ

(92) શરત અનુસાર,

$af''(x) + x^2f'(x) + y = e^x$ તથા $ag''(x) + x^2g'(x) + y = e^x$

$$\Rightarrow a[f''-g''] + x^2[f'-g'] + [f-g] = 0$$

$$\Rightarrow a\frac{d^2y}{dx^2}+x^2\frac{dy}{dx}+y=O$$

(93) શરત અનુસાર,

$$y\frac{dy}{dx}=\frac{7}{2}$$

(94) શરત અનુસાર,

íÜä ôÜàÜÏÄÖÜä $(x-0)^2+(y-b)^2=r^2$, જ્યાં b, r સ્વૈર અચળ.

(95) $3x+2y=v$ આદેશ લો.

(96) $\frac{y}{x}=v$ આદેશ લો.

(97) $\frac{y_2}{y_1}=1$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left[\log y_1\right]=1$$

(98) વિકલ સમી,

$$\frac{dy}{dx}=5\text{cosec}\,(x+y)$$

અહીં, $x+y=t$ આદોશ લો.

(99) વિકલ સમી ને બંનેબાજુ xcosy વડે ગુણતાં,

$$x^4.\cos y\frac{dy}{dx}+3x^3.\sin y=x.e^x$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(x^4\ \sin y\right)=x.e^x$$

(100) વિકલ સમી, $\frac{dx}{dy}=xy[x^2\sin y^2+1]$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^3}\ \frac{dx}{dy}-\frac{1}{x^2}\ y=y\ \sin y^2$$

અહીં, $-\frac{1}{x^2}=t$ આદેશ લો,

જેથી સુરેખ વિકલ સમી,

$$\frac{dt}{dy}+2y\,t=2y\ \sin y^2$$ મળે

જેનો I.F. = $e^{\int 2y.dy} = e^{y^2}$

નિર્ષક-કારણ પ્રકારના પ્રશ્નો :-

(101) વિકલ સમીકરણ, $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{2x}$

$\Rightarrow 2\dfrac{1}{y}\,dy = \dfrac{1}{x}\,dx$ (જે વિયોજનીય ચલ પ્રકારનું વિકલ સમી છે.)

જેનો ઉકેલ, $y^2 = \dfrac{1}{2}x$, જે પરવલય છે. નાભિ $\left(\dfrac{1}{8}, 0\right)$ છે,

તથા વિધાન-2 એ વિધાન -1 સાચી રજૂઆત કરે છે.

(103) ŸÜ éÜõÜÜ ÓœÚÜk ‘ åÜ $x^2 + y^2 = 0$ મળે જે બિન્દુવત્ વર્તુળ છે.

(104) વર્તુળ ત્રણ અસમરેખ બિન્દુ માંથી પસાર થાયતો, વર્તુળનું સમી ત્રણ સ્વતંત્ર અચળ ધરાવે.

(105) વિકલ સમી,

$$\frac{dx}{dy} = \sin\frac{x-y}{2} - \sin\frac{x+y}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -2\sin\frac{y}{2}\cos\frac{x}{2}$$

તેનો ઉકેલ,

$$y = 4\tan^{-1}\left[e^{-2\sin\frac{x}{2}}\right]$$

જે 4π આવર્તમાન ધરાવતું આવર્તી વિધેય છે.

જવાબો

1-A	2-C	3-B	4-D	5-C	6-A	7-A	8-D	9-D	10-C
11-A	12-D	13-B	14-A	15-B	16-C	17-D	18-B	19-B	20-C
21-C	22-A	23-D	24-C	25-B	26-C	27-A	28-C	29-D	30-D
31-B	32-B	33-A	34-D	35-C	36-C	37-A	38-A	39-A	40-C
41-C	42-B	43-C	43-C	45-A	46-B	47-B	48-C	49-B	50-B
51-B	52-A	53-C	54-B	55-D	56-A	57-A	58-C	59-B	60-C
61-D	62-A	63-B	64-D	65-B	66-A	67-C	68-D	69-A	70-B
71-A	72-C	73-C	74-B	75-B	76-A	77-C	78-C	79-B	80-A
81-B	82-C	83-A	84-B	85-D	86-C	87-D	88-A	89-C	90-B
91-A	92-D	93-C	94-B	95-C	96-A	97-C	98-B	99-A	100-C
101-A	102-D	103-C	104-A	105-B					

●●●

એકમ - 11

રેખા - રેખાઓ

અગત્યના મુદ્દા

* $A(x_1\ y_1)$ અને $B(x_{2,}\ y_2) \in R^2$ તો

$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

* R^2 માં બિંદુ p(x, y) છે. ઉગમબિંદુનું સ્થાનાંતર (h, k) બિંદુએ કરતાં P નાં નવા યામ (x^1, y^1) હોય તો $x = x^1 + h$ અને $y = y^1 + K$

* $A(x_1\ y_1)$, $B(x_{2,}\ y_2)$, $C(x_3, y_3)$ થી બનતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ નો માનાંક થાય.

* જો p બિંદુ $\overline{AB}$ નું A તરફથી λ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે તો P ના યામ $\left(\frac{\lambda x_2 + x_1}{\lambda + 1}, \frac{\lambda y_2 + y_1}{\lambda + 1}\right)$--જ્યાં $A(x_1\ y_1)$ અને $B(x_{2,}\ y_2)$ છે.

* $A(x_1\ y_1)$ & $B(x_{2,}\ y_2)$ માંથી પસાર થતી રેખાનાં

→ પ્રચલ સમીકરણો : $x = tx_2 + (1 - t)x_1$

$y = ty_2 + (1 - t)y_1,\ t \in R$

→ કાર્તેઝીય સમીકરણ : $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & Y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ થાય

* રેખા ax + by + c =0 $a^2 + b^2 \neq 0$ તો

i રેખાનો ઢાળ = $-{}^{a}\!/\!_{b}$ $, b \neq 0$

ii રેખાનો X - અંતઃખંડ $= -\frac{c}{a},\ \ a \neq 0$

iii રેખાનો y - અંતઃખંડ $= -\frac{c}{b},\ \ b \neq 0$

(iv) આ રેખાને સમાતંર રેખાનું વ્યાપક સમીરણ

$ax + by + k = 0,\ k \neq 0$

(v) આ રેખાને લંબરેખાનું વ્યાપક સમીકરણ

$bx - ay + k + 0$

(vi) જો a = 0 તો રેખા સમદ્વિતિજ થાય

(vii) જો b = 0 તો રેખા શિરોલંબ થાય

(viii) જો c = 0 તો રેખા ઉગમબિંદુ માંથી પસાર થાય છે. તથા બન્ને અંતઃખંડો સમાન થાય

* જો ℓ_1 રેખા X - અક્ષની ધન દિશા સાથે θ માપનો ખૂણો બનાવે તો ℓ_1 નો ઢાળ=m=$\tan\theta$

જો $m > 0 \Rightarrow 0 < \theta < \pi/2$

$m < 0 \Rightarrow \pi/2 < \theta < \pi$

* જો બે રેખાઓ ℓ_1 & ℓ_2 ના ઢાળ અનુક્રમે m_1 અને m_2 હોય તો બે રેખાઓ વચ્ચેનો ખૂણો

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$$

$\rightarrow$ જો ℓ_1 શિરોલંબ હોય અને ℓ_2 એ X -અક્ષ સાથે θ માપનો ખૂણો બનાવે તો ℓ_1 & ℓ_2 રેખાઓ વચ્ચેનો ખૂણો-

$$\alpha = \left|\frac{\pi}{2} - \theta\right|$$

* ℓ_1 અને ℓ_2 ભિન્ન રેખાઓ હોય તથા તેમનાં ઢાળ અનુક્રમે m_1 અને m_2 હોય તો

I $\ell_1 || \ell_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$

II $\ell_1 \perp \ell_2 \Leftrightarrow m_1 m_2 = -1$

* બે બિંદુ સ્વરૂપે રેખાનું સમીકરણ : $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

* બિંદુ ઢાળ સ્વરૂપે રેખાનું સમીકરણ : $y - y_1 = m(x - x_1)$ જ્યાં m = ઢાળ

* y- અક્ષ પર C અંતઃખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ y = mx + c

* રેખા અક્ષો પર a અને b અંતઃખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ જ્યાં $a \neq 0,\ b \neq 0$

* રેખાનું $p - \alpha$ સ્વરૂપનું સમીકરણ : $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$

* ℓ_1 & ℓ_2 રેખાનાં છેદબિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ $\ell_1 + \lambda\ \ell_2 = 0$ છે. જ્યાં $\lambda \in R$

* $A(x_1\ y_1)$ નું રેખા ax+by+c = 0 થી લંબઅંતર $p = \dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

* $ax+by+c = 0$ & $ax+by+c'=0$

બે સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર $= p = \frac{|c-c^1|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

* ત્રિકોણની મધ્યગાઓ સંગામી હોય છે. તેમનું સંગમબિંદુ મધ્યકેન્દ્ર હોય છે.
* ત્રિકોણનાં વેધ સંગામી હોય છે. તેમનું સંગમબિંદુ લંબકેન્દ્ર હોય છે.
* ત્રિકોણનાં ખૂણાઓનાં દ્વિભાજકો સંગામી હોય છે. તેમનું સંગમબિંદુ અંતઃકેન્દ્ર હોય છે.
* ત્રિકોણની બાજુઓનાં લંબદ્વિભાજકો સંગામી હોય છે. તેમનું સંગમબિંદુ પરિકેન્દ્ર હોય છે.
* જો બે થી વધુ ભિન્ન રેખાઓ અનન્ય બિંદુમાં છેદે તો તેમને સંગામી રેખાઓ કહે છે. અને તેમનાં સામાન્ય છેદબિંદુને તેમનું સંગમબિંદુ કહે છે.
* બે છેદક રેખાઓ $a_1x+b_1y+c_1=0$ અને $a_2x+b_2y+c_2=0$ વચ્ચેનાં ખૂણાઓનાં દુભાજકનું સમીકરણઃ

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

પ્રશ્ન બેન્ક

1. A(1, -2) અને B(3, 4) બિંદુઓથી સમાન અંતરે આવેલ તથા બંને અક્ષો સાથે સમાન માપના ખૂણા બનાવતી રેખાનું સમીકરણ = ____________

(A) x+y=1 (B) y-x+1=0 (C) y-x-1=0 (D) y-x=૨

2. (-5, 4) માંથી પસાર થતી અને રેખાઓ x-2y-1=0 અને x-2y+1=0 અને $\frac{2}{\sqrt{5}}$ એકમ લંબાઈનો રેખાખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ ____________

(A) 2x-y+4=0 (B) 2x-y-14=0

(C) 2x-y+14=0 (D) આમાંથી એક પણ નહીં

3. રેખાઓ 3x-4y-2=0 અને 5x-12y+2=0 વચ્ચેના ખૂણાઓના દ્વિભાજકને ન સમાવતી હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ = ____________

(A) 7x+4y-18=0 (B) 4x-7y-1=0

(C) 4x-7y+1=0 (D) આમાંથી એક પણ નહીં

4. 3x-2y=0 અને 5x+y-2=0 ના છેદબિંદુમાંથી પસાર થતી તથા x -અક્ષની ધન દિશા સાથે $\tan^{-1}(-5)$ માપનો ખૂણો બનાવતી રેખાનું સમીરણ ____________ છે.

(A) 3x-2y=0 (B) 5x+y-2=0

(C) 5x+y-2=0 (D) 3x+2y+1=0

5. $a+b+c \neq 0$ માટે રેખાઓ $ax+by+c=0$, bx+cy+a=0 અને cx+ay+b=0 સંગામી છે. જો ____________ હોય.

(A) ab+bc+ca=0 (B) $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=1$

(C) a=b (D) a=b=c

6. રેખાઓ 3x+4y=24 અને 3x+4y=12 વચ્ચે 3 એકમનો અંતઃખંડ કાપતી અને (1, 2) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ = ____________

(A) 7x-24y+41=0 (B) 7x+24y-55=0

(C) 24x-7y-10=0 (D) 24x+7y-38=0

7. બે રેખાઓ $y=\frac{x}{2}, x>0$ અને $y=3x, x>0$ દ્વારા બનતા ખૂણાની અંદરના ભાગમાં (a, a^2) આવેલ હોય તો $a \in$ ____________

(A) $(-3, -\frac{1}{2})$ (B) $(3, \infty)$ (C) $(\frac{1}{2}, 3)$ (D) $(0, \frac{1}{2})$

8. ધારો કે p(-1, 0), Q(0, 0) તથા $R(3, 3\sqrt{3})$ ત્રણ શિરોબિંદુઓ છે. $\angle PQR$ ના દુભાજકનું સમીકરણ = ____________

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}=0$ (B) $x+\frac{\sqrt{3}}{2}y=0$

(C) $\sqrt{3x}+y=0$ (D) $x+\sqrt{3}\,y=0$

9. શૂન્યતર સંખ્યાઓ a, b, c સ્વરિત શ્રેણીમાં હોય તો રેખા $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}=0$ એ ________ બિંદુમાંથી પસાર થાય.

(A) (1, -2) (B) (-1, -2) (C) (-1, 2) (D) $(1, \frac{1}{2})$

10. 0(0, 0) માંથી પસાર થતી રેખા એ બે સમાંતર રેખાઓ 4x+2y=9 અને 2x+y+6=0 ને અનુક્રમે P અને Q માં છેદે તો, O એ $\overline{PQ}$ નું P તરફથી કયા ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે ?

(A) 1:2 (B) 3:4 (C) 2:1 (D) 4:3

11. 3x+4y-8=0 થી 3 એકમ દૂર આવેલા રેખા 3x-2y-2=0 પરનાં બિંદુઓ ________ થાય.

(A) $(3,-3),(3,-\frac{1}{3})$ (B) $(3, \frac{7}{2}),(-\frac{1}{3},-\frac{3}{2})$

(C) $(\frac{7}{2}, 3),(-\frac{1}{3},3)$ (D) (3, 1), (1, 3)

12. A(1, -2), B(-8, 3), A-P-B તથા 3AP=7AB તો P = ________ છે.

(A) $(22, \frac{-41}{3})$ (B) $(-22, \frac{41}{3})$ (C) શક્ય નથી (D) આમાંથી એકપણ નહીં

13. સમરેખ બિંદુઓ P-A-B માટે AP=4AB હોય તો બિંદુ P એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી ________ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરશે.

(A) 4:5 (B) -4:5 (C) -5:4 (D) -1:4

14. (5, 0) માંથી રેખા kx+4y=20 પર દોરેલા લંબની લંબાઈ 1 છે.તો K = ________

(A) $3, \frac{16}{3}$ (B) $3, \frac{-16}{3}$ (C) $-3, \frac{16}{3}$ (D) $-3, \frac{-16}{3}$

15. ઉગમબિંદુમાંથી રેખા $x\cos\alpha - y\sin\alpha = \sin 2\alpha$ અને $x\sin\alpha - y\cos\alpha = \cos 2\alpha$ પર દોરેલા લંબની લંબાઈ p, q હોય તો $p^2+q^2=$ ________

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

16. Y- અક્ષ પરનાં કયા બિંદુથી x+4y-12 નું લંબઅંતર 4 છે ?

(A) $(3+\sqrt{14},0),(3-\sqrt{14},0)$ (B) $(-3-\sqrt{17},0),(3+\sqrt{17},0)$

(C) $(0,3+\sqrt{17}),(0,-\sqrt{17}+3)$ (D) $(0,-3-\sqrt{17}),(0,\sqrt{17}-3)$

17. ત્રિકોણની આધારની બાજુ x=b રેખા-પર આવેલી છે તેની લંબાઈ 2b તેનું ક્ષેત્રફળ b^2 છે. તો ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ ________ રેખા પર છે.

(A) x=-b (B) x=0 (C) $x=\frac{b}{2}$ (D) x=b

18. ઉગમબિંદુનું સ્થાનાંતર ________ બિંદુએ કરવાથી $x^2+y^2-4x-8y-85=0$ નું પરિવર્તિત સ્વરૂપ $x^2+y^2=k$ થાય.

(A) (2, 4) (B) (-2, -4) (C) (2, -4) (D) (-2, 4)

19. બે બિંદુઓ A અને B ના યામ અનુક્રમે (1, 0) અને (-1, 0) છે. $AQ-BQ=\pm 1$ નું સમાધાન કરતા બિંદુના બિંદુગણનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $12x^2+4y^2=3$ (B) $12x^2-4y^2=3$

(C) $12x^2-4y^2=-3$ (D) $12x^2+4y^2=-3$

20. જેની લંબાઈ 2C છે તેઓ સળ્યો બે પરસ્પર લંબ રેખાઓ પર સરકે છે તો સળિયાના મધ્યબિંદુનો બિંદુગણ= ________

(A) $x^2-y^2=c^2$ (B) $x^2+y^2=c^2$

(C) $x^2+y^2=2c^2$ (D) આમાંથી એકપણ નહીં

21. એક ચોરસ OPQR ની બાજુનું માપ a છે. O ઉગમબિંદુ છે. બાજુઓ $\overline{OP}$ અને $\overline{OR}$ એ અનુક્રમે X અને Y અક્ષની ધન દિશા પર આવેલી છે. જો A અને B અનુક્રમે $\overline{PQ}$ અને $\overline{QR}$ નાં મધ્યબિંદુઓ હોય, તો $\overline{OA}$ અને $\overline{OB}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ________

(A) $\tan^{-1}\left(\frac{-3}{4}\right)$ (B) $\tan^{-1}\frac{4}{3}$ (C) $\cot^{-1}\frac{3}{4}$ (D) $\sin^{-1}\frac{3}{5}$

22. સમભુજ ત્રિકોણની એક બાજુને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ $\sqrt{3}x+y=2$ તથા જો (0, -1) એક શિરોબિંદુ હોય તો આ ત્રિકોણની બાજુને માપ = ________

(A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

23. જો બિંદુ $\left(1+\frac{t}{\sqrt{2}}, 2+\frac{t}{\sqrt{2}}\right)$ એ કોઈ રેખા પરનું બિંદુ હોય તથા જો આ બિંદુ બે સમાંતર રેખાઓ x+2y=1 અને 2x+4y=15 વચ્ચે આવેલાં હોય તો t ની કિંમતોનો વિસ્તાર = ________

(A) $0<t<\frac{2}{6\sqrt{2}}$ (B) $\frac{-4\sqrt{2}}{3}<t<0$

(C) $\frac{-4\sqrt{2}}{3} < t < \frac{5\sqrt{2}}{6}$ (D) આમાંથી એકપણ નહીં

24. રેખા $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 (a \neq 0, b \neq 0)$ ને ઉગમબિંદુ O માંથી પસાર થતી અને પરસ્પર લંબ હોય તેવી બે રેખાઓ A અને B માં છેદે છે. તો $\frac{1}{AO^2}+\frac{1}{OB^2}=$ ________

(A) $\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}$ (B) $\frac{ab}{a^2+b^2}$ (C) $\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$ (D) આમાંથી એકપણ નહી.

25. અક્ષો પર 1:2 ના પ્રમાણમાં અંતઃખંડો કાપતી અને ઉગમબિંદુથી $\sqrt{5}$ એકમ દૂર આવેલી રેખાનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $2x-y\pm 5=0$ (B) $2x+y\pm 5=0$

(C) $x-2y\pm 5=0$ (D) $x+2y\pm 5=0$

26. p અને q ની કોઈપણ કિંમત માટે (p+2q)x + (p-3q)y =p-q ક્યા નિશ્ચિત બિંદુમાંથી પસાર થાય છે ?

(A) $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$ (C) $\left(\frac{3}{5},\frac{3}{5}\right)$ (D) $\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right)$

27. $A(x_1,y_1), B(x_2, y_2)$ અને $P(tx_2+(1-t)x_1, ty_2+(1-t)y_1)$ જ્યાં $t<0$ તો p એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી ________ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

(A) 1- t (B) $\frac{t-1}{t}$ (C) $\frac{t}{1-t}$ (D) t - 1

28. A(1, 2), B(5, 6) તથા $p(x, y) \in \overrightarrow{AB}$ તો y-x-1 ________

(A) ઋણ છે. (B) ધન છે. (C) 0 (D) -3

29. A(2, 3) અને B(4, 6) માટે જો $(x, y)\in \overrightarrow{AB}$ તો 3x+y નું મહત્તમ મૂલ્ય ________ છે.

(A) 19 (B) 9 (C) -19 (D) -9

30. A(-2, 5) અને B(6, 2) હોય તો $\overleftrightarrow{AB}-\overline{AB}$ = ________

(A) $\{(8t-2, 5-3t) / t<0\}$ (B) $\{(8t-2, 5-3t) / 0\le t\le 1\}$

(C) $\{(8t-2, 5-3t) / t\in R-[0,1]\}$ (D) $\{(8t-2, 5-3t) / t>1\}$

31. રેખા $x+\sqrt{3}y-4=0$ નું $p-\alpha$ સ્વરૂપ ________ છે.

(A) $x\cos\frac{\pi}{6}+y\sin\frac{\pi}{6}=2$ (B) $x\cos\frac{\pi}{3}+y\sin\frac{\pi}{3}=2$

(C) $x\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+y\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=2$ (D) $x\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+y\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=2$

32. એક સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનું માપ a છે. આ ત્રિકોણમાં તેની બાજુઓને સ્પર્શતુ એક વર્તુળ છે. આ વર્તુળની અંદર ચોરસ દોરવામાં આવે તો ચોરસનું ક્ષેત્રફળ ________ થાય.

(A) $\frac{a^2}{3}$ (B) $\frac{a^2}{6}$ (C) $\frac{a^2}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$

33. રેખાઓ x+3ay+a=0, x+3by+b=0 અને x+4cy+c=0 સંગામી હોય તો a, b, c ________ શ્રેણીમાં છે.

(A) સમાતંર (B) સ્વરિત (C) સમગુણોત્તર (D) સમાંતર-સમગુણોત્તર શ્રેણી

34. બિંદુ (2, 3) માંથી 4x-5y-34=0 પરના લંબપાદના યામ મેળવો.

(A) (6, -2) (B) $\left(\frac{246}{41}, \frac{82}{41}\right)$ (C) (-6, 2) (D) આમાંથી કોઈપણ નહિ.

35. અક્ષો પરનાં અંતઃખંડોનો સરવાળો -1 હોય અને (4, 3) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ અને $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}=1$ (B) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=-1$ અને $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=1$

(C) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=-1$ અને $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=-1$ (D) $\frac{x}{2}-\frac{y}{1}=1$ અને $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=1$

36. રેખા X- અક્ષને A માં અને Y -અક્ષને B માં છેદે છે. જો AB = 15 હોય તથા $\overleftrightarrow{AB}$ નું સમીકરણ ________ છે.

(A) $4x \pm 3y = 36$ અથવા $3x \pm 4y = 36$ (B) $4x \pm 4y = 24$ અને $3x \pm 4y = 24$

(C) $-4x \pm 3y = 24$ અથવા $-3x \pm 4y = 24$ (D) $-4x \pm 3y = 12$ અથવા $-3x \pm 4y = 12$

37. રેખાઓ $x\cos 85^\circ + y\sin 85^\circ = 1$ અને $x\cos 40^\circ + y\sin 40^\circ = 2$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ = ________ છે.

(A) 90° (B) 80° (C) 125° (D) 45°

38. જો a_1, a_2, a_3 અને b_1, b_2, b_3 એ લમગુણાત્તર શ્રેણીમાં હોય અને તેમનો સામાન્ય ગુણોત્તર સમાન હોય તો, બિંદુઓ $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$ અને $C(a_3, b_3)$ = ________

(A) એકજ રેખા પર આવેલાં હોય (B) વર્તુળ પર આવેલા હોય

(C) ઉપવલય પર આવેલા હોય (D) આમાંથી એકપણ નહીં હોય

39. રેખા $5x + y + 6 = 0$ વડે બિંદુ (4, -13) નું પ્રતિબિંબ બિંદુ = ________

(A) (1, 2) (B) (3, 4) (C) (-4, 13) (D) (-1, -14)

40. રેખાઓ x+(a-1)y+1=0 અને $2x + a^2y - 1 = 0$ પરસ્પર લંબ હોય, જો ________

(A) $|a| = 2$ (B) $0 < a < 1$ (C) $-1 < a < 0$ (D) $a = -1$

41. □ PQRS ના વિકર્ણોને સમાવતી રેખાઓ $x+3y-4=0$ તથા $6x-2y-7=0$ હોય તો □ PQRS ________ છે.

(A) લંબચોરસ (B) ચોરસ (C) ચક્રીય ચતુષ્કોણ (D) સમબાજુ ચતુષ્કોણ

42. $a+b+c=0$ માટે રેખા $3ax+4by+c=0$ એ નિશ્ચિતબિંદુ ________ માંથી પસાર થાય છે.

(A) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$ (B) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ (D) $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$

43. જો $3\ell+3m+6n=0$ તથા સુરેખ રેખાઓનો સમૂહ $\ell x+my+n=0$ કોઈ એક નિશ્ચિત બિંદુમાંથી પસાર થાય જેના યામ ________ થાય.

(A) (2, 3) (B) (3, 2) (C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$

44. રેખાઓ $x+y+r=0$ અને $\lambda x-5y=5$ સંપાતી હોય તો $\lambda+r=$ ________

(A) -4 (B) 4 (C) 1 (D) -1

45. રેખાઓ $3x+4y=9$ અને $y=mx+1$ ના છેદબિંદુનો x-યામ જો એક પૂર્ણાંક હોય તો mની પૂર્ણાંક કિંમતની સંખ્યા = ________

(A) 2 (B) 0 (C) 4 (D) 1

46. રેખા ℓ પર ઊગમબિંદુમાંથી દોરેલા લંબનો પાદ (4, 5) હોય, તો ℓ નું સમીકરણ ________ છે.

(A) $4x+5y+41=0$ (B) $4x-5y+9=0$

(C) $4x+5y-41=0$ (D) આમાંથી એકપણ નહીં

47. રેખા $y+y_1=m(x-x_1)$ અને Y- અંતઃખંડ = ________

(A) $-(y_1+mx_1)$ (B) y_1-mx_1 (C) $\frac{y_1+mx_1}{m}$ (D) આમાંથી એકપણ નહીં

48. અક્ષો વડે કપાતા રેખા $x\sec\alpha+y\tan\alpha=p$ ના રેખાખંડના મધ્યબિંદુનો બિંદુગણ = ________

(A) $\frac{p^2}{4x^2}=1+\frac{p^2}{4y^2}$ (B) $\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{p^2}=4$ (C) $\frac{p^2}{x^2}=1+\frac{p^2}{y^2}$ (D) $\frac{p^2}{4x^2}+\frac{p^2}{4y^2}=1$

49. બિંદુઓ p(1, 4) તથા Q(k, 3) ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજકનો Y-અંતઃખંડ -4 હોય તો k શોધો.

(A) 1 (B) 2 (C) -2 (D) -4

50. $3x+y-3=0$ ને લંબ અને (2, 2) માંથી પસાર થતી રેખાઓ Y -અંતઃખંડ ________ છે.

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $-3/4$

51. ax+2by+3b=0 અને bx-2ay-3a=0 ના છેદબિંદુમાંથી પસાર થતી X- અક્ષને સમાંતર રેખા ____________ છે. જ્યાં $(a, b) \neq (0, 0)$

(A) X - અક્ષની નીચેના અર્ધતલમાં X - અક્ષની $\frac{2}{3}$ અંતરે.

(B) X - અક્ષની નીચેના અર્ધતલમાં X - અક્ષની $\frac{3}{2}$ અંતરે.

(C) X - અક્ષની ઉપરના અર્ધતલમાં X - અક્ષની $\frac{2}{3}$ અંતરે.

(D) X - અક્ષની ઉપરના અર્ધતલમાં X - અક્ષની $\frac{3}{2}$ અંતરે.

52. ઉગમબિંદુ શિરોબિંદુવાળા અને બાજુની લંબાઈ a હોય તેવો ચોરસ X-અક્ષની ઉપર આવેલી છે. ઉગમબિંદુ માંથી પસાર થતી બાજુ X-અક્ષની ધન દિશા સાથે $\alpha(0 < \alpha < \frac{\pi}{4})$ ખૂણો બનાવે છે. ઉગમબિંદુમાંથી પસાર ન થતા વિકર્ણને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ ____________ છે.

(A) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\sin\alpha - \cos\alpha) = a$

(B) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\sin\alpha + \cos\alpha) = a$

(C) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\cos\alpha - \sin\alpha) = a$

(D) $y(\cos\alpha - \sin\alpha) - x(\sin\alpha - \cos\alpha) = a$

53. P અને Q એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી λ અને $-\lambda$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે, તો A એ $\overline{PQ}$ નું P તરફથી ક્યા ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે ? $\lambda \neq, \ \lambda > 0$

(A) $\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}$ (B) $\frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}$ (C) $\frac{\lambda - 2}{\lambda + 2}$ (D) $\frac{2 - \lambda}{2 + \lambda}$

54. રેખા x-3y+25=0 પર (0, 0) થી સૌથી નજીક આવેલું બિંદુ = ____________

(A) (-4, 5) (B) (-4, 3) (C) (4, 3) (D) આમાંથી એકપણ નહીં

55. જો વક્રનોઢાળ અચળ હોય તો, સમતલમાં વક્રનો આલેખ ____________ દર્શાવે છે.

(A) રેખા (B) પરવલય (C) અતિવલય (D) આમાંથી એકપણ નહીં

56. 5x+12y+13=0 ને $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P$ સ્વરૂપમાં મૂકીએ તો $\alpha =$ ____________, $\alpha \in (-\pi, \pi)$.

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{-5}{13}\right)$ (B) $\sin^{-1}\left(\frac{-12}{13}\right)$ (C) $\tan^{-1}\frac{12}{5} - \pi$ (D) $\tan^{-1}\frac{12}{5}$

57. જો P(-1, 0), Q(0, 0) અને $R(3, 3\sqrt{3})$ આપેલા બિંદુઓ હોય તો $\angle PQR$ ના દ્વિભાજકનું સમીકરણ ____________

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}x + y = 0$ (B) $x + \sqrt{3}y = 0$ (C) $\sqrt{3}x + y = 0$ (D) $x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = 0$

58. રેખા $y-y_1=m(x-x_1)$ માટે m તથા x_1 નિશ્ચિત કિંમતો હોય તથા જુદી જુદી y_1 ની કિંમતો માટે જુદી જુદી રેખાઓ દોરવામાં આવે તો તે રેખાઓ ______

(A) બધી રેખાઓ $x=x_1$ ને છેદે છે.

(B) બધી રેખાઓ એક નિશ્ચિત બિંદુમાંથી પસાર થાય છે.

(C) બધી રેખાઓ $y=x_1$ રેખાને સમાંતર છે.

(D) બધી રેખાઓ પરસ્પર લંબ રેખાઓનો ગણ બનશે.

59. રેખા પર ઉગમબિંદુમાંથી દોરેલો લંબરેખાખંડનું માપ 10 એકમ હોય અને $\alpha=-\frac{5\pi}{6}$ હોય તો તે રેખાનું સમીકરણ ______ છે.

(A) $\sqrt{3}x+y=20$ (B) $\sqrt{3}x-y=20$

(C) $\sqrt{3}x+y=-20$ (D) $\sqrt{3}x-y=-20$

60. અક્ષો સાથે $\frac{50}{\sqrt{3}}$ એકમ ક્ષેત્રફળવાળો ત્રિકોણ બનાવતી તથા જેના પર ઊગમબિંદુમાંથી દોરેલા લંબ X- અક્ષની ધન દિશા સાથે 30° ના માપનો ખૂણો બનાવતો હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ ______ છે.

(A) $x+\sqrt{3}y=10$ (B) $x-y=10$ (C) $\sqrt{3}x+y=5$ (D) $\sqrt{3}x+y=10$

61. સમબાજુ ત્રિકોણની એક બાજુને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ 2x+2y-5=0 અને (1, 2) એ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ ચે. બાકીની બાજુઓને સમાવતી રેખાના સમીકરણો મેળવો.

(A) $y=x(2+\sqrt{3})-\sqrt{3}$, $y=(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$

(B) $y=(2-\sqrt{3})x-\sqrt{3}$, $y=(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$

(C) $y=(2-\sqrt{3})x+\sqrt{3}$, $y=(2+\sqrt{3})x-\sqrt{3}$

(D) $y=(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$, $y=(2+\sqrt{3})x-\sqrt{3}$

62. $(\sqrt{3},-1)$ માંથી પસાર થતી અને ઊગમબિંદુથી $\sqrt{2}$ લંબઅંતરે આવેલ રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

(A) $(\sqrt{3}+1)x+(\sqrt{3}-1)y=4$ OR $(\sqrt{3}-1)x-(\sqrt{3}+1)y=4$

(B) $(\sqrt{3}+1)x+(\sqrt{3}+1)y=4$ OR $(\sqrt{3}-1)x+(\sqrt{3}+1)y=4$

(C) $(\sqrt{3}+1)x+(\sqrt{3}-1)y=4$ OR $(\sqrt{3}-1)x+(\sqrt{3}-1)y=4$

(D) $(\sqrt{3}-1)x+(\sqrt{3}-1)y=4$ OR $(\sqrt{3}+1)x+(\sqrt{3}+1)y=4$

63. જો ત્રિકોણના બે શિરોબિંદુઓ (3, -2) અને (-2, 3) અને તેનું લંબકેન્દ્ર (-6, 1) હોય, તો ત્રીજું શિરોબિંદુ = ______

(A) (1, 6) (B) (-1, 6) (C) (1, -6) (D) આમાંથી એકપણ નહીં

64. રેખાઓ x+y=0, x-y=0 અને x-6=0 થી રચાતા ત્રિકોણનું પરિકેન્દ્ર ____________ થાય.

(A) (6, 0) (B) (3.5, 0) (C) (0, 6) (D) (3.5, 3.5)

65. સંખ્યાઓ $\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}$ સમાંતર શ્રેણીમાં છે. તો રેખા $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}=0$ હંમેશા ____________ નિશ્ચિત બિંદુમાંથી પસાર થાય છે.

(A) (-1, -2) (B) (-1, 2) (C) $\left(1,-\frac{1}{2}\right)$ (D) (1, -2)

66. બિંદુ (1, 2) માંથી પસાર થતી રેખાનું x+y+3=0 સામેનું છેદબિંદુ (1, 2) થી $3\sqrt{2}$ અંતરે આવેલું છે. તો તે રેખાનો ઢાળ ____________ છે.

(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) 1 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

67. x=3 અને $\sqrt{3}x-y+5=0$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ____________ છે.

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

68. $y=e$ અને $x+\sqrt{3}y+15=0$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ____________ છે.

(A) $-\frac{\pi}{6}$ (B) $5\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

69. રેખા $\{(x,0)/x\in R\}$ અને $\{(0,y)/y\in R\}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ ____________ છે.

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $-\frac{\pi}{2}$ (C) 0 (D) π

70. જો બિંદુ $A\left(1+\frac{t}{2},\ 2+\frac{t}{\sqrt{2}}\right)$ એ કોઈ રેખા પરનું બિંદુ હોય તથા જો આ બિંદુ બે સમાંતર રેખાઓ x+2y=1 અને 2x+4y=15 વચ્ચે આવેલ હોય તો t ની કિંમતનો વિસ્તાર = ____________

(A) $0<t<\frac{5/\sqrt{2}}{6}$ (B) $\frac{-4/\sqrt{2}}{3}<t<0$

(C) $\frac{-4/\sqrt{2}}{3}<t<\frac{5/\sqrt{2}}{6}$ (D) આમાંથી એકપણ નહી

71. રેખા (x+y+1) + λ(2x-y-1)=0 ને લંબ રેખાનું સમીકરણ 2x+3y=8 તો λ= ____________

(A) -5 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 5 (D) 0

72. જો $(a+1)x+(a^2-a-2)y+a=0$ રેખા y- અક્ષને સમાંતર હોય તો a = ________

(A) -1 (B) 2 (C) 3 (D) =1

73. બિંદુ (-5, 4)માંથી પસાર થતી તથા રેખાઓ x+y+1=0 અને x+y-1=0 વચ્ચે $\sqrt{2}$ એકમનો અંતઃખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ ________ છે.

(A) x-2y+13=0 (B) 2x-y+14=0 (C) x-y+9=0 (D) x-y+10=0

74. જો P(1, 2), Q(4, 6), R(5, 6) અને S(a, b) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના શિરોબિંદુઓ હોય તો ________

(A) a = 2, b = 4 (B) a = 3, b = 4 (C) a = 2, b = 3 (D) a = 2, b = 5

75. વક્ર $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}(a>0)$ નાં બિંદુ $\left(a/8, a/8\right)$ આગળના સ્પર્શક દ્વારા અક્ષો પર કપાતા અંતઃખંડોના વર્ગોનો સરવાળો 2 છે. તો a ની કિંમત ________ છે.

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8

76. ત્રિકોણનાં બે શિરોબિંદુઓ (5, -1) અને (-2, 3) તેમજ લંબકેન્દ્ર ઉગમબિંદુ હોય તો ત્રીજા શિરોબિંદુના યામ ________

(A) (4, 6) (B) (-4, -6) (C) (2, -3) (D) (5, -1)

76. રેખા ax+by+c=0 એ રેખા $x\cos\alpha+y\sin\alpha=P, p\in R^+$ સાથે $\pi/4$ માપનો ખૂણો બનાવે છે. જો આ રેખાઓ અને રેખા $x\sin\alpha-y\cos\alpha=0$ સંગામી હોય તો ________

(A) $a^2+b^2=1$ (B) $a^2+b^2=2$ (C) $2(a^2+b^2)=1$ (D) $a^2+b^2=2$

78. બિંદુ A(1, 2) માંથી પસાર થતી અને X- અક્ષ સાથે 60° માપનો ખૂણો બનાવતી રેખા x+y=6 ને p બિંદુમાં છેદે છે તો AP = ________

(A) $3(\sqrt{3}+1)$ (B) $3(\sqrt{3}-1)$ (C) $\sqrt{3}+1$ (D) $3\sqrt{3}$

79. ઉગમબિંદુનું રેખા x+4y=1 ને સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ ________

(A) $\left(\frac{2}{17},\frac{-8}{17}\right)$ (B) $\left(\frac{-2}{17},\frac{-8}{17}\right)$ (C) $\left(\frac{-2}{17},\frac{8}{17}\right)$ (D) $\left(\frac{2}{17},\frac{8}{17}\right)$

80. (0, 0), (3, 4) અને (4, 0) શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું લંબકેન્દ્ર ________ છે.

(A) $\left(3, 5/4\right)$ (B) $(3,12)$ (C) $\left(3,\frac{3}{4}\right)$ (D) $(3,9)$

81. ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓને સમાવતી રેખાનાં સમીકરણો x =2; y+1=0; x+2y=4 છે, તો ત્રિકોણનું પરિકેન્દ્રના યામ ________ છે.

(A) (4, 0) (B) (2, -1) (C) (0, 4) (D) (-1, 2)

82. જો a, b, c સમાંતર શ્રેણીમાં હોય તો ax+by+c=0 શું દર્શાવે ?

(A) માત્ર એક રેખા (B) સંગામી રેખાઓની સંહતિ.

(C) સમાંતર રેખાઓની સંહતિ (D) વર્તુળોની સંહતિ

83. A(4, 0), B(0, 3), C(6, 1) ΔABC નાં શિરોબિંદુઓ છે. $\angle C$ દ્વિભાજકનો ઢાળ = ____________

(A) $3\sqrt{2}-7$ (B) $5\sqrt{2}-7$ (C) $6\sqrt{2}-7$ (D) આમાંથી એકપણ નહીં

84. જે ચલનબિંદુ (-2, 0) થી અંતર એ તે ચલ બિંદુથી અને રેખા $x = -\frac{9}{2}$ નું અંતરના $\frac{2}{3}$ ગણું છે. તો તે ચલબિંદુનો બિંદુગણ ____________ થાય.

(A) ઉપવલય (B) પરવલય (C) વર્તુળ (D) અતિવલય

85. રેખા 3x-4y+6=0 નું $\frac{\pi}{4}$ ના ખૂણે સમઘડી દિશામાં બિંદુ (-1, 1) ની આસપાસ પરિભ્રમણ કરવામાં આવે તો નવી પરિસ્થિતીમાં રેખાનું સમીકરણ ____________ થાય.

(A) 6y+x-6=0 (B) 6y-x-6=0 (C) 6y+x+6=0 (D) 6y=x+6=0

86. બિંદુઓ (a, a^2), (b, b^2) અને (c, c^2) વડે રચાતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ____________ (a, b, c ત્રણ ક્રમિક અયુગ્મ પૂર્ણાંકો છે.

(A) $\frac{1}{2}(a-b)(b-c)$ ચો. એકમ (B) 8 ચો. એકમ

(C) 16 ચો. એકમ (D) $\frac{1}{2}(a-b)(b-c)(a+b+c)$ ચો. એકમ

87. રેખાઓ 6x-2y+10=0 અને 6x+2y-10=0 એ રેખા Y=2 સાથે સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ બનાવે છે તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ____________

(A) $\frac{15}{7}$ ચો. એકમ (B) $\frac{10}{7}$ ચો. એકમ (C) $\frac{18}{7}$ ચો. એકમ (D) $\frac{10}{13}$ ચો. એકમ

88. ΔABC માં બાજુઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{AC}$ ના લંબદ્વિભાજકો અનુક્રમે x+y=0 અને y-x=0 છે. જો A(5, 6) તો $\overline{BC}$ ને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ ____________

(A) 6y = 5x (B) 5x = y (C) 5y = 6x (D) 5y = x.

89. બે રેખાઓ, જે પ્રત્યેક (5, 6)માંથી પસાર થાય તથા રેખા 2x-y+1=0 સાથે 45°નો લઘુકોણ બનાવે તે બે રેખાઓ...

(A) 3x+y-21=0; x-3y+13=0 (B) 3x+y+21=0; x-3y+13=0

(C) Y=2x ; Y=3x (D) 3x+y-21=0 ; x-3y-13=0

90. સમબાજુ ત્રિકોણના પાયાને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ 2x-y=1 અને એક શિરોબિંદુ (-1, 2) છે તો તે ત્રિકોણનું બાજુનું માપ ____________.

(A) $\sqrt{\frac{20}{3}}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{15}}$ (C) $\sqrt{\frac{8}{15}}$ (D) $\sqrt{\frac{15}{2}}$

91. ચાર બિંદુઓ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ અને (x_4, y_4) કે જેથી તો આ બિંદુઓ ________ ના

$\sum_{i=1}^{4}(x_i^2 + y_i^2) \le 2(x_1x_3 + x_2x_4 + y_1y_2 + y_3y_4)$. શિરોબિંદુઓ છે.

(A) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (B) લંબચોરસ (C) ચોરસ (D) સમબાજુ ચતુષ્કોણ

92. નિશ્ચિત બિંદુ (a, b)માંથી પસાર થતી ચલ રેખા અક્ષોને A અને B માં છેદે છે. જો O ઉગમબિંદુ હોય તો ΔABCના મધ્યકેન્દ્રનો બિંદુગણ ________

(A) $bx + ay = 3xy$ (B) $bx + ay = 2xy$ (C) $ax + by = 3xy$ (D) $ax + by = 2xy$

93. જો બ્દિુઓ (k. 2-2k), (1-k, 2k) અને (-k-4, 6-2k) સમરેખ હોય તો k ની શક્ય કિંમતો ________

(A) $-1/2, 1$ (B) $\frac{1}{2}, -1$ (C) 1, 2 (D) 1, 3

94. ΔABC માં A(1, 2) છે. અને B તથા C માંથી પસાર થતી મધ્યગાઓનાં સમીકરણ અનુક્રમે x+y=5 અને x=4 છે. તો B અને C ના યામ ________

(A) (-2, 6), (4, 3) (B) (6, -2), (4, 3) (C) (2, 6), (-4, 3) (D) (2, -6), (3, -4)

95. બિંદુઓ (1, 2) અને (-2, 3) ને જોડતા રેખાખંડનું રેખા 3x+4y=6 ક્યા ગુણોત્તર કરે ?

(A) 4 : 1 (B) 3 : 2 (C) 3 : 1 (D) 6 : 3

96. રેખાઓ 3x-4y+6=0 અને 12x+5y-2=0 ના લઘુકોણ દ્વિભાજકનું સમીકરણ ________

(A) $11x - 3y + 9 = 0$ (B) $3x + 11y - 13 = 0$

(C) $3x + 11y - 3 = 0$ (D) $11x - 3y + 2 = 0$

97. રેખા ax+by+c=0 જ્યાં 3a+2b+4c=0 તો રેખા સંહતિ કયા બિંદુ આગળ સંગામી છે.

(A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ (B) (1, 3) (C) (3, 1) (D) $\left(3/4, \frac{1}{2}\right)$

98. જેની બે બાજુઓને સમાવતી રેખાનાં સમીકરણો y=x+3 અને 2x-y+1=0 હોય અને બાકીની બે બાજુઓ (0, 0) માંથી પસાર થતી હોય તેવા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ ________ છે.

(A) 2 ચો. એકમ (B) 3 ચો. એકમ (C) $\frac{5}{2}$ ચો. એકમ (D) $\frac{7}{2}$ ચો. એકમ

99. રેખા (-4, 3) પસાર થતી રેખા વડે અક્ષો વચ્ચે કપાતા રેખાખંડનું બિંદુ (-4, 3) એ 5 : 3 ના ગુણોત્તરમાં અંતઃવિભાજન કરે છે તો તે રેખાનું સમીકરણ ________

(A) 9x-20y+96=0 (B) 2x-y+11=0 (C) 2x+y+5=0 (D) 3x-2y+6=0

100. રેખાઓ $|x| + |y| = 2$ દ્વારા રચાતા ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ ________

(A) 8 (B) 6 (C) 3 (D) એકપણ નહીં

101. x+3y-2=0 એ બે રેખાઓના કોણ દ્વિભાજકનું સમીકરણ છે. આ બે રેખાઓ પૈકી એક રેખા x-6y+5=0 હોય તો બીજી રેખાનું સમીકરણ ________

(A) 3x +3y-1=0 (B) x-3y+2=0 (C) 5x+5y-3=0 (D) એકપણ નહીં

102. (-1, 4) માંથી પસાર થતી તથા 3x-4y+12=0 અને 12x-5y+6=0ના કોણદ્વિભાજક રેખાનું સમીકરણ ______

(A) $21x+27y-121=0$ (B) $21x-27y+121=0$

(C) $21x+27y+121=0$ (D) $\frac{-3x+4y-12}{3}=\frac{12x-5y+7}{13}$

103. રેખા x+6y+2=0 ને સમાંતર બે રેખાઓ જેનું બિંદુ (1, -1)થી અંતર 1 એકમ છે. તેવી રેખાઓના સમીકરણ ______

(A) $x+7y+6\pm4\sqrt{2}=0$ (B) $x+7y+6\pm5\sqrt{2}=0$

(C) $2x+7y+6\pm5\sqrt{2}=0$ (D) $x+y+6\pm5\sqrt{2}=0$

104. x+y=4 પર આવેલા અને 4x+3y=10 થી એકમ અંતરે આવેલા બિંદુના યામ ______

(A) (3, 1), (-6, 1) (B) (6, 11), (2, 2)

(C) (6, -11), (-3, 6) (D) (1, 3), (-5, 9)

105. લંબચોરસની એક બાજુને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ 4x+6y+5=0 તથા (-3, 1) અને (1, 1) બે શિરોબિંદુઓ છે. તો બીજી બાજુને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ

(A) 6x-4y+25=0 (B) 4x+6y=11 (C) 6x-4y-3=0 (D) આગળના બધાજ

106. રેખા 3x=4y+6 અને 5y=12x+6 સાથે સરખા ખૂણો બનાવતી તથા બિંદુ (4, 5) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ ______

(A) 9x-6y=1 (B) 9x+6y=61 (C) 6x-y=63 (D) 6x-9y+16=0

107. ઉગમબિંદુમાંથી સૌથી નજીક આવેલ રેખા 3x+4y=1 પરનું બિંદુ ______

(A) $\left(\frac{7}{25}, \frac{4}{25}\right)$ (B) $\left(7/25, 2/25\right)$ (C) $\left(\frac{3}{25}, \frac{4}{25}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{25}, \frac{3}{25}\right)$

108. રેખા $x\cos\alpha+y\sin\alpha=P$ ના અક્ષો વચ્ચેના કપાતા રેખાખંડના મધ્યબિંદુઓનો બિંદુગણ ______

(A) $x^{-2}+y^{-2}=P^{-2}$ (B) $x^{-2}+y^{-2}=p^{-2}$

(C) $x^{-2}+y^{-2}=4p^{-2}$ (D) એકપણ નહીં

109. ત્રણ રેખાઓ 2x+11y-5=0 ; 4x-3y-2=0 અને 24x+6y-20=0

(A) ત્રિકોણ રચે છે.

(B) માત્ર સંગામી છે.

(C) બીજી બે રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાને દુભાગતી અને એક રેખા સાથે સંગામી છે.

(D) આપેલ પૈકી એકપણ નહીં

110. બિંદુ (2, 2) માંથી પસાર થતી અને રેખા $\sqrt{3}x+y=0$ અને $\sqrt{3}x-y=0$ ને અનુક્રમે બિંદુ A અને B માં છેદે છે તો $\overline{AB}$ નું સમીકરણ કે જેથી ΔOAB સમબાજુ ત્રિકોણ થાય.

(A) x = z (B) y =z (C) x+y=4 (D) એકપણ નહીં

111. (4, 0), (-1, -1), (3, 5) શિરોબિંદુવાળો ત્રિકોણ-

(A) સમદ્વિભુજ કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

(B) સમદ્વિભુજ હોય પરંતુ કાટકોણ ન હોય.

(C) કાટકોણ હોય પરંતુ સમદ્વિભુજ ન હોય.

(D) કાટકોણ ત્રિકોણ કે સમદ્વિભુજ પૈકી એક પણ નહી હોય.

112. ઉગમબિંદુથી $\sqrt{5}$ અંતરે આવેલા અને જેના અક્ષો પરના અંતઃખડોનો ગુણોત્તર 1 : 2 હોય તે રેખાનું સમીકરણ —

(A) $2x-y\pm5=0$ (B) $2x+y\pm5=0$

(C) $x-2y\pm5=0$ (D) $x+2y\pm5=0$

113. જેનો ઢાળ -2 હોય અને ઉગમબિંદુથી X -અક્ષને 3 એકમ અંતરે છેદે તે રેખાનું સમીકરણ—

(A) $2x+y\pm6=0$ (B) $x+2y\pm6=0$

(C) $2x+y\pm3=0$ (D) $x+2y\pm3=0$

114. એક સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ $\sqrt{3}x+y=0$ જો (0, -1) એક શિરોબિંદુ હોય તો ત્રિકોણની બાજુનુ માપ —

(A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}/2$ (D) $2/\sqrt{3}$

115. (a_1, b_1) અને (a_2, b_2) થી સમાન અંતરે આવેલ બિંદુના બિંદુગણનું સમીકરણ $(a_1-a_2)x+(b_1-b_2)y+c=0$ છે. તો c ની કિંમત—

(A) $\frac{1}{2}\left(a_2^2+b_2^2-a_1^2-b_1^2\right)$ (B) $\left(a_1^2-a_2^2+b_1^2-b_2^2\right)$

(C) $\frac{1}{2}\left(a_1^2+a_2^2+b_1^2+b_2^2\right)$ (D) $\sqrt{a_1^2+a_1^2-a_2^2-b_2^2}$

116. $(a\cos t, a\sin t), (b\sin t, -b\cos t)$ અને (1, 0) શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણના મધ્યકેન્દ્રનો બિંદુપથ—(જ્યાં t એ પ્રચલ છે)

(A) $(3x-1)^2+(3y)^2=a^2-b^2$ (B) $(3x-1)^2+(3y)^2=a^2+b^2$

(C) $(3x+1)^2+(3y)^2=a^2+b^2$ (D) $(3x+1)^2+(3y)^2=a^2-b^2$

117. a બાજુવાળો ચોરસ X - અક્ષના ઉપરના ઉર્ધ્વતલમાં છે જેનું એક શિરોબિંદુ ઉગમબિંદુ છે ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થતી ચોરસની એક બાજુ X- અક્ષની ધન દિશા સાથે $\alpha(0<\alpha<\pi/4)$ માપનો ખૂણો બનાવે છે તો

ઉગમબિંદુમાંથી પસાર ન થતા હોય તેવા વિકર્ણનું સમીકરણ–

(a) $y(\cos\alpha - \sin\alpha) - x(\sin\alpha - \cos\alpha) = 0$

(b) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\sin\alpha - \cos\alpha) = 0$

(c) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\sin\alpha + \cos\alpha) = 0$

(d) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\cos\alpha - \sin\alpha) = 0$

118. જો x_1, x_2, x_3 અને y_1, y_2, y_3 બંને સમાન ગુણોત્તર સાથે સમગુણાત્તર શ્રેણીમાં હોય તો બિંદુઓ (x_1, y_1) (x_2, y_2) અને (x_3, y_3)—

(A) એક જ રેખા પર આવેલા છે. (B) ઉપવલય પર આવેલા છે.

(C) વર્તુળ પર આવેલા છે. (D) ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ છે.

119. ચોરસ OPQR ની બાજુનું માપ Q છે. તથા O ઉગમબિંદુ છે. $\overline{OP}$ અને $\overline{OR}$ અનુક્રમે X-અક્ષ અને Y-અક્ષની ધન દિશામાં છે. જો A અને B અનુક્રમે $\overline{PQ}$ અને $\overline{QR}$ ના મધ્યબિંદુઓ હોય તો $\overline{OA}$ અને $\overline{OB}$ વચ્ચેનો ખૂણો ________ .

(A) $\cos^{-1} 3/5$ (B) $\tan^{-1} 4/3$ (C) $\cot^{-1} 3/4$ (D) $\sin^{-1} 3/5$

120. A(2, 4), B(2, 6) અને $C(2+\sqrt{3}, 5)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું અંતઃકેન્દ્ર ________ છે.

(A) $\left(2+\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\right)$ (B) $\left(1+\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{5}{2}\right)$ (C) (2, 5) (D) આ પૈકી એકપણ નહીં

121. જો રેખા 3x+4y=24 અક્ષોને A અને B માં છેદે તો ΔOABની અંતઃત્રિજ્યા = ________

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

122. (1, 2)માંથી પસાર થતી તથા 3x+4y=24 અને 3x+4y=12 અને વચ્ચે 3 એકમ લંબાઈનો અંતઃખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ ________

(A) 6x-24y+41=0 (B) 6x+24y-55=0

(C) 24x-6y-10=0 (D) 24x+6y-38=0

123. ધારોકે A(2, -3) અને B(-2, 1) એ ΔABC નાં શિરોબિંદુએ છે. જો ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર રેખા 2x+3y=1 પર હોય તો બિંદુ C ના બિંદુપથનું સમીકરણ ________

(A) 2x+3y=9 (B) 2x-3y=6 (C) 3x+2y=5 (D) 3x-2y=3

124. X -અક્ષને સમાંતર તથા રેખાઓ ax+2by+3bx અને bx-2ay-3a=0 ના છેદબિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમી ________ (જ્યાં $(a, b) \neq (0, 0)$)

(A) X - અક્ષથી $2/3$ અંતરે ઉપરના અર્ધતલમાં

(B) X - અક્ષથી $3/2$ અંતરે ઉપરના અર્ધતલમાં

(C) X - અક્ષથી $2/3$ અંતરે નીચેના અર્ધતલમા

(D) X - અક્ષથી $3/2$ અંતરે નીચેના અર્ધતલમાં

125. જો શૂન્યેતર સંખ્યાઓ a, b, c સ્વરિત શ્રેણીમાં હોય જો રેખા $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}=0$ હંમેશા નિશ્ચિત બિંદુ માંથી પસાર થાય તો આ નિશ્ચિત બિંદુ ________ છે.

(A) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ (B) (1, -2) (C) (-1, -2) (D) (-1, 2)

126. જો ત્રિકોણનું એક શિરોબિંદુ (1, 1) છે. અને આ શિરોબિંદુ માંથી પસાર થતી બે બાજુઓના મધ્યબિંદુએ અનુક્રમે (-1, 2) અને (3, 2) છે તો ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર ________

(A) $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$ (B) $\left(1, \frac{7}{3}\right)$ (C) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{7}{3}\right)$ (D) $\left(-1, \frac{7}{3}\right)$

127. બિંદુ (4, -13) નું રેખા 5x+y+6=0 ને સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ ________

(A) (1, 2) (B) (3, 4) (C) (-4, 13) (D) (-4, -14)

128. જો p_1 અને p_2 એ અનુક્રમે રેખાઓ $x\sec\alpha + y\operatorname{cosec}\alpha = 2a$ અને $x\cos\alpha + y\sin\alpha = a\cos 2\alpha$ પર ઉગમબિંદુમાંથી દોરેલા લંબની લંબાઈ હોય તો $\left(\frac{p_1}{p_2}+\frac{p_2}{p_1}\right)^2 =$ ________

(A) $4\sin^2 4\alpha$ (B) $4\cos^2 4\alpha$ (C) $4\text{coses}^2 4\alpha$ (D) $4\sec^2 4\alpha$

129. બે લંબ રેખાઓ પર 2C લંબાઈના સળિયાને સરકાવવામાં આવે તો તેના મધ્યબિંદુનો બિંદુગણ ________

(A) $x^2-y^2=c^2$ (B) $x^2+y^2=c^2$ (C) $x^2+y^2=2c^2$ (D) $x^2-y^2=2c^2$

130. $A(3t^2, 6t), B\left(\frac{3}{t^2}, \frac{-6}{t}\right)$ અને S(3, 0) છે. તો $\frac{1}{SA}+\frac{1}{SB}$ ની કિંમત છે.

(A) 1 (B) 3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) 6

131. A(6, 6), B(-2, 3) અને C(9, 1) ΔABCના શિરોબિંદુઓ છે. $\angle B$ નો દ્વિભાજક અને $\overline{AC}$ નું છેદબિંદુ ________ છે.

(A) $\left(\frac{-22}{3}, \frac{13}{3}\right)$ (B) $\left(\frac{22}{3}, \frac{13}{3}\right)$ (C) $\left(\frac{22}{3}, \frac{-13}{3}\right)$ (D) $\left(\frac{-22}{3}, \frac{-13}{3}\right)$

132. બિંદુ A(3, 4) માંથી પસાર થતી અને બે અક્ષો વચ્ચે કપતા રેખાખંડનું બિંદુ A(3, 4) વિભાજન કરે છે. તો તે રેખાનું સમીકરણ

(A) 3x-4y+7=0 (B) 4x+3y=24 (C) 3x+4y=25 (D) x+y=7

133. જો $\left(a, a^2\right)$ એ રેખાઓ $Y = x/2; x>0, y=3x; x>0$ થી બનતા ખૂણાના અંદરના ભાગમાં હોય તો a ની કિંમતોનો ગણ ________

(A) $(3, \infty)$ (B) $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ (C) $\left(-3, \frac{-1}{2}\right)$ (D) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

134. ધારોકે A(h, k), B(1, 1) અને C(2, 1) એ કાટકોણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ છે જેમા $\overline{AC}$ કર્ણ છે. જો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 1 એકમ હોય તો K ની કિંમતોનો ગણ ________

(A) (1, 3) (B) (0, 2) (C) (-1, 3) (D) (-3, -2)

135. ધારો કે P(-1, 0), Q(0, 0) અને $R(3, 3\sqrt{3})$ ત્રણ બિંદુઓ છે તો $\angle PQR$ ના કોણ દ્વિભાજકનું સમીકરણ

(A) $\sqrt{3}x + y = 0$ (B) $x + \frac{\sqrt{3}y}{2} = 0$ (C) $\frac{\sqrt{3}x}{2} + y = 0$ (D) $x + \sqrt{3}y = 0$

136. P(1, 4) અને Q(K, 3) ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજકનો Y અંતઃખંડ -4 છે. તો K ની શક્ય કિંમત ________

(A) -4 (B) 1 (C) 2 (D) -2

137. જો A(1, 2), B(6, 2), 3AB=2BC અને A-B-C તો C ની કિંમત –

(A) $\left(\frac{-3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{27}{2}, 2\right)$ (C) $\left(\frac{-27}{2}, 2\right)$ (D) $\left(\frac{27}{2}, -2\right)$

138. બિંદુ (4, 3) માંથી પસાર થતી અને જેના અક્ષો પરના અંતઃખંડોનો સરવાળો -1 હોય તે રેખાનું સમીકરણ—

(A) 3x-2y=6 અને x-2y=-2 (B) 3x-2y=-6 અને x-2y=2

(C) 3x-2y=6 અને x+2y=-2 (D) 3x-2y=-6 અને x-2y=-2

139. રેખાઓ x-2y+4=0 અને 4x-3y+2=0 ના ગુરૂકોણ દ્વિભાજકનું સમીકરણ—

(A) $x(4-\sqrt{5}) + y(2\sqrt{5}-3) + (2-4\sqrt{5}) = 0$

(B) $x(4-\sqrt{5}) + y(2\sqrt{5}-3) + (2+4\sqrt{5}) = 0$

(C) $x(4+\sqrt{5}) + y(2\sqrt{5}-3) + (2+4\sqrt{5}) = 0$

(D) $x(4+\sqrt{5}) + y(2\sqrt{5}+3) + (2+4\sqrt{5}) = 0$

140. અક્ષો સાથે સમાન ખૂણો બનાવતી અને રેખા 4acx+y(ab+bc+ca-abc)+abc=0 ની સંહતિના સામાન્ય બિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ—

(A) $y - x = \frac{7}{4}$ (B) $y + x = \frac{7}{4}$ (C) $y - x = \frac{1}{4}$ (D) $y + x = \frac{1}{4}$

141. રેખાઓ 3x-2y=0 અને 5x+y-2=0 ના છેદબિંદુમાંથી પસાર થતી તેમજ X - અક્ષની ધન દિશા સાથે $\tan^{-1}(-5)$ માપનો ખૂણો બનાવતી રેખાનું સમીકરણ—

(A) 3x-2y=0 (B) 5x+y-2=0 (C) 5x+y=0 (D) 3x+2y+1=0

142. $\sqrt{3}x + y = 1$ ને લંબ રેખા Y - અક્ષની ધન દિશા સાથે કેટલા માપનો ખૂણો બનાવે ?

(A) 30° (B) 60° (C) 45° (D) એકપણ નહીં.

143. જો $P(a, b) \in \overleftrightarrow{AB} = \{(3t-1, 4t+1), t \in R\}$ તથા a+b=14 તો (a, b) = ________

(A) (4, 10) (B) (5, 9) (C) (6, 8) (D) (6, 6)

144. દ્વિપરિમાણીય (2D) ભૂમિતિમાં રેખાઓ $p(p^2+1)x-y+q=0$ અને $p(p^2+1)^2x+(p^2+1)y+2q=0$ કોઈ પણ એક રેખાને લંબ છે તો —

(A) p ની કોઈ એક ચોક્કસ કિંમત માટે (B) P ની કોઈ બે ચોક્કસ કિંમત માટે

(C) p ની બે કરતા વધુ કિંમતો (D) p ની કિંમત મળતી નથી.

145. $L:\frac{x}{5}+\frac{y}{b}=1$એ (13, 32) માંથી પસાર થાય છે. $K:\frac{x}{c}+\frac{y}{3}=1$ છે તથા $L \parallel K$ છે તો L અને K વચ્ચેનું અંતર ________

(A) $\sqrt{17}$ (B) $\frac{17}{\sqrt{15}}$ (C) $\frac{23}{\sqrt{17}}$ (D) $\frac{23}{\sqrt{15}}$

146. રેખા x+y=|a| અને ax-y=1 પરસ્પર એક બીજીને પ્રથમ ચરણમાં છેદે છે. તો a ની તમામ શક્ય કિંમતોનો ગણ ________

(A) $(0, \infty)$ (B) $[1, \infty)$ (C) $(-1, \infty)$ (D) $(-1,1]$

147. ધારોકે ત્રણ બિંદુઓ $P(-\sin(\beta-\alpha),-\cos\beta)$, $Q(\cos(\beta-\alpha),\sin\beta)$ અને $R(\cos(\beta-\alpha+\theta),\sin(\beta-\theta))$ જ્યાં $0<\alpha,\beta,\theta<\pi/4$, તો

(A) P એ $\overline{RQ}$ પર છે. (B) Q એ $\overline{PR}$ પર છે.

(C) R એ $\overline{QP}$ પર છે. (D) P, Q, R અસમરેખ છે.

148. ઉગમબિંદુ O માંથી પસાર થતી રેખા બે સમાંતર રેખાઓ 4x+2y=9 અને 2x+y=6 ને અનુક્રમે p અને Q માં મળે છે. તો O એ $\overline{PQ}$ નું ક્યા ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે ?

(A) 1 : 2 (B) 3 : 4 (C) 2 : 1 (D) 4 : 3

149. વક્ર $f(x)=x^2+bx-b$ ના બિંદુ (1, 1) આગળનો સ્પર્શક અને અક્ષો દ્વારા પ્રથમ ચરણમાં એક ત્રિકોણ રચાય છે જો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 2 એકમ હોય તો b ની કિંમત—

(A) -1, (B) 3 (C) -3 (D) 1

150. રેખાઓ y=mx; y=mx+1; y=nx અને y=nx+1 દ્વારા રચાતા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ ________

(A) $\frac{|m+n|}{(m-n)^2}$ (B) $\frac{2}{|m+n|}$ (C) $\frac{1}{m+n}$ (D) $\frac{1}{|m+n|}$

151. ધારો કે $\overline{PS}$ એ p(2, 2), Q(6, -1) અને R(6, 3) શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણની મધ્યગા છે તો (1, -1)માંથી પસાર થતી $\overline{PS}$ ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ–

(A) 2x-9y-6=0 (B) 2x-9y-11=0 (C) 2x+9y-11=0 (D) 2x+9y+6=0

152. ત્રણ બિંદુઓ p(3, 1), Q(6, 5) અને R(x, y) એ રીતે આવેલા છે કે જેથી ΔPQR કાટકોણ ત્રિકોણ થાય અને ΔRQP નું ક્ષેત્રફળ 6 એકમ છે. તો બિંદુ R ની સંખ્યા ન ________

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

153. ચોરસના કોઈ એક વિકર્ણને સમાવતી રેખા x=2y અને કોઈ એક શિરોબિંદુ (3, 0) છે. આ શિરોબિંદુમાંથી પસાર થતી બાજુઓના સમીકરણ ______

(A) y-3x+9=0 ; 3y+x-3=0 (B) y+3x+9=0 ; 3y+x-3=0

(C) y-3x+9=0 ; 3y-x+3=0 (D) y-3x+9=0 ; 3y+x+3=0

154. $\left(2, \frac{\sqrt{3}-1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ અને $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું લંબકેન્દ્ર ______

(A) $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}-3}{6}\right)$ (B) $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(3/4, \frac{\sqrt{3}-2}{4}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

155. સમદ્વિભુજ ત્રિકોણના પાયાના અંત્યબિંદુઓ (2a, 0) અને (0, a) છે. તથા એક બાજુને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ x=2a છે. તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ______

(A) 5 ચો. એકમ (B) $\frac{5}{2}$ ચો. એકમ

(C) $\frac{25}{2}$ ચો. એકમ (D) આ પૈકી એકપણ નહીં.

156. અક્ષો સાથે $\frac{50}{\sqrt{3}}$ ક્ષેત્રફળવાળો ત્રિકોણ બનાવતી અને જેના પર ઊગમબિંદુમાંથી દોરેલો લંબ X- અક્ષની ધન દિશા સાથે 30° માપનો ખૂણો બનાવે તેવી રેખાનું સમીકરણ ______

(A) $x+\sqrt{3}y \pm 10 = 0$ (B) $\sqrt{3}x + y \pm 10 = 0$

(C) $x \pm \sqrt{3}y - 10 = 0$ (D) આ પૈકી એકપણ નહીં.

157. જો રેખાઓ x+ay+a=0 ; bx+y+b=0 અને cx+cy+1=0 (જ્યાં a, b, c ભિન્ન અને $\neq$ 1) સંગામી હોય તો $\frac{a}{a-1}+\frac{b}{b-1}+\frac{c}{c-1}$ ની કિંમત—

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) એકપણ નહીં.

158. ΔABC ની બાજુઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{AC}$ લંબદ્વિભાજકો અનુક્રમે x-y+5=0 અને x+2y=0 છે. જો A ના યામ (1, -2) હોય તો $\overleftrightarrow{BC}$ નું સમીકરણ —

(A) 23x+14y-40=0 (B) 14x+23y-40=0

(C) 23x+14y+40=0 (D) 14x+23y+40=0

159. જો રેખાઓ x=a+m , y=-2 અને y=mx સંગામી હોય તો |a| ની ન્યૂનતમ કિંમત—

(A) 0 (B) $\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) એકપણ નહીં.

160. A(-3, 4), B(5, 4), C અને D લંબચોરસ બનાવે છે. રેખા x-4y+6=0 એ લંબચોરસ ABCD ના પુરિવૃત્તનો વ્યાસ છે તો લંબચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ—

(A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64

161. રેખા $3x+2y=24$ એ Y - અક્ષને A અને X - અક્ષને B આગળ છેદે છે તો ΔABC ક્ષેત્રફળ—

(A) 68 (B) 92 (C) $\frac{93}{2}$ (D) એકપણ નહીં.

162. રેખાઓ $ax+2y+1=0$, $bx+3y+1=0$; અને $cx+4y+1=0$ સંગામી હોય તો—

(A) a, b, c સમાંતર શ્રેણીમાં છે.

(B) a, b, c સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.

(C) a, b, c સ્વરિત શ્રેણીમાં છે.

(D) આ પૈકી એકપણ નહીં.

સૂચનો

1. ANS : B

$y - y_1 = m(x - x_1)$ જ્યાં m = 1

(1, -2) અને (3, 4) થી સમાન અંતરે

$\left|\frac{-2-1-a}{\sqrt{2}}\right| = \left|\frac{4-3-a}{\sqrt{2}}\right| \Rightarrow a = -1$

$\therefore$ રેખાનું સમીકરણ : y-x+1=0

2. ANS : C

ℓ_1 અને ℓ_2 વચ્ચેનું લંબઅંતર = $\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore \ell_3$ એ ℓ_1 અને ℓ_2 બંનેને લંબ છે. $\therefore \ell_3 : 2x - y + 14 = 0$

વળી A(-5, 4) $\in \ell_3 \Rightarrow$ k=14

3. ANS : C ખૂણાના દ્વિભાજકનું સમીકરણ:

$\frac{3x-4y-2}{\sqrt{9+16}} = \pm \frac{5x-12y+2}{\sqrt{25+144}}$

$\therefore 7x + 4y - 18 = 0$ or $4x - 7y - 1 = 0$

4. ANS : B આપેલ રેખાનું છેદબિંદુ $\left(\frac{4}{13}, \frac{6}{13}\right)$

m=-5 તથા $y - y_1 = m(x - x_1)$ પરથી

$\therefore$ સમી : 5x+y-2=0

5. ANS : D રેખાઓ સંગામી છે. $\therefore \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (a+b+c)(ab+bc+ca-a^2-b^2-c^2) = 0$

$\Rightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0 \quad [\because a+b+c \neq 0]$

$\Rightarrow a = b = c$

6. ANS : A $y-y_1=m(x-x_1)$ અને (1, 2)માંથી પસાર થતી રેખા

mx-y+2-m=0—(A)

આ રેખા આપેલી રેખાઓને $A\left(\frac{4+4m}{3+4m},\frac{6+9m}{3+4m}\right)$ તથા $B\left(\frac{16+4m}{3+4m},\frac{6+21m}{3+4m}\right)$ બિંદુમાં છેદે.

વળી $AB=3 \Rightarrow m=\frac{7}{24}$

$\therefore$ રેખાનું સમીકરણ : 7x-24y+41=0

7. ANS : C $x>0 \therefore a>0$ (a,a^2) માટે

$$\left.\begin{array}{l} y=\frac{x}{2} \Rightarrow a^2-\frac{a}{2}>0 \Rightarrow a>\frac{1}{2} ____(1) \\ y=3x \Rightarrow a^2-3a<0 \Rightarrow a<3 __(2) \end{array}\right\} \frac{1}{2}<a<3$$

8. ANS : C આકૃતિ

$\overleftrightarrow{QR}$ નો ઢાળ $=\tan\theta=\sqrt{3} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{3}$

$\overrightarrow{QS}$ એ $\angle PQR$ નો દુભાજક છે. $\therefore m=\sqrt{3}$

જે (0, 0) માંથી પસાર થાય

$\therefore y-y_1=m(x-x_1)$ પરથી $y-0=-\sqrt{3}(x-0)$

$\therefore \sqrt{3}x+y=0$

9. ANS : A $\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}$ સમાંતર શ્રેણીઃ તથા $\left.\begin{array}{l}\therefore \frac{1}{a}-\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=0 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}=0\end{array}\right\}$

બંને સરખાવતાં x = 1, y=-2

$\therefore$ રેખા (1, -2) માંથી પસાર થાય છે.

10. ANS : B

ઊગમબિંદુથી 2x+y+6=0 નું લંબઅંતર $OQ=\frac{6}{\sqrt{5}}$

ઊગમબિંદુથી 4x+2y-9=0 નું લંબઅંતર OP = $\frac{9}{2\sqrt{5}}$

$\lambda=\frac{OP}{OQ}=\frac{3}{4}$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે

11. ANS : B બિંદુ 3x-2y-2=0 પર છે.

X - યામ : a તો y - યામ : $\frac{3a-2}{2}$

બિંદુથી લંબઅંતર નું સૂત્ર પરથી $|9a-12|=15 \therefore a=3, -\frac{1}{3}$

$\therefore a=3 \Rightarrow x=3, y=7/2 \text{ or } a=-\frac{1}{3} \Rightarrow x=-\frac{1}{3}, y=-\frac{3}{2}$

$\therefore$ માંગેલા યામો $\left(3, 7/2\right), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ થાય

12. ANS : C $AP=\frac{7}{3}AB$ $\therefore AP > AB$ $\therefore P \notin \overline{AB}$

$\therefore$ A - P - B શક્ય નથી.

13. ANS : B બહિર્વિભાજન $\therefore \lambda=\frac{-AP}{PB}<0,$ વળી $\frac{PA}{AB}=\frac{4}{1} \therefore \frac{PA}{PB}=\frac{4}{5}$ $\therefore \lambda=-4:5$

14. ANS : A $p=\frac{|5k+0-20|}{\sqrt{k^2+16}}=1 \Rightarrow (3k-16)(k-3)=0$

$\therefore k=\frac{16}{3}, \text{ or } k=3$

15. ANS : D $p=\sin 2\alpha, q=\cos 2\alpha$

$\therefore p^2+q^2=\sin^2 2\alpha+\cos^2 2\alpha=1$

16. ANS : C Y - અક્ષ પરનું(0, b) તો $\Rightarrow \frac{|4b-12|}{\sqrt{17}}=4$

$\therefore=\sqrt{17}+4 \text{ or } b=-\sqrt{17}+3$

$\therefore p(0, 3+\sqrt{17}) \text{ or } p(0, -\sqrt{17}+3)$

17. ANS : B $\Delta=\frac{1}{2}\times$ પાયો$\times$ વેધ

$\therefore \frac{1}{2}(2b)(p-b)=b^2$ **આકૃતિ**

$\therefore p=0 \text{ or } p=2b$

$\therefore$ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ x=0 રેખા પર છે.

18. ANS : A $x = x^1 + h,\ y = y^1 + k$ (સૂત્ર)

આપેલ સમી : $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 105 \quad x^2 + y^2 = 105$

$\therefore$ સ્થાનાંતર (h, k) = (2, 4) બને

19. ANS : B $AQ^2 = (\pm 1 + BQ)^2$, $Q(x, y)$ તો

$\therefore (4x+1)^2 = 4[(x+1)^2 + y^2]$ **આકૃતિ**

$\therefore 12x^2 - 4y^2 = 3$

20. ANS : B $(h,\ k) = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$

$OA^2 + OB^2 = AB^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4c^2$

$\Rightarrow h^2 + k^2 = c^2$

$\therefore$ મધ્યબિંદુના બિંદુગણનું સમીકરણ : $x^2 + y^2 = c^2$

21. ANS : D $\overline{OA}$ નો ઢાળ $= \frac{1}{2}$, $\overline{OB}$ નો ઢાળ = 2

$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{\frac{1}{2} - 2}{1 + \frac{1}{2}.2}\right| = \tan^{-1} 3/4$

$= \sin^{-1} 3/5$ **આકૃતિ**

22. ANS : A $\overline{AM} \perp \overline{BC} \quad AM = 3/2$

કાટકોણ ΔAMB પરથી $AM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\Rightarrow a = \sqrt{3}$ **આકૃતિ**

23. ANS : C

બિંદુ A એ x+2y=1 પર હોય તો $t = \frac{-4\sqrt{2}}{3}$

બિંદુ A એ 2x +4y=15 હોય તો $t = \frac{5\sqrt{2}}{6}$

$\therefore \frac{-4\sqrt{2}}{3} < t < \frac{5\sqrt{2}}{6}$

24. ANS : C $A(r_1\cos\theta, r_1\sin\theta), B(-r_2\sin\theta, r_2\cos\theta)$ રેખા પર છે.

$\therefore \frac{r_2\sin\theta}{a}+\frac{r_2\cos\theta}{b}=1$ અને $\therefore \frac{r_1\cos\theta}{a}+\frac{r_2\sin\theta}{b}=1$

હવે $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}$ લેતાં

$\therefore \frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$

25. ANS : B $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ માં $a=\frac{b}{2}$ લેતાં

વળી 2x+y-b=0 નું (0, 0) થી અંતર $\sqrt{5}$ લેતાં

$\therefore 2x+y\pm 5=0$ જે માંગેલ રેખાનું સમીકરણ છે.

26. ANS : D x+y-1=0 તથા 2x-3y+1=0 ને ઉકેલતાં નિશ્ચિત બિંદુ $\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$ મળે.

27. ANS : C

$t<0 \therefore \frac{t}{1-t}<0$ $\quad\therefore \lambda=\frac{t}{1-t}$

28. ANS : B x=4t+1, y=5t+2 $\therefore y-x-1=t>0$

$\therefore y-x-1$ ધન છે.

29. ANS : A x=2t+2, y=4t+3 $\therefore 3x+y=10t+9$

(x, y) $\in \overline{AB} \Rightarrow 0\le t\le 1 \Rightarrow 9\le 10t+9\le 19$

$\therefore 3x+y$ મહત્તમ કિંમત = 19

30. ANS : C x=8t-2, y=5-3t તથા $t\in R-[0,1]$

$\therefore \overleftrightarrow{AB}-\overline{AB}=\{(8t-2, 5-3t)/t\in R-[0,1]\}$

31. ANS : B $\cos\alpha=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{2}, \sin\alpha=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \alpha=\frac{-\pi}{3}$

$p=\frac{|-4|}{\sqrt{1+3}}=2$, હવે $x\cos\alpha+y\sin\alpha=p$ પરથી

$\therefore x\cos{}^{\pi}\!/_{3}+y\sin{}^{\pi}\!/_{3}=2$

32. ANS : B પરિકેન્દ્ર = મધ્યકેન્દ્ર

$AD = AB \sin 60^\circ$ [ΔABD પરથી]

$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ $\left[\because 2 = \frac{1}{3} AD\right]$ **આકૃતિ**

PQRS ની બાજુ=x $\therefore x^2 + x^2 = (2r)^2 = \frac{a^2}{6}$,

$\therefore$ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{a^2}{6}$

33. ANS : B $| \ | = 0$ [સંગામી] $\Rightarrow 2ac = ab + bc \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{a}$

$\therefore$ a, b, c સ્વરિત શ્રેણીમાં છે.

34. ANS : A 5x+4y+k=0 જે (2, 3)માંથી પસાર થાય.

$\therefore$ લંબપાદ યામ : (6, -2) છે.

35. ANS : D $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ માં b=-a-1 લેતાં, વળી(4, 3) રેખા પર છે.

$\therefore a = \pm 2$, માંગેલ રેખાઓ, $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$, અને $x/_{-2} + y/_{1} = 1$

36. ANS : A $12^2 + 9^2 = 15^2$ **આકૃતિ**

$\therefore \frac{x}{\pm 9} + \frac{y}{\pm 12} = 1$

$\therefore \pm 3x \pm 4y = 36$ **અથવા** $\pm 4x \pm 3y = 36$

37. ANS : D $m_1 = -\cot 85^\circ,\ m_2 = -\cot 40^\circ \quad \tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$,

$\therefore \tan(85^\circ - 40^\circ) = \tan 45^\circ$,

$\therefore \theta = 45^\circ$

38. ANS : A સમાન સામાન્ય ગુણોત્તર = r $a_2 = a_1 r,\ a_3 = a_1 r^2$

$b_2 = b_1 r,\ b_3 = b_1 r^2$

$\overleftrightarrow{AB}$ નો ઢાળ $= \frac{b_1}{a_1} = \overleftrightarrow{BC}$ નો ઢાળ

$\therefore$ A, B, C એક જ રેખા પર આવેલાં છે.

39. ANS : D $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ C એ 5x+y+6=0 પર છે.

બંને રેખાનાં ઢાળનો ગુણાકાર =-1

બંને રેખાને ઉકેલો: $x_1 = -1, y_1 = -14$

$\therefore$ પરાવર્તિત બિંદુ B(-1, -14) **આકૃતિ**

40. ANS : D $\ell_1 \perp \ell_2 \;\therefore m_1.m_2 = -1$ તો $(a+1)(a^2-2a+2)=0$

$a^2-2a+2=0$ શક્ય નથી, $\therefore a=-1$

41. ANS : D $m_1 = -\frac{1}{3},\; m_2 = 3,\; m_1m_2 = -1,$ વિકર્ણો કાટખૂણો છેદે

$\therefore$ ▫ PQRS સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

42. ANS : C c=-a-b મૂકતાં $3a\left(x-\frac{1}{3}\right)+4b\left(y-\frac{1}{4}\right)=0$

$\therefore$ રેખા નિશ્ચિત બિંદુ $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ માંથી પસાર થાય છે.

43. ANS : C $n = -\frac{\ell}{2}-\frac{m}{3}$ મૂકતાં $\ell\left(x-\frac{1}{2}\right)+m\left(y-\frac{1}{3}\right)=0$

$\therefore$ નિશ્ચિત બિંદુ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ મળે.

44. ANS : A સંપાતી: $\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{-5}=\frac{\mu}{-5} \Rightarrow \lambda=-5,\; \mu=1$

$\therefore \; \lambda+\mu=-4$

45. ANS : A ઉકેલતાં $x=\frac{5}{3+4m}$, ($\therefore 3+4m$ એ 5 નો ભાજક હોય)

$\therefore 3+4m=\pm1, \pm5. \;\; \therefore m=\frac{1}{2}$, -1 , $\frac{-1}{2}$, -2

$\therefore$ પૂર્ણાંક m ની સંખ્યા = 2

46. ANS : C

ઉગમબિંદુ 0(0, 0) માંથી દોરેલો લંબનો લંબપાદ M(4, 5) છે. $\overleftrightarrow{OM}$ નો ઢાળ = $\frac{5}{4}$ $\therefore \ell$ નો ઢાળ =- $-\frac{4}{5}$ જે (4, 5) માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore 4x+5y-41=0$

47. ANS : A

$mx - y - (mx_1 + y_1) = 0$ Y-અંતઃખંડ $= -\frac{c}{b}$ (સૂત્ર)

$\therefore$ રેખાનો y - અંતઃખંડ $= -(mx_1 + y_1)$

48. ANS : A

$\overline{AB}$ નું બિંદુ p યામ :(x, y)=$\left(\frac{p\cos\alpha}{2}, \frac{p\cot\alpha}{2}\right)$

$\therefore \sec\alpha = \frac{p}{2x}, \tan\alpha = \frac{p}{2y}$

વળી, $\sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1$ માં મૂકતાં

$\therefore \frac{p^2}{4x^2} = 1 + \frac{p^2}{4y^2}$

49. ANS : D $\overline{PQ}$ નું મધ્યબિંદુ $\left(\frac{k+1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

લંબદ્વિભાજકનું સમી: $y - \frac{7}{2} = (k-1)\left(x - \frac{k+1}{2}\right)$ જેનો y-અંતઃખંડ=-4

$\therefore k = \pm 4$

50. ANS : B આપેલ રેખાને લંબ અને (2, 2) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ: x-3y+4=0

$\therefore$ y-અંતઃખંડ $= 4/3$

51. ANS : B આપેલ રેખાઓના છેદબિંદુનો y-યામ $= -3/2$

$\therefore$ માંગેલ X- અક્ષને સમાંતર રેખાનું સમી : $y = -3/2$

52. ANS : B માંગેલ વિકર્ણનું સમી: $\frac{x - a\cos\alpha}{-a\sin\alpha - a\cos\alpha} = \frac{y - a\sin\alpha}{a\cos\alpha - a\sin\alpha}$

$\therefore y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\cos\alpha - \sin\alpha) = a$ **આકૃતિ**

53. ANS : B P એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી λ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે.

Q એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી -λ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે.

$\therefore P\left(\frac{\lambda b}{\lambda+1}, 0\right), Q\left(\frac{-\lambda b}{-\lambda+1}, 0\right)$ મળે.

ધારો કે A એ $\overline{PQ}$ નું p તરફથી k ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે.

$$\therefore k = \frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$$

54. ANS : D A, B, C વિકલ્પમાંનુ એક પણ બિંદુ રેખા પર નથી. અથવા $\left(-5/2, 15/2\right)$ છેદબિંદુ

55. ANS : A વક્રનો ઢાળ અચળ $\therefore \frac{dy}{dx} = m \ \therefore y = mx + c$

56. ANS : C $\frac{-5}{13}x - \frac{12}{13}y = 1 \quad \therefore \cos\alpha = \frac{-5}{13}, \sin\alpha = \frac{-12}{13}$

$\alpha = \tan^{-1}\frac{12}{5} - \pi$ [α ત્રીજા ચરણમાં છે.]

57. ANS : C ઢાળ $= \tan\theta = \sqrt{3} \quad m\angle PQS = 60^\circ$

$\overline{QS}$ નો ઢાળ $= -\sqrt{3}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$ પરથી **આકૃતિ**

$\sqrt{3}x + y = 0$ મળે.

58. ANS : A y નિશ્ચિત ન હોવાથી, બધી રેખાઓ $x = x_1$ રેખાને સમાંતર રેખાઓ નથી. $\therefore x = x_1$ ને છેદે છે.

59. ANS : C $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ પરથી

$-x\cos\frac{\pi}{6} - y\sin\frac{\pi}{6} = 10$ મળે.

$\therefore \sqrt{3}x + y + 20 = 0$

60. ANS : D $x\cos\alpha + y\sin\alpha = P,$ જ્યાં $\alpha = 30^\circ$ **આકૃતિ**

$A\left(\frac{2p}{\sqrt{3}}, 0\right), B(0, 2p)$

$$\therefore BOA = \frac{50}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{2}(OA)(OB) = \frac{50}{\sqrt{3}} \Rightarrow p^2 = 25, \ \therefore p = 5$$

$\therefore \sqrt{3}x + y = 10$

61. ANS : C

$\overleftrightarrow{BC}$ નો ઢાળ $= m_1 = -1,$ $\overleftrightarrow{AB}$ નો ઢાળ $= m_2$

$\therefore \tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m_2 = 2 + \sqrt{3} \text{ OR} \\ m_2 = 2 - \sqrt{3} \end{array}\right\}$, જે $(\sqrt{3}, -1)$ માંથી પસાર થાય.

$$y = (2 - \sqrt{3})x + \sqrt{3}$$

તથા $$y = (2 + \sqrt{3})x - \sqrt{3}$$

62. ANS : A

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ જ્યાં $p = \sqrt{2}$ જે $(\sqrt{3}, -1)$ માંથી પસાર થાય.

$4\sin^2\alpha + 2\sqrt{2}\sin\alpha - 1 = 0$

$\therefore \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}, \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

$\therefore (\sqrt{3}+1)x - (\sqrt{3}-1)y = 4$

OR $\sin\alpha = \frac{-(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2}}, \cos\alpha \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}},$

$\therefore (\sqrt{3}-1)x + (\sqrt{3}+1)y = 4$

63. ANS : B $\overline{BC}$ નો ઢાળ $\times$ $\overline{AM}$ નો ઢાળ =-1

$\Rightarrow 3a - b + 9 = 0$ — (1)

$\overline{AC}$ નો ઢાળ $\times$ $\overline{BH}$ નો ઢાળ = -1

$\Rightarrow 2a + b - 4 = 0$ — (2) (1) અને (2) ને ઉકેલો.

$\therefore c(a, b) = c(-1, 6)$

64. ANS : A x+y=0 અને x-y=0 બંને લંબ છે.

Δ નું પરિકેન્દ્ર રેખા x-7=0 પર મળે.

$\therefore$ (7, 0) એ પરિકેન્દ્ર થાય.

65. ANS : D $\frac{1}{c} = \frac{2}{b} - \frac{1}{b}$ પરથી $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{2}{b} - \frac{1}{a} = 0$ મળે

$\therefore \frac{1}{a}(x-1) + \frac{1}{b}(y-(-2)) = 0$

$\therefore$ નિશ્ચિત બિંદુ (1, -2) માંથી પસાર થાય છે.

66. ANS : B x+y+3=0 નો ઢાળ=-1 **આકૃતિ**

$\therefore$ તેને લંબ રેખાનો ઢાળ =1

67. ANS : A X=3 શિરોલંબ રેખા અને બીજી રેખાનો ઢાળ $= \tan\theta = \sqrt{3} \therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

$$\alpha = \left|\frac{\pi}{2} - \theta\right| = \left|\pi/2 - \pi/3\right| = \pi/6$$

68. ANS : C y=e નો ઢાળ $= o = m_1$ બીજી રેખાઓ ઢાળ $m_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\tan\alpha = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right| = \left|\frac{0 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1+0}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}}, \therefore \alpha = \pi/6$$

69. ANS : A X-અક્ષ અને Y-અક્ષ એકબીજીને લંબ છે.

$\therefore \ell_1 \perp \ell_2$

70. ANS : C જો બિંદુ A એ રેખા x+2y=1 પર હોય તો $t = -\frac{-4\sqrt{2}}{3}$

તથા 2x+4y=15 પર હોય તો $t = \frac{5\sqrt{2}}{6}$

$$\therefore -\frac{4\sqrt{2}}{3} < t < \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

71. ANS : A $(1+2\lambda)x + (1-\lambda)y + (1-\lambda) = 0$

ઢાળ $= -\left(\frac{1+2\lambda}{1-\lambda}\right) = 3/2$

$\therefore \lambda = -5$

72. ANS : B Y-અક્ષને સમાંતર રેખા (શિરોબિંદુ) છે.

$\therefore$ Y નો સહગુણક = 0 અને $a+1 \neq 0$

$\therefore a^2 - a + 2 = 0 \Rightarrow a = 2$

73. આપેલી રેખાનું લંબ રેખાનું સમીકરણ $x - y + k = 0$ થશે જે (–5, 4) માંથી પસાર થાય છે

$\therefore$ K = 9 (લંબઅંતર $\sqrt{2}$ છે.)

74. વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે. ધારોકે ચોથા શિરોબિંદુના યામ (a, b) છે.

$$\therefore \left(\frac{1+5}{2}, \frac{7+2}{2}\right) = \left(\frac{a+4}{2}, \frac{b+6}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{a+4}{2}=3 \quad \& \quad \frac{9}{2}=\frac{b+6}{2}$$

$\therefore$ a = 2 and b = 3

$\therefore$ Ans : C

75 $$x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$$

x ને સાપેક્ષ વિકલન કરતાં

$$\frac{2}{3}x^{-1/3}+\frac{2}{3}y^{-1/3}\frac{dy}{dx}=0$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx}=-\frac{y^{1/3}}{x^{1/3}} \quad \therefore$$

$\therefore$ $\left(a/8, a/8\right)$ આગળ સ્પર્શકનું સમીકરણ

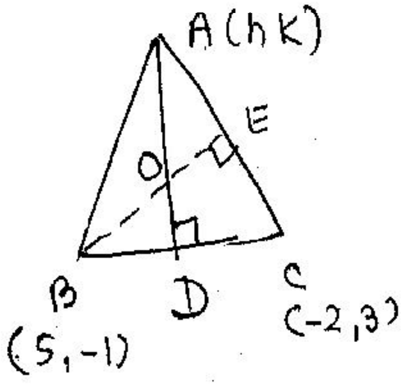
$$y-a/8=-\left(x-a/8\right)\Rightarrow x+y-\frac{a}{4}=0$$

$\therefore$ અંતઃખંડોનો સરવાળો = $\frac{a}{4}+\frac{a}{4}=\frac{a}{2}=2$

$\therefore$ a = 4

Ans : C

76. (B) (–4, –7)



અહીં $\overline{AD}\perp\overline{BC} \Rightarrow \overline{OA}\perp\overline{BC}$

$$\therefore \left(\frac{k-b}{h-b}\right)\left(\frac{4}{-7}\right)=-1$$

$$\Rightarrow 2h=4k \quad \therefore h=2k$$

તથા $\overline{OB}\perp\overline{AC}\Rightarrow$

$$\therefore \left(\frac{k-3}{h+2}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)=-1\Rightarrow 5h-k+13=0$$

$\therefore$ h = – 4 k = –7

77. આપેલી બે રેખાઓનાં ખૂણાઓનો દુભાજક ax + by + p = 0 છે. આ રેખા તથા

$$\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha - p}{1} = \pm\frac{(x\sin\alpha - y\cos\alpha)}{1}$$ સમાન રેખા થશે

$x(\cos\alpha + \sin\alpha) + y(\sin\alpha + \cos\alpha) - p = 0$ } અથવા

$x(\cos\alpha + \sin\alpha) + y(\sin\alpha - \cos\alpha) - p = 0$

બન્ને રેખાઓ પરથી $\frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{a} = \frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{b} = \frac{-p}{p} = -1$

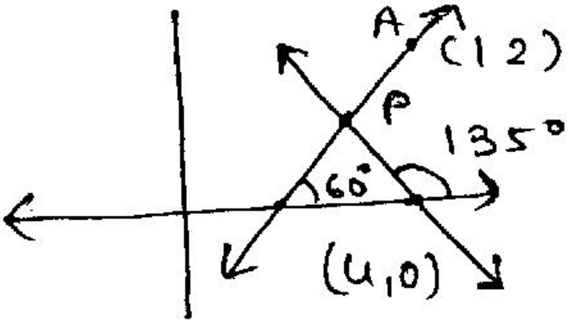
$\therefore$ $\cos\alpha + \sin\alpha = -a$

$\sin\alpha - \cos\alpha = -b$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 2$

Ans : B

78. અહીં $\frac{x-1}{\frac{1}{2}} = \frac{y-2}{\sqrt{3/2}} = r$



$\Rightarrow$ $x = \frac{r}{2} + 1$ $\Rightarrow x + y = 6$

$y = \frac{\sqrt{3}}{2}r + 2$ $\Rightarrow \left(\frac{r}{2} + 1\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}r + 2\right) = 6$

$\therefore$ $r = \frac{6}{\sqrt{3}+1} = 3(\sqrt{3}-1) = AP$

Ans : B

79. (D) $\left(\frac{2}{17}, \frac{8}{17}\right)$

રેખા $ax + by + c = 0$ ને સાપેક્ષ $(x_1\ y_1)$ નું પ્રતિબિંબ $(x_2\ y_2)$ હોય તો

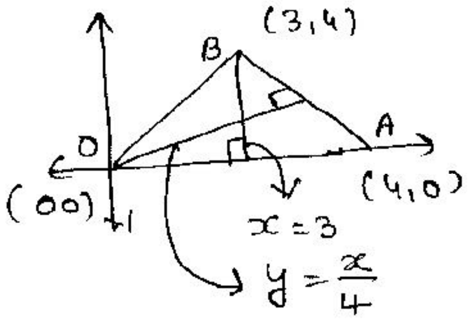
$\frac{x_2 - x_1}{a} = \frac{y_2 - y_1}{b} = -2\left(\frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2}\right)$ પ્રમાણે

$\frac{x_2 - 0}{1} = \frac{y_2 - 0}{4} = \frac{-2(0+0-1)}{17}$

$x_2 = \frac{2}{17}$ $y_2 = \frac{8}{17}$ $\therefore$ પ્રતિબિંબ $\left(\frac{2}{17}, \frac{8}{17}\right)$

Ans : D

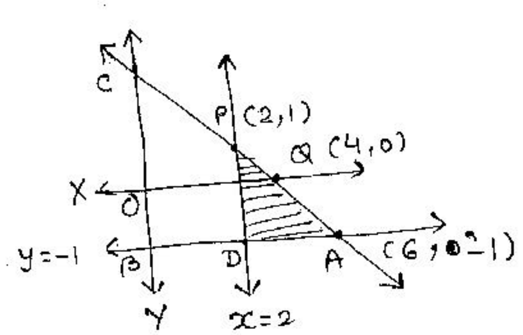
80.



$\therefore \left(3, \frac{3}{4}\right)$ થશે

Ans : C

81. (A)



(4, 0)

કાટકોણ ΔPDP માં

$\overline{PA}$ નું મધ્યબિંદુ પરિકેન્દ્ર થાય તથા $\overline{PA}$ નું મધ્યબિંદુ Q(૪, 0) જે પરિકેન્દ્ર થશે

Ans : A

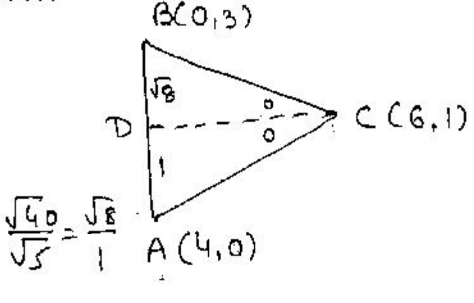
82. (B) સંગામી રેખાઓ

$2b = a + c$

$\therefore a - 2b + c = 0$

$\therefore ax + by + c = 0$ એ બિંદુ $(1, -2)$ માંથી પસાર થાય છે.

83. Δ ABC માં $\angle C$ નો દ્વિભાજક $\overline{BA}$ ને D માં મળે છે.



$$\therefore \quad \frac{BC}{AC} = \frac{BD}{AD} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{8}}{1}$$

$\therefore$ બિંદુ D નાં યામ = $\left(\frac{\sqrt{8}.4 + 1.0}{1 + \sqrt{8}}, \frac{\sqrt{8}.0 + 1.3}{\sqrt{8} + 1}\right)$

$$= \left(\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{8}+1}, \frac{3}{1+\sqrt{8}} \right)$$ તથા C(૬, ૧) છે.

$\therefore \overline{CD}$ નો ઢાળ $= 5\sqrt{2} - 7$

Ans : B

84. (A) ellipse : P(h, k) Q(–2, 0)

$$PA = \frac{2}{3}\left| \frac{h+\frac{9}{2}}{\sqrt{1^2+0^2}} \right| = \frac{2}{3}\left| \frac{2h+9}{2} \right|$$

$$\therefore \sqrt{(h+2)^2+k^2} = \frac{|2h+9|}{3}$$

$\Rightarrow \quad 5x^2 + 9y^2 = 45$

$$\Rightarrow \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

(વ્યાપક સ્વરૂપ) (ઉપવલય)

85. (A) $7y + x - 6 = 0, (-1, 1) \in 3x - 4y + 7 = 0$

અહીં (-૧, ૧) $\in$ ૩x -૪y +૭ = ૦

$$\text{નવી સ્થિતિમાં રેખાનો ઢાળ} = \frac{\frac{3}{4}-1}{1+\frac{3}{4}} = -\frac{1}{7}$$

$\therefore$ માંગેલી રેખાનું સમીકરણ

$$y - 1 = -\frac{1}{7}(x+1)$$

$\Rightarrow \quad 7y + x - 6 = 0$

86. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$

$$\therefore \Delta = \frac{1}{2}(a-b)(b-c)(c-a)$$

$= \frac{1}{2}$ (–2) (–2) (4) = 8 ચો. એકમ

Ans : B

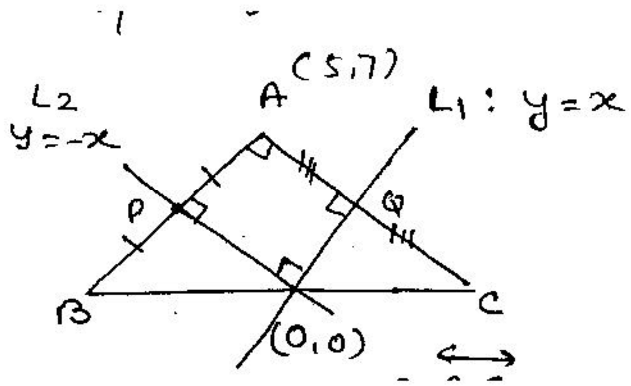
87. Δ નાં શિરોબિંદુઓનાં યામ $\left(-\frac{6}{7}, 2\right), \left(\frac{6}{7}, 2\right)$ અને (૦, ૫) છે.

$\therefore$ Δ નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}|D|$ પ્રમાણે

$\therefore \quad = \frac{18}{7}$ ચો. એકમ

Ans : C

88. (A) 7y = 5x



$\overleftrightarrow{AB}$ નું સમીકરણ

$y - 7 = 1\,(x - 5)$

$\therefore \quad y - x = 2 \quad ......(1)$

તથા $y + x = 0 \quad ......(2)$

સમી. ઉકેલતાં $P(-1, 1)$ થાય

તથા P એ $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore \quad B = (-7, -5)$ થશે

$\overleftrightarrow{BC}$ નું સમીકરણ= $\frac{x+7}{-7-7} = \frac{y+5}{-5-5}$

$\frac{x+7}{-14} = \frac{y+5}{-10} \quad 5x = 7y$

$\overleftrightarrow{AC}$ નું સમીકરણ

$y - 7 = -(x - 5)$

$x + y = 12 \quad .....(3)$

તથા $x - y = 0 \quad .....(4)$

આ સમી. ઉકેલતાં $C = (7, 5)$ મળે છે.

$\therefore \overleftrightarrow{BC}$ નું સમીકરણ : $\frac{x+7}{7+7} = \frac{y+5}{5+5}$

$10x + 70 = 14y + 70$

89. (A) અહીં $\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$ પ્રમાણે

$$1 = \left|\frac{m-2}{1+2m}\right|$$

$\Rightarrow$ $m = -3$ અથવા $m = \frac{1}{3}$

90. (A) $\sqrt{\frac{20}{3}}$

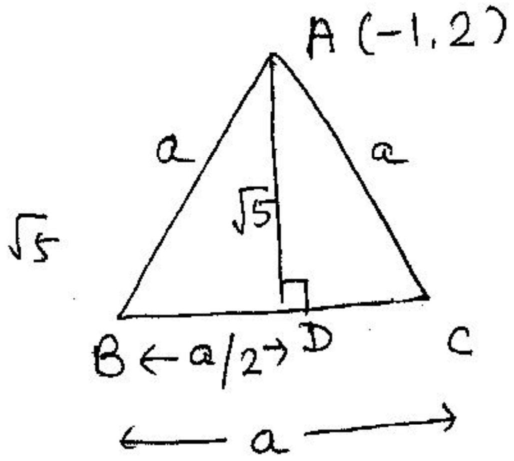
અહીં $AD = \left|\frac{2(-1)-2-1}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}\right| = \sqrt{5}$

$$\tan\beta = \frac{AD}{BD}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{5}}{a/2}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{5}}{a}$$

$\therefore$ $a = \sqrt{\frac{20}{3}}$



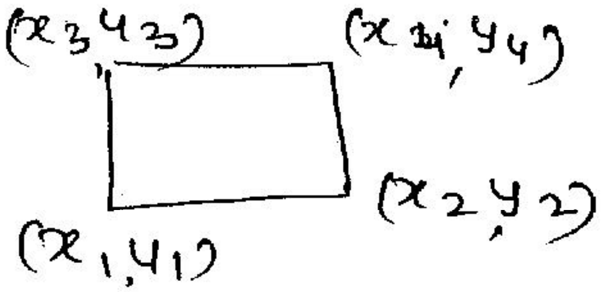
91. (B)

$$x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2 + x_3^2 + y_3^2 + x_4^2 + y_4^2 \le (x_1 + x_3 + x_2x_4 + y_1y_2 + y_3y_4)$$

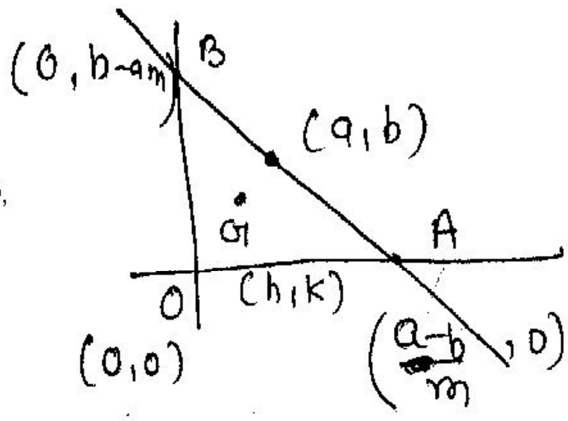
– $(x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_4)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (y_3 - y_4)^2 \le 0$

– $x_1 = x_3$ $y_1 = y_2$

$x_2 = x_4$ $y_3 = y_4$



92. (A) $bx + ay = 3xy$



$\overleftrightarrow{AB}$ નું સમીકરણ

$y - b = m(x - a)$

$\therefore A\left(a - b/_m, 0\right)$, $B(0, b - am)$ તથા $O(O,$

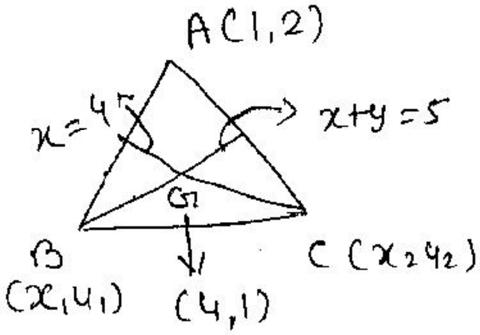
$$G = \left(\frac{a - \frac{b}{m}}{3}, \frac{b - am}{3}\right) = (h, k)$$

$$3h = a - \frac{b}{m}, \qquad 3k = b - am$$

'm' નો લોપ કરતાં $bh + ak - 3hk = 0$ મળે

$\therefore$ વ્યાપક સ્વરૂપે $bx + ay - 3xy = 0$ મળે

93. (B) $\frac{1}{2}, -1$



અહીં $\overline{AB}$ નો ઢાળ = $\overline{BC}$ નો ઢાળ

$$\therefore \frac{2 - 2k - 2k}{k - 1 + k} = \frac{2k - 6 - 3k}{1 - k + k + 4}$$

$\therefore (4k - 6)(2k - 1) + 10(2k - 1) = 0$

$\therefore k = \frac{1}{2}$ અથવા $k = -1$

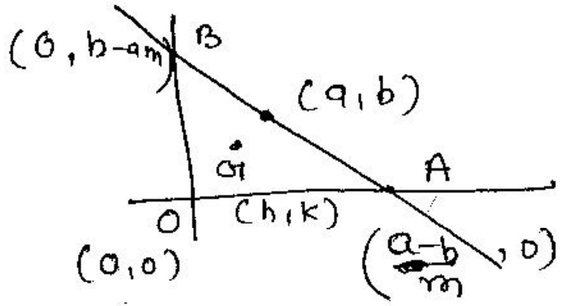
94.. (D) રેખા ℓ_1: $3x - 8y - 7 = 0$ છે.

(i) $(0, -1)$ માટે $\ell_{11} > 0$, $(0, 0)$ માટે $\ell_1 < 0$ $\therefore$ પરસ્પર વિરૂધ્ધ બાજુ

(ii) $(4, -3)$ માટે $\ell_1 > 0$, $(0, 1)$ માટે $\ell_1 < 0$ $\therefore$પરસ્પર વિરૂધ્ધ બાજુ

(iii) $(-3, -4)$ માટે $\ell_1 > 0$, $(1, 2)$ માટે $\ell_1 < 0$ $\therefore$પરસ્પર વિરૂધ્ધ બાજુ

(iv) $(-1, -1)$ માટે $\ell_1 < 0$, $(3, 7)$ માટે $\ell_1 < 0$ $\therefore$ એક જ બાજુએ છે.



95. (A) 4 : 1

$\therefore$ વિભાજન કરતાં બિંદુ P નાં

યામ $= \left(\frac{-2\lambda+1}{\lambda+1}, \frac{3\lambda+2}{\lambda+1}\right)$ આ બિંદુ

રેખા ૩x + ૪y -૭ = ૦ પર છે.

$\therefore \quad 3\left(\frac{-2\lambda+1}{\lambda+1}\right)+4\left(\frac{3\lambda+2}{\lambda+1}\right)-7=0$

$\Rightarrow \quad \lambda = 4$

96. (A) $11x - 3y + 9 = 0$

રેખાનાં સમીકરણો

$3x - 4y + 7 = 0$ &

$-12x - 5y + 2 = 0$ છે.

† ÷î $a_1a_2 + b_1b_2 = -36 + 20 < 0$

$\therefore$ ખૂણાઓનાં દ્વિભાજકનું સમીકરણ

$$\frac{3x-4y+7}{5} = +\frac{-12x-5y+2}{13}$$

$11x - 3y + 9 = 0$

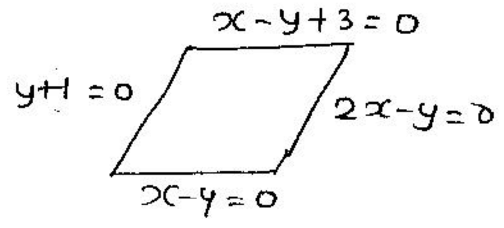
97. (D) $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$

$ax + by + c = 0$

$\Rightarrow \frac{3a}{4} + \frac{b}{2} + c = 0$

$\Rightarrow \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$

98. (B)



સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ

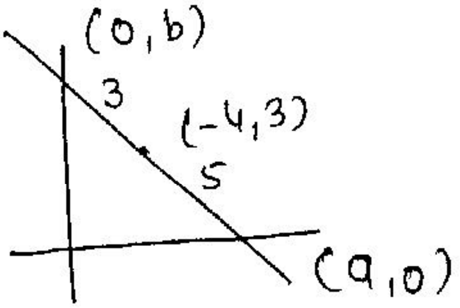
$$= \left|\frac{(3-0)(1-0)}{\begin{vmatrix}2 & -1\\1 & -1\end{vmatrix}}\right| = 3$$

99. (A) $9x - 20y + 96 = 0$

બિંદુ (-૪, ૩) એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી ૫ : ૩ નાં ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$$\frac{3a}{8} = -4 \qquad \Rightarrow \quad a = -\frac{32}{3}$$

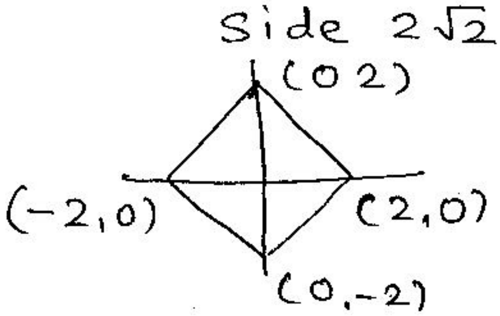
$$\frac{5b}{8} = 3 \qquad \Rightarrow \quad b = \frac{24}{5}$$



$\therefore$ માંગેલ રેખાનું સમીકરણ $\frac{3x}{-32} + \frac{5y}{24} = 1$

$\Rightarrow 9x - 20y + 96 = 0$

100. (A) 8



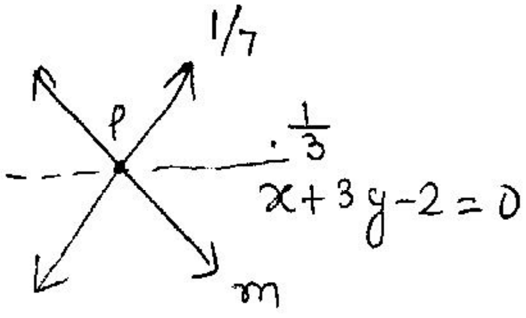
$|x| + |y| = 2$ રેખાઓથી ચોરસ બને છે. તેમની બાજુઓની લંબાઈ $\sqrt{8}$ થશે

$\therefore$ માંગેલ ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{8} \times \sqrt{8} = 8$

101. (C) $5x + 5y = 3$

આપેલી બે રેખાનું છેદબિંદુ $P = \left(-\frac{1}{10}, \frac{7}{10}\right)$ છે. તથા આપેલી વિગત અનુસાર માંગેલી રેખાનો ઢાળ m હોય તો

$$\left[\frac{-\frac{1}{3} - m}{1 - \frac{m}{3}}\right] = \left[\frac{-\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{1 - \frac{1}{21}}\right]$$



$\therefore \quad m = -1$

$\therefore$ માંગેલી રેખાનું સમીકરણ

$$y - \frac{7}{10} = -1\left(x + \frac{1}{10}\right)$$

$\Rightarrow 5x + 5y = 3$

102. (A) $21x + 27y - 121 = 0$

$(-1, 4)$ બિંદુ માટે $\dfrac{3x - 4y + 12}{12x - 5y + 12} > 0$ થાય છે.

$\therefore$ ખૂણાઓનાં દ્વિભાજકનાં સમીકરણ માટે ધન નિશાની લેતાં

$$\frac{3x - 4y + 12}{5} = \frac{12x - 5y + 7}{13}$$

$\therefore$ $21x + 27y - 121 = 0$

103. (B) $x + 7y + 6 \pm 5\sqrt{2} = 0$

ધારો કે રેખાનું સમીકરણ $x + 7y + \lambda = 0$ છે. આ રેખાનું $(1, -1)$ થી અંતર $\left|\dfrac{1 - 7 + \lambda}{\sqrt{50}}\right|$ થાય

પરંતુ આપેલી પક્ષ મુજબ આ અંતર શૂન્ય થાય

$\therefore \left|\dfrac{1 - 7 + \lambda}{\sqrt{50}}\right| = 0$ $\therefore \lambda = 6 \pm 5\sqrt{2}$

104. (A) માંગેલ બિંદુઓ $(3, 1)$, $(-7, 11)$ થશે

રેખા $x + y = 4$ પરનું કોઈ બિંદુ ધારોકે $(t, 4 - t)$ છે. આનું $4x + 3y - 10 = 0$ થી લંબઅંતર 1 છે.

$\therefore$ $\left|\dfrac{4t + 3(4 - t) - 10}{5}\right| = 1$

$\Rightarrow$ $\left|\dfrac{t + 2}{5}\right| = 1$

$\therefore$ $t = 3$ or $t = -7$

105 (D)

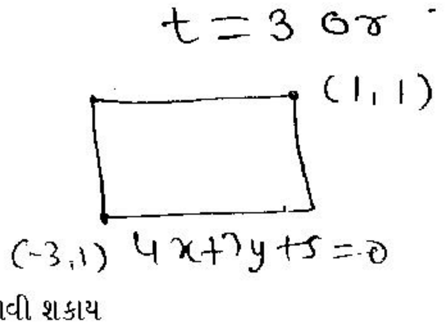
ધારો કે $\overleftrightarrow{BC}$ નું સમીકરણ :

$7x - 4y + \lambda = 0$ વડે છે. (૧, ૧) માંથી પસાર થાય છે.

$7 - 4 + \lambda = 0$

$\therefore$ $\lambda = -3$

$\therefore$ $\lambda = 25$ or $\lambda - 3$



$\overleftrightarrow{BC}$ નું સમીકરણ ૭x -૪y -૩ = ૦ તેજ પ્રમાણે બીજા સમીકરણો મેળવી શકાય

106. (A) $9x - 7y = 1$

રેખાઓ સમીકરણો $\dfrac{3x - 4y - 7}{5} = \pm \dfrac{12x - 5y + 6}{13}$

$\therefore \quad 21x + 27y + 121 = 0 \quad \&$

$99x - 77y - 61 = 0$ મળે છે.

આ રેખાના ઢાળ અનુક્રમે $-\frac{7}{9}$ તથા $\frac{9}{7}$ છે.

બિંદુ (4, 5) માંથી પસાર થતી માંગેલી રેખાના સમીકરણો

$y - 5 = -\frac{7}{9}(x - 4) \quad \Rightarrow \quad 7x + 9y = 73$

તથા $y - 5 = \frac{9}{7}(x - 4) \quad \Rightarrow \quad 9x - 7y = 1$ મળે છે.

107. (C)

$(x_1\ y_1)$ માંથી રેખા $ax + by + c = 0$ પર દોરેલા લંબના લંબપાદ

$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = -\frac{(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$ થાય છે.

$\therefore \quad \frac{\alpha - 0}{3} = \frac{\beta - 0}{4} = \frac{-(-1)}{25}$ \

$\alpha = \frac{3}{25}, \ \beta = \frac{4}{25}$

108. (C) $x^{-2} + y^{-2} = 4p^{-2}$

109. (C)

માંગેલ રેખાનાં સમીકરણો

$\frac{24x + 7y - 20}{25} = \pm \frac{4x - 3y - 2}{5}$

$\Rightarrow \quad 27x + 7y - 20 = 20x - 15y - 10$

$\Rightarrow \quad 4x + 22y - 10 = 0$

$\Rightarrow \quad 2x + 11y - 5 = 0$

110. (B) $y = 2$,

$\sqrt{3}x + y = 0$ રેખા X - અક્ષ સાથે 120° નો ખૂણો બનાવે છે. તથા

$\sqrt{3}x - y = 0$ એ X- અક્ષ સાથે 60° નો ખૂણો બનાવે છે.

$\therefore$ માંગેલ રેખાનું સમીકરણ $y - 2 = 0$ થાય

111. (A)

ΔABC માટે $AB = \sqrt{26}$, $BC = \sqrt{52}$, $CA = \sqrt{26}$

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ તથા $AB = AC$

$\therefore \Delta ABC$ સમદ્વિભૂજ કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

112. (B) $2x + y \pm 5 = 0$,

રેખાનું સમીકરણ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, તથા $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$

$\therefore \quad \frac{2x}{b} + \frac{y}{b} = 1 \qquad \therefore \quad 2x + y - b = 0$

હવે $\sqrt{5} = \frac{|-b|}{\sqrt{5}} \qquad \therefore \quad b = \pm 5 \qquad a = \pm \frac{5}{2}$

$\therefore$ માંગેલ રેખાનું સમીકરણે $\frac{2x}{\pm 5} + \frac{y}{\pm 5} = 1$

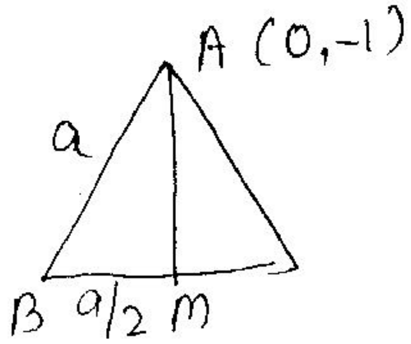
113. (A) $\therefore$ માંગેલી રેખાનું સમીકરણ $2x + y \pm 6 = 0$

રેખા X - અક્ષને(3, 0), (–3, 0) માં છેદે છે. તથા તેનો ઢાળ – 2 છે.

$\therefore \quad y - 0 = -2(x - 3) \qquad y - 0 = -2(x + 3)$

$y + 2x - 6 = 0 \qquad y + 2x + 6 = 0$

114. (A) $\sqrt{3}$



અહીં $AM = \frac{|0-1-2|}{\sqrt{3+1}} = \frac{3}{2}$

$\therefore \Delta$ AMB માટે

$\therefore \quad a^2 = 3$

$\Rightarrow \quad a = \sqrt{3} \ (a > 0)$

115. (A) $A(a_1\ b_1), B(a_2, b_2)$ છે. ધારો કે $P(x, y)$ છે.

$\therefore PA^2 = PB^2$

$\therefore (x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 = (x - a_2)^2 + (y - b_2)^2$

$\therefore 2(a_1 - a_2)x + 2(b_1 - b_2)y + a_2^2 + b_2^2 - a_1^2 - b_1^2 = 0$

$\therefore (a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y + \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2 - a_1^2 - b_1^2) = 0$

અહીં $(a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y + c = 0$ સાથે સરખાવતાં

$c = \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2 - a_1^2 - b_1^2)$

116. (B) ધારો કે $G(\alpha, \beta)$ છે.

$\alpha = \frac{a\cos t + b\sin t + 1}{3} \ \& \ \beta = \frac{a\sin t - b\cos t}{3}$

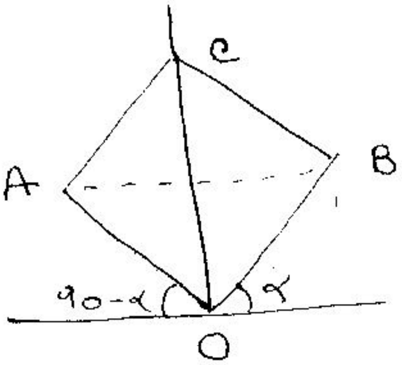
$a\cos t + b\sin t = (3\alpha - 1)$

$a\sin t - b\cos t = 3\beta$

વર્ગ કરી, સરવાળો કરતાં

$a^2 + b^2 = (3\alpha - 1)^2 + (3\beta)^2$

117. (D)



અહીં $A(-a\sin\alpha,\ a\cos\alpha) = A(x_1, y_1)$

$B(a\cos\alpha,\ a\sin\alpha) = B(x_2, y_2)$

(ચોરસની બાજુનું માપ a છે.)

$\therefore \overline{AB}$ નું સમીકરણ

$$\frac{x + a\sin\alpha}{a\cos\alpha + a\sin\alpha} = \frac{y - a\cos\alpha}{a\sin\alpha - a\cos\alpha}$$

$$\therefore a\sin\alpha\, x + a^2\sin^2\alpha - a\cos\alpha - a^2\sin\alpha\cos\alpha$$

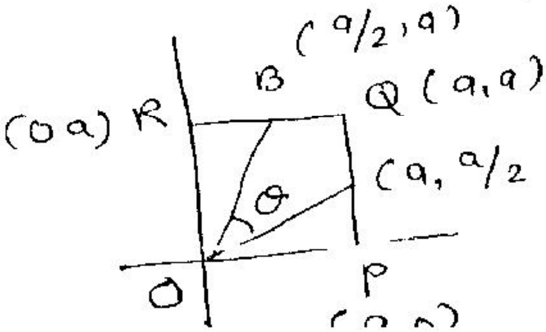
$$= a\cos\alpha\, y - a^2\cos^2\alpha + a\sin\alpha\, y - a^2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\therefore (\sin\alpha - \cos\alpha)x + a = (\cos\alpha + \sin\alpha)y$$

$$\therefore (\cos\alpha - \sin\alpha)x + (\cos\alpha + \sin\alpha)y - a = 0$$

118. (A)

119. (D) $\sin^{-1}\frac{3}{5}$



અહીં $\overline{OA}$ નો ઢાળ $= \frac{1}{2} = m_1$

અહીં $\overline{OB}$ નો ઢાળ = ૨ = m_2

$\overline{OA}$ તથા $\overline{OB}$ વચ્ચેનો ખૂણો θ હોય તો

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{\frac{1}{2} - 2}{1 + \frac{1}{2}\cdot 2}\right| = \tan^{-1} 3/4$$

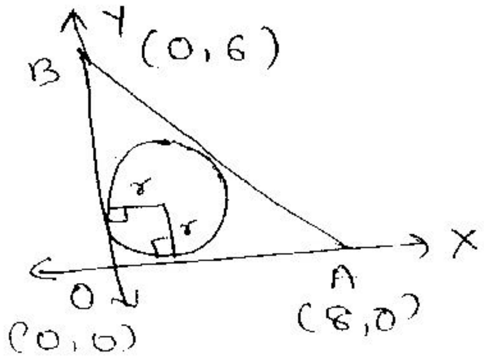
120. (A) $\left(2 + \frac{1}{\sqrt{3}}, 5\right)$

અંતઃકેન્દ્ર = મધ્યકેન્દ્ર થાય

$\therefore$ (AB = BC = CA = 2)

(ΔABC સમભુજ ત્રિકોણ થાય)

121. (B) 2



OA = 8, OB = 6, AB = 10

$$= \frac{\Delta}{S} = \frac{\frac{1}{2} 8 \times 6}{\frac{1}{2}(8+6+10)} = 2$$

122. (A) $7x - 24y + 41 = 0$

ધારો કે માંગેલી રેખાનું સમીકરણ $y - 2 = m(x - 1)$

આ રેખા $3x + 4y - 12 = 0$ અને $3x + 4y - 24 = 0$ ને અનુક્રમે A અને B માં મળે છે.

$$\therefore \quad A = \left(\frac{4+4m}{3+4m}, \frac{6+9m}{3+4m}\right) \; B = \left(\frac{16+4m}{3+4m}, \frac{6+21m}{3+4m}\right)$$

પરંતુ AB = 3 છે.

$\therefore AB^2 = 9$

$$\therefore \quad \left(\frac{12}{3+4m}\right)^2 + \left(\frac{12}{3+4m}\right) = 9$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{7}{24}$$

$\therefore$ માંગેલી રેખાનું સમીકરણ $7x - 24y + 41 = 0$ છે.

123. (A) $2x + 3y = 9$

ધારો કે $C(\alpha, \beta)$ છે.

$\therefore$ મધ્યકેન્દ્ર $G\left(\frac{\alpha}{3}, \frac{\beta - 2}{3}\right)$ થશે

$$\therefore \quad 2\left(\frac{\alpha}{3}\right) + 3\left(\frac{\beta - 2}{3}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \quad 2\alpha + 3\beta = 9$$

$\therefore$ વ્યાપક સ્વરૂપ ૨x + ૩y = ૯ થશે

124. (D)

125. (B) (1, –2)

a, b, c સ્વરિત શ્રેણીમાં છે.

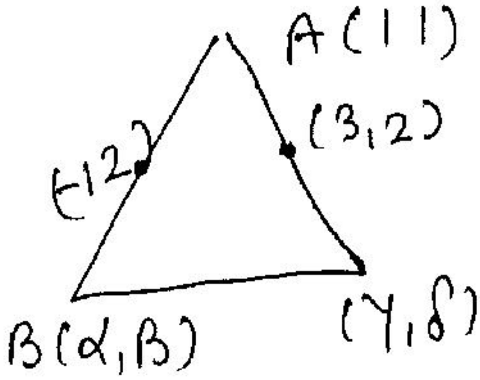
$$\Rightarrow \quad \frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{a} - \frac{2}{b} = -\frac{1}{c}$

$\Rightarrow \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = -\frac{1}{c}$

$\therefore$ તે બિંદુ (1, –2) માંથી પસાર થાય છે.

126. (B) $\left(1, \frac{7}{3}\right)$



$\overline{AC}$ નું મધ્યબિંદુ (૩, ૨) તથા

$\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ (-૧, ૨) છે.

$\gamma + 1 = 6, \quad \delta + 1 = 4$

$\gamma = 5 \quad \delta = 3$

તથા $\alpha + 1 = -2 \quad \beta + 1 = 4$

$\alpha = -3 \quad \beta = 3$

$\therefore$મધ્યકેન્દ્ર $G\left(1, \frac{7}{3}\right)$

127. (D) (–1, –14)

ધારો કેA(4, –12) નું પ્રતિબિંબ $B(x_1, y_1)$ છે.

$\therefore$ $\overline{AB}$ નાં મધ્યબિંદુના યામ $c\left(\frac{x_1+4}{2}, \frac{y_1-13}{2}\right)$ થાય જે $5x + y + 6 = 0$ ઉપર છે.

$\therefore \ 5\left(\frac{x_1 + y}{2}\right) + \frac{y_1 - 13}{2} + 6 = 0$

$\therefore \ 5x_1 + y_1 + 7 = 0$— (1)

હવે ($\times$ નો ઢાળ) $\times$ (5x + y + 6) નો ઢાળ = –1

$\left(\frac{y_1+13}{x_1-4}\right) \times (-5) = -1$

$\therefore \ -5y_1 + x_1 - 69 = 0$— (2)

સમીકરણ (૧) અને (૨) પરથી $x_1 = -1, y_1 = -14$

128. (C)

$$p_1^2 + p_2^2 = \frac{4a^2}{\sec^2\alpha + \mathrm{cosec}^2\alpha} + \frac{a^2\cos^2 2\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

$$= \frac{a^2 4\tan^2\alpha}{(1+\tan^2\alpha)^2} + \frac{a^2\cos^2 2\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

$$= a^2\left(\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}\right)^2 + a^2\cos^2 2\alpha$$

$$= 2 \text{ cosec } 4\alpha$$

$$= a^2$$

હવે $p_1^2 p_2^2 = \frac{1}{4} a^4 \sin^2 4\alpha$

$\therefore$

$$\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_1^2 + p_2^2}{p_1 p_2} = \frac{a^2}{\frac{1}{2}\sin 4\,(a^2)}$$

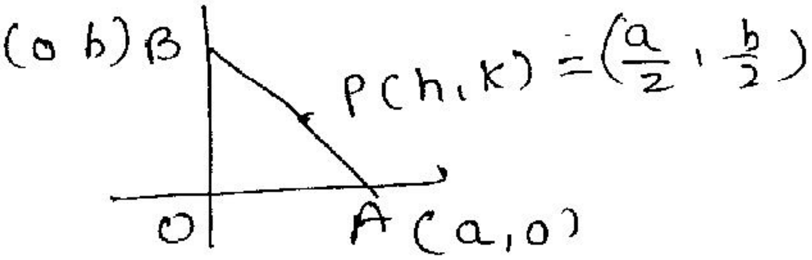
$$= \frac{2}{\sin 4\alpha}$$

$2 \text{ cosec } 4\alpha$

129. (B) $x^2 + y^2 = c^2$

$a = 2h$ તથા

$b = 2k$



$OA^2 + OB^2 = AB^2$

$a^2 + b^2 = 4c^2$

$4h^2 + 4k^2 = 4c^2$

$h^2 + k^2 = c^2$

130. (C) $\frac{1}{3}$

$SA^2 = (3 - 3t^2)^2 + (6t)^2$

$= 9[1 - 2t^2 + t^4 + 4t^2]$

$= 9\,(1 + t^2)^2$

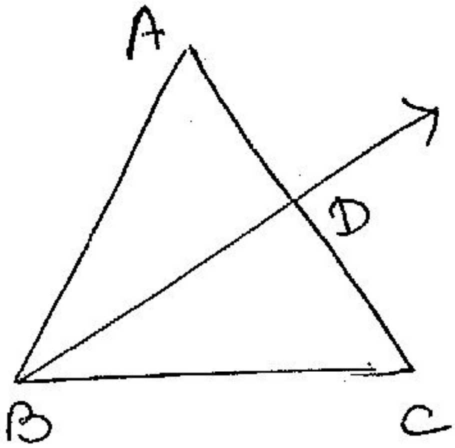
$SB^2 = \left(3 - \frac{3}{t^2}\right)^2 + \left(0 + \frac{6}{t}\right)^2$

$$= 9\left[1 - \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t^4} + \frac{4}{t^2}\right]$$

$$= 9\left(1 + \frac{1}{t^2}\right)^2$$

$$\therefore \quad \frac{1}{SA} + \frac{1}{SB} = \frac{1}{3}$$

131. (B) $\left(\frac{22}{3}, \frac{13}{3}\right)$



$AB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$$\therefore \frac{BC}{BA} = \frac{CD}{DA} = \frac{5}{4}$$

$$\text{D નાં યામ} = \left[\frac{\frac{5}{4}\cdot 6 + 9}{\frac{5}{4}+1}, \frac{\frac{5}{4}\cdot 7 + 1}{\frac{5}{4}+1}\right]$$

$$= \left(\frac{22}{3}, \frac{13}{3}\right)$$

132. (B) $4x + 3y = 24$

અહીં $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

તથા $(3, 4) = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) \quad \therefore\ a = 6,\ b = 8$

$\Rightarrow \quad 6y + 8x = 24$

$\therefore \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$

$\therefore 8x + 6y = 48$

$\therefore 4x + 3y = 24$

133. (B) $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

$y = \frac{x}{2}, x > 0$

$y = 3x, \quad x > 0$

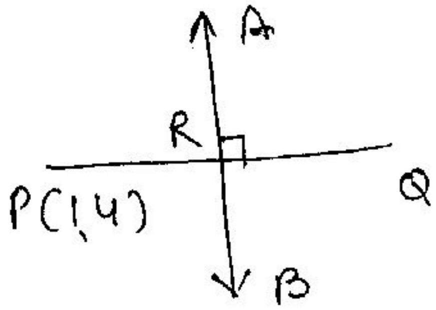
$a^2 - 3a < 0, \quad a^2 - \frac{a}{2} > 0$

– $\frac{1}{2} < a < 3$

134. (C) (–1, 3)

135 (B)

136. (A) (–4)



$\overline{PQ}$ નો ઢાળ= $-\frac{1}{k-1}$

$\therefore \overline{AB}$ નો ઢાળ = $k - 1$

R એ $\overline{PQ}$ નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore \left(\frac{k+1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ થશે

$\overleftrightarrow{AB}$ નું સમીકરણ $\quad \therefore y - \frac{7}{2} = (k-1)\left(x - \frac{k+1}{2}\right)$

x = 0 & y = - 4 લેતાં

$k^2 = 16 \quad \therefore \quad k = \pm 4 \qquad k = -4$

137. (B) $\left(\frac{27}{2}, 2\right)$

અહીં તથા A - B - C છે. $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ B એ $\overline{AC}$ નું A તરફથી 3 : 2 નાં ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$$(6, 2) = \left(\frac{\frac{3}{2}(1) + x}{\frac{3}{2} + 1}, \frac{\frac{3}{2}(2) + y}{\frac{3}{2} + 1}\right)$$

$\therefore \quad x = \frac{27}{2} \quad \& \quad y = 2$

138. (A)

રેખાનું સમીકરણ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \therefore$

માટે $\frac{4}{a} + \frac{3}{b} = 1$ તથા $a + b = 1$

$\therefore \quad \frac{4}{a} + \frac{3}{-1-a} = 1$

$\therefore \quad a = \pm 2$

$\therefore \quad a = 2 \Rightarrow b = -3$

$a = -2 \Rightarrow b = 1$

139. (B) $x - 2y + 4 = 0$ $\quad c_1 > 0$ $\quad a_1a_2 + b_1b_2 > 0$

$4x - 3y + 2 = 0$ $\quad c_2 < 0$

$\therefore$ ખૂણાનાં દ્વિભાજકનું સમીકરણ

$$\frac{x - 2y + 4}{\sqrt{5}} = \frac{4x - 3y + 2}{5}$$

$\therefore x(4 - \sqrt{5}) + y(2\sqrt{5} - 3) + (2 - 4\sqrt{5}) = 0$

140. રેખાનું સમીકરણ નીચે મુજબ લખી શકાય

$\frac{4}{b}x + y\frac{3}{b} + 1 - y = 0$ (a, b, c > 0 તથા a, b, c સ્વરિત શ્રેણીનાં છે.)

$\frac{1}{b}(4x + 3y) + 1 - y = 0$

$\therefore$આ રેખાઓનું છેદબિંદુ $\left(-\frac{3}{4}, 1\right)$ મળે છે.

તથા રેખાનું સમી. $y - 1 = \pm 1\left(x + \frac{3}{4}\right)$

$y + x = \frac{1}{4}, \quad y - x = \frac{7}{4},$

Ans : (A) અને (D)

141. (B) $5x + y - 2 = 0$

$3x - 2y = 0$ તથા $5x + y - 2 = 0$ નું છેદબિંદુ $\left(\frac{4}{13}, \frac{6}{13}\right)$

છે. રેખા X - અક્ષ સાથે $\tan^{-1}(-5)$માપનો ખૂણો બનાવે છે. $\therefore \tan\theta = -5$

$\therefore$ માંગેલ રેકાનું સમીકરણ

$$y - \frac{6}{13} = -5\left(x - \frac{4}{13}\right)$$

$\Rightarrow \quad 5x + y - 2 = 0$

142. (B) $\sqrt{3}x + y = 1$ ને લંબરેખાનું વ્યાપક સમીકરણ

$x - \sqrt{3}y + k = 0$ છે. $\quad \therefore m_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\tan\alpha = \frac{\left|\frac{1}{\sqrt{3}} - 0\right|}{|1 - 0|} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$\therefore$ y - અક્ષની ધન દિશા સાતે બનતો ખૂણો = $\left|\frac{\pi}{2} - \alpha\right| = \left|\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right| = \frac{\pi}{3}$

143. (B) (5, 9)

અહીં, $P(a, b) \in \overleftrightarrow{AB}$

$\therefore \quad a = 3t - 1 \qquad b = 4t + 1$

$a + b = 14 \qquad \Rightarrow t = 2$

$\therefore \quad a = 5 \ , \ b = 9$

144. (A) આપેલી રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર છે.

$\therefore m_1 = m_2$

$$\therefore p\left(p^2 + 1\right) = -\frac{\left(p^2 + 1\right)^2}{p^2 + 1}$$

$\Rightarrow \quad p\left(p^2 + 1\right)^2 = -\left(p^2 + 1\right)^2$

$\Rightarrow \quad p = -1$

145. (C) $\frac{23}{\sqrt{17}}$

રેખા L^1 : $\frac{x}{5}+\frac{y}{b}=1$ એ (13, 22) માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore \quad \frac{13}{5}+\frac{32}{b}=1 \quad \Rightarrow \quad b=-20$

$\therefore$ રેખા L_1 નું સમીકરણ $\frac{x}{5}+\frac{y}{-20}=1$

$\Rightarrow 4x-y-20=0 \qquad .....(1)$

L_1 એ રેખા L_2 : $\frac{x}{c}+\frac{y}{3}=1$ ને સમાંતર છે.

$\therefore \qquad \Rightarrow \quad c=-\frac{3}{4}$

$\therefore$ L_2 રેખાનું સમીકરણ $4x-y+3=0$ ..... (2) ....(2)

$\therefore$ L_1 & L_2 રેખાનું વચ્ચેનું સમીકરણ = $23/\sqrt{17}$

146. (2) $(1, \infty)$

147. (D)

$P=(-\sin(\beta-\alpha), -\cos\beta)=(x_1, y_1)$

$Q=(\cos(\beta-\alpha), \sin\beta)=(x_2\ y_2)$

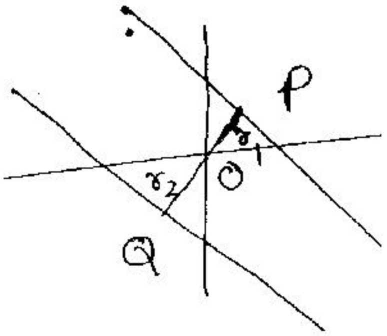
$R=(x_2\cos\theta+x_1\sin\beta, y_2\cos\beta+y_1\sin\beta)$

$\therefore \quad T \equiv \left(\frac{x_2\cos\theta+x_1\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}, \frac{y_2\cos\theta+y_1\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}\right)$

$\therefore$ P, Q, T સમરેખ છે.

$\therefore$ P, Q ,R સમરેખ નથી

148. (B) 3 : 4



ધારો કે $(r_1\cos\theta, r_1\sin\theta)$ એ $4x+2y=9$ પર છે.

$\therefore \quad r_1=\frac{9}{4\cos\theta+2\sin\theta}$

તથા ધારો કે $(-r_2\cos\theta, -r_2\sin\theta)$ એ

$2x+y+6=0$ પર છે.

$\therefore \quad r_2 = \dfrac{6}{2\cos\theta + \sin\theta}$

$\therefore \quad \dfrac{OP}{OQ} = \dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{3}{4}$

149. (C) -3 $\quad f(x) = x^2 + bx - b$

$f'(x) = 2x + b$

$f'(1) = 2 + b$

$\therefore$ (1, 1) બિંદુ આગળ સ્પર્શકનું સમીકરણ

$y - 1 = (2 + b)(x - 1)$

$\therefore \dfrac{y}{2+b} - \dfrac{1}{2+b} = x - 1$

$\therefore \dfrac{x}{\frac{1+b}{2+b}} - \dfrac{y}{(1+b)} = 1$

$\therefore OA = \dfrac{1+b}{2+b}$ તથા $OB = -(1+b)$

હવે Δ નું ક્ષેત્રફળ $= \dfrac{1}{2}(OA)(OB) = 2$ (પક્ષ)

$\Rightarrow \quad (1+b)^2 = 4(2+b)$

$\Rightarrow \quad b = -3$

150. (D) $\dfrac{1}{|m-n|}$

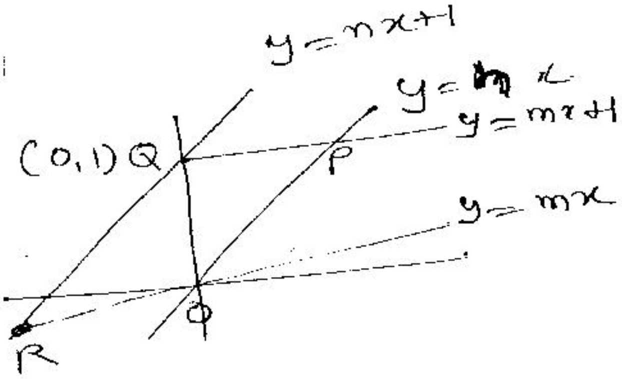
બિંદુ P ના યામ

$\left(\dfrac{1}{n-m}, \dfrac{n}{n-m}\right)$ થશે

$\therefore \square^m$ OPQR નું ક્ષેત્રફળ $= 2 \times \Delta$ OPQ નું ક્ષેત્રફળ

$$= 2 \times \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{n-m} & \frac{n}{n-m} & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{|n-m|}$$



151. (D) $2x + 9y + 7 = 0$

Q (6, –1) અને R(7, 3) નું થશે. P માંથી પસાર થતી મધ્યગાનો ઢાળ

∴માંગેલી રેખાનું સમીકરણ

$$y + 1 = -\frac{2}{9}(x - 1)$$

$$\therefore 2x + 9y + 7 = 0$$

152. (C) $\angle ORQ = \pi/2$

∴ $\overline{RP}$ નો ઢાળ × $\overline{RQ}$ નો ઢાળ = –1

$$\therefore \quad \frac{y-1}{x-3} \times \frac{5-1}{6-3} = -1 \quad - \quad 3x + 4y = 13 \text{ ......(1)}$$

ΔRPQ નું ક્ષેત્રફળ = 7 છે.

$$\therefore \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 6 & 5 & 1 \end{vmatrix} = \pm 7$$

∴ $3y - 4x = 5$ અથવા $3y - 4x = -23$ .....(2)

સમીકરણ (૧) અને (૨) ને ઉકેલતાં બે બિંદુઓ મળે

153. (A) $y - 3x + 9 = 0$ & $3y + x - 3 = 0$

વિકર્ણ x = ૨y પર બિંદુ (3, 0) નથી

ધારો કે (3, 0) માંથી પસાર થતી રેખાનો ઢાળ m છે.

∴ રેખાનું સમીકરણ

$y - 0 = m(x - 3)$ અને બીજી બાજુનું સમીકરણ $x = 2$ થશે

હવે $\tan\frac{\pi}{4} = \pm\frac{m - 1/2}{1 + m/2}$ – $m = 3, \frac{-1}{3}$

154. (B)

આપેલ ત્રિકોણ એ કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

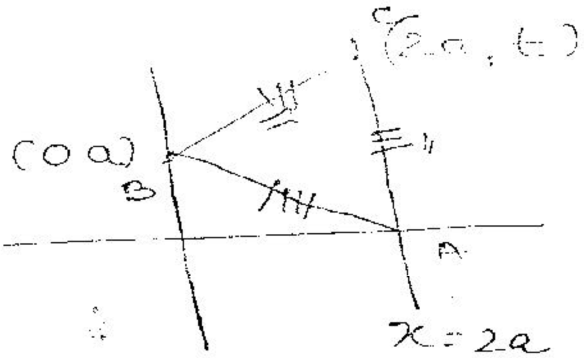
∴ માંગેલ બિંદુ $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ થશે

155.

$AC = BC = t$

$$\therefore \quad t = \frac{5a}{2}$$

$\therefore$ ત્રીજા શિરોબિંદુના યામ $C\left(2a, \frac{5a}{2}\right)$



$\therefore \Delta$ નું ક્ષેત્રફળ $= \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2a & 5a/2 & 1 \\ 2a & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{vmatrix}$

$= \pm\frac{5}{2}a^2$ ચોરસ એકમ

156. (B) $\sqrt{3}x + y \pm 10 = 0$

આપેલી રેખા પર ઉગમબિંદુ માંથી દોરેલ લંબની લંબાઈ ધારો કે p છે.

$\therefore$રેખાનું વ્યાપક સમીકરણ $x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = p$

$\therefore \sqrt{3}x + y = 2p$

આ રેખા અક્ષોને $A\left(2p/\sqrt{3}, 0\right)$ અને $B(0, 2p)$ માં મળે છે.

$\therefore \quad \Delta OAP$ નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\left(\frac{2p}{\sqrt{3}}\right) \cdot 2p = \frac{2p^2}{\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}}$.

$\therefore \quad p = \pm 5,$

$\therefore$માંગેલ રેખાનું સમીકરણ

$\sqrt{3}x + y = \pm 10$ છે.

157. (C) 1

રેખાઓ સંગામી છે.

$$\therefore \quad \begin{vmatrix} 1 & a & a \\ b & 1 & b \\ c & c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \quad abc\begin{vmatrix} 1/a & 1 & 1 \\ 1 & 1/b & 1 \\ 1 & 1 & 1/c \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \quad abc\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & 1 \\ 1-\frac{1}{a} & \frac{1}{b}-1 & 0 \\ 1-\frac{1}{a} & 0 & \frac{1}{c}-1 \end{vmatrix} = 0$$

$$R_3 \to R_3 - R_1$$

$$R_2 \to R_2 - R_1$$

$$\Rightarrow \quad abc\left[\frac{1}{a}\left(\frac{1}{b}-1\right)\left(\frac{1}{c}-1\right)+\left(\frac{1}{a}-1\right)\left(\frac{1}{b}-1\right)-\left(\frac{1}{c}-1\right)\left(1-\frac{1}{a}\right)\right]=0$$

$$\Rightarrow \quad (1-b)(1-c)+c(1-a)(1-b)+b(1-c)(1-c)(1-a)=0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{1-a}+\frac{c}{1-c}+\frac{b}{1-b}=0$$

$$\Rightarrow \quad 1+\frac{a}{1-a}+\frac{b}{1-a}+\frac{c}{1-c}=0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{a}{1-a}+\frac{b}{1-b}+\frac{c}{1-c}=1$$

158. (C) $14x + 25y - 40 = 0$

$x - y + 5 = 0$ ને લંબરેખાનું સમીકરણ

ધારો કે $x + y + c_1 = 0$ છે. જે $A(1, -2)$ માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore \quad c_1 = 1$

$\overleftrightarrow{AB}$ નું સમીકરણ $x + y + 1 = 0$

ધારો કે $B(h, k)$ છે. $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ $\left(\frac{h+1}{2}, \frac{k-2}{2}\right)$

જે $\overline{AB}$ પર છે. તથા તેનાં લંબદ્વિભાજક પર છે.

$$\therefore \quad \frac{h+1}{2}+\frac{k-2}{2}+1=0 \quad \& \quad \frac{h+1}{2}-\frac{k-2}{2}+5=0$$

$\therefore \quad$ B ના યામ $(-7, 6)$ થશે તેજ પ્રમાણે

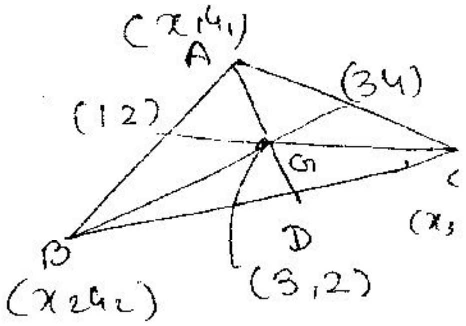
$\overline{AC}$ માટે $C\left(\frac{11}{5}, \frac{2}{5}\right)$ થશે

$\therefore \quad \overleftrightarrow{BC}$ નું સમીકરણ : $y - 6 = \dfrac{\frac{2}{5} - 6}{\frac{11}{5} + 7}(x + 7)$

$\therefore 14x + 23y - 40 = 0$

159. (A) (a) $(2x + y = 4)$ (B) (b) $(5, 0)$ C(c) $6\sqrt{2}$

ધારો કે $D = (\alpha, \beta)$ છે.



$\therefore \dfrac{\alpha + 1 + 3}{3} = 3 \quad \Rightarrow \alpha = 5,$

$\dfrac{\beta + 2 + 4}{3} = 2 \qquad \Rightarrow \beta = 0$

$\therefore D = (5, 0)$ થશે

$\dfrac{x_1 + x_2}{2} = 1 \quad \dfrac{x_2 + x_3}{2} = 5 \ \& \ \dfrac{x_3 + x_1}{2} = 3$

$\dfrac{y_1 + y_2}{2} = 2 \quad \dfrac{y_2 + y_3}{2} = 0 \ \& \ \dfrac{y_1 + y_3}{2} = 4$

$\therefore \quad A = (-1, 6) \qquad B = (3, -2) \qquad C = (7, 2)$

$\overleftrightarrow{AB}$ નું સમીકરણ : $2x + y = 4$

તથા A માંથી દોરેલ વેધની લંબાઈ

$= \dfrac{2 \times \Delta ABC}{BC} = 6\sqrt{2}$

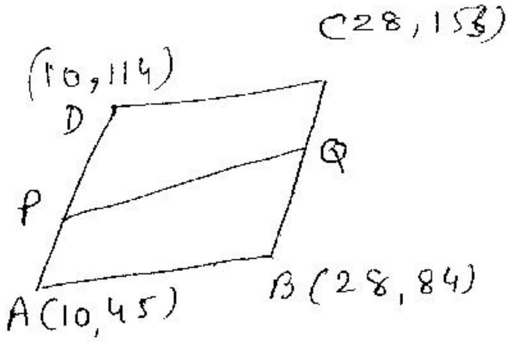
જવાબ : A (a) : $2x+y = 4$

B (b) : $(5, 0)$

C (c) : $6\sqrt{2}$

160. (B) $\dfrac{99}{19}$

$AP = CQ = x$



$\therefore \dfrac{45 + x}{10} = \dfrac{153 - x}{28}$

$\therefore x = \dfrac{135}{19}$

તથા $\overline{PQ}$ નો ઢાળ $= \dfrac{45 + \frac{135}{19}}{10} - = \dfrac{99}{19}$

161. (C) $2\sqrt{2}$

રેખાઓ સંગામી છે.

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & 0 & -a-m \\ 0 & 1 & 2 \\ m & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow m^2 + am + 2 = 0 \quad m \in R$

$\therefore \Delta \geq 0 \quad \therefore a^2 \geq 8$

$\therefore |a| \geq 2\sqrt{2}$

162. (A)

èíWEW

1	B	35	D	69	A
2	C	36	A	70	C
3	C	37	D	71	A
4	B	38	A	72	B
5	D	39	D		
6	A	40	D		
7	C	41	D		
8	C	42	C		
9	A	43	C		
10	B	44	A		
11	B	45	A		
12	C	46	C		
13	B	47	A		
14	A	48	A		
15	D	49	D		
16	C	50	B		
17	B	51	B		
18	A	52	C		
19	B	53	B		
20	B	54	D		
21	D	55	A		
22	A	56	C		
23	C	57	C		
24	C	58	A		
25	B	59	C		
26	D	60	D		
27	C	61	C		
28	B	62	A		
29	A	63	B		
30	C	64	A		
31	B	65	D		
32	B	66	B		
33	B	67	A		
34	A	68	C		

èíŴËŴ

73	c	101	c	129	b	157	c
74	c	102	a	130	c	158	c
75	c	103	b	131	b	159	a&b&c
76	b	104	a	132	b	160	b
77	b	105	d	133	b	161	c
78	b	106	a	134	c	162	a
79	d	107	c	135	a		
80	c	108	c	136	a		
81	a	109	c	137	b		
82	b	110	b	138	a		
83	b	111	a	139	b		
84	a	112	b	140	a&d		
85	a	113	a	141	b		
86	b	114	a	142	b		
87	c	115	a	143	b		
88	a	116	b	144	a		
89	a	117	d	145	c		
90	a	118	a	146	b		
91	b	119	d	147	d		
92	a	120	a	148	b		
93	b	121	b	149	c		
94	d	122	a	150	b		
95	a	123	a	151	d		
96	a	124	b	152	c		
97	d	125	b	153	a		
98	b	126	b	154	b		
99	a	127	d	155	b		
100	a	128	c	156	b		

†i`ÏÜ - 11

રેખા, રેખાઓ, વર્તુળ અને શાંકવો

અગત્યના મુદ્દા

1. (h, k)કેન્દ્ર અને r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનું કાર્તેઝિય સમીકરણ

   $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ છે.

2. તેના પ્રચલ સમીકરણો :

   $x=h+r\cos\theta,$

   $y=k+r\sin\theta,\ \theta\in(-\pi,\pi]$

3. $A(x_1,y_1)$ અને $B(x_2,y_2)$ વ્યાસાંત બિંદુવાળા વર્તુળનું સમીકરણ $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$ છે.

4. વ્યાપક સ્વરૂપે વર્તુળ દર્શાવે તે માટેની જરૂરી શરતો :

   $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ છે. તેનું કેન્દ્ર (-g, -f) અને ત્રિજ્યા $r=\sqrt{g^2+f^2-c}$ છે.

5. સમીકરણ, વર્તુળ દર્શાવે તે માટેની જરૂરી શરતો :

   $\rightarrow$ x^2 નો સહગુણક $=y^2$ નો સહગુણક $\neq 0$

   $\rightarrow$ xy નો સહગુણક શૂન્ય હોવો જોઈએ.

   $\rightarrow$ $g^2+f^2-c>0$ હોવું જોઈએ.

6. વર્તુળ $x^2+y^2=r^2$ અને રેખા ax+by+c=0, $a^2+b^2\neq 0$ ના છેદગણની ચર્ચા :

   $\rightarrow$ જો $r^2=\dfrac{c^2}{a^2+b^2}$ તો રેખા, વર્તુળને માત્ર એક જ બિંદુમાં છેદે અર્થાત્ સ્પર્શ.

   $\rightarrow$જો $r^2>\dfrac{c^2}{a^2+b^2}$ તો રેખા, વર્તુળને બે ભિન્ન બિંદુમાં છેદે.

   $\rightarrow$જો $r^2<\dfrac{c^2}{a^2+b^2}$ તો રેખા, વર્તુળ ને છેદે નહીં.

7. સમતલમાં વર્તુળને સાપેક્ષ બિંદુનું સ્થાનઃ બિંદુ $P(x_1,y_1)$ નું વર્તુળ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ ને સાપેક્ષ સ્થાન નક્કી કરવા માટે,

   જો $x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c=0$ તો P બિંદુ વર્તુળ ઉપર છે.

   જો $x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c<0$ તો P બિંદુ વર્તુળની અંદર છે.

   અને જો $x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c>0$ તો P બિંદુ વર્તુળની બહાર છે.

8. જો બે વર્તુળો $s_1 = 0$ અને $s_2 = 0$ પરસ્પર બે ભિન્ન બિંદુમાં છેદે તો તેમની સામાન્ય જીવાને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ $s_1 - s_2 = 0$ છે. જેને $2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)\ y + (c_1 - c_2) = 0$ સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય.

9. બે ભિન્ન વર્તુળો $s_1 = 0$ અને $s_2 = 0$ ના છેદબિંદુમાંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ $s_1 + \lambda s_2 = 0$ સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય. જ્યાં $s_2 = 0$ એ માગેલ વર્તુળ નથી. $\lambda \in R$.

10. વર્તુળ $s : x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ અને રેખા $t : \ell x + my + n = 0$ ના છેદબિંદુમાંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ $s + \lambda t = 0$ સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય. જ્યાં $\lambda \in R$.

11. વર્તુળ $x^2 + y^2 = r^2$ પરનાં $P(x_1, y_1)$ બિંદુએ સ્પર્શનું સમીકરણ $xx_1 + yy_1 = r^2$ છે.

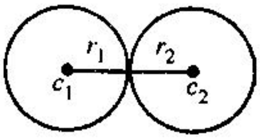
12. રેખા y=mx+c એ વર્તુળ $x^2 + y^2 = r^2$ ને સ્પર્શે તેની શરત $c^2 = r^2(1 + m^2)$ છે. તથા સ્પર્શબિંદુના યામ $\left(\frac{-mr^2}{c}, \frac{r^2}{c}\right)$ છે.

13. વર્તુળ $x^2 + y^2 = r^2$ પરનાં $P(x_1, y_1)$ માંથી વર્તુળને દોરેલા m ઢાળવાળા સ્પર્શકો

$y = mx \pm r\sqrt{1 + m^2}$ છે.

14. વર્તુળ $x^2 + y^2 = r^2$ ના બહારના બિંદુમાંથી $p(x_1, y_1)$ માંથી વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકની લંબાઈ $= \sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2 - r^2}$ છે.

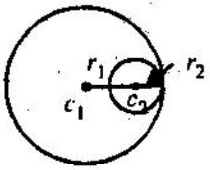
15. સમતલમાં બે વર્તુળો વચ્ચેનાં સંબંધો :



$c_1c_2 = r_1 + r_2$

$\Leftrightarrow$ વર્તુળો બહારથી સ્પર્શે.

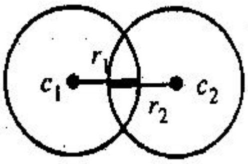
$c_1c_2 < r_1 + r_2$



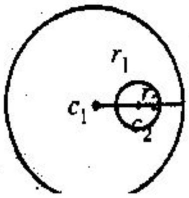
$\Leftrightarrow$ વર્તુળો બે ભિન્ન બિંદુમાં છેદે.

i.e. $|r_1 - r_2| < c_1c_2 < r_1 + r_2$

$\Leftrightarrow$ વર્તુળો બે ભિન્ન બિંદુમાં છેદે.



$\Leftrightarrow$ વર્તુળો પરસ્પર છેદે નહીં.



$c_1c_2 < |r_1 - r_2|$

$\Leftrightarrow$ એક વર્તુળ, બીજા વર્તુળની અંદર છે.

16. વર્તુળ $x^2+y^2=r^2$ નાં કેન્દ્ર (0, 0) થી રેખા ax+by+c=0 નું લંબઅંતર P હોય તો

લંબઅંતર $p=r \Rightarrow$ રેખા વર્તુળને સ્પર્શે.

$p<r \Rightarrow$ રેખા વર્તુળને બે ભિન્ન બિંદુમાં છેદે.

$p>r \Rightarrow$ રેખા વર્તુળને છેદે નહીં.

17. જો વર્તુળ માત્ર એક જ અક્ષને સ્પર્શે તો કેન્દ્ર (h, k) ધારો.
18. જો વર્તુળ બંને અક્ષોને સ્પર્શે તો ત્રિજ્યા r ધારો.
19. જો વર્તુળ X- અક્ષને સ્પર્શે તો ત્રિજ્યા = |કેન્દ્રનો y - યામ|
20. જો વર્તુળ Y- અક્ષને સ્પર્શે તો ત્રિજ્યા = |કેન્દ્રનો x - યામ|
21. જો વર્તુળ બંને અક્ષોને સ્પર્શે તો ત્રિજ્યા = |કેન્દ્રનો x - યામ| = |કેન્દ્રનો y - યામ|
22. વર્તુળ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ દ્વારા

X-અક્ષ પર કપાયેલ જીવાની લંબાઈ $=2\sqrt{g^2-c}$

Y-અક્ષ પર કપાયેલ જીવાની લંબાઈ $=2\sqrt{f^2-c}$

23. વર્તુળો $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$ અને $(x-b)^2+(y-a)^2=c^2$ ની સામાન્ય જીવાની લંબાઈ

$=\sqrt{4c^2-2(a-b)^2}$.

24. વર્તુળો $x^2+y^2+2gx+c^2=0$ અને $x^2+y^2+2fy+c^2=0$ ની સામાન્ય જીવાની લંબાઈ

$$=2.\sqrt{\frac{(g^2-c^2)(f^2+c^2)}{g^2+f^2}}$$

25. કોઈ P(x, y) બિંદુમાંથી વર્તુળ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ પરનાં બિંદુ $A(x_1, y_1)$ નું

મહત્તમ અંતર = r + CP

અને ન્યૂનતમ અંતર $=|r-CP|$ થાય. જ્યાં C કેન્દ્ર અને r ત્રિજ્યા છે.

26. વર્તુળ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

પરનાબિંદુ $P(x_1,y_1)$ આગળના સ્પર્શકનું સમીકરણ:

$xx_1+yy_1+(x_1+x)g+(y_1+y)f+c=0$

પરવલય

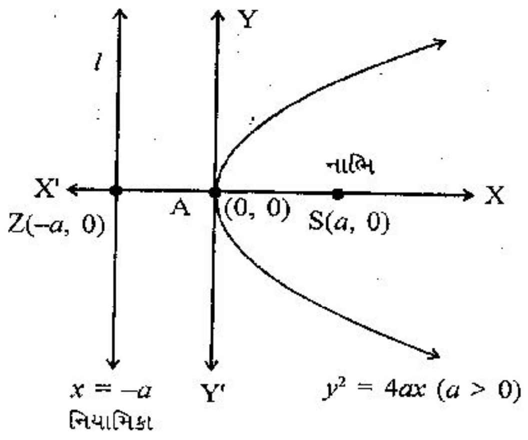
- R^2 સમતલમાં, નિશ્ચિત બિંદુથી અને નિશ્ચિત રેખાથી જેમનાં અંતરોનો ગુણોત્તર અચળ (e) રહેતો હોય તો તેવા તમામ બિંદુઓનાં ગણને શાંકવ કહેવાય.

  જો e = 1 તો તે શાંકવ એટલે પરવલય.

  જો e < 1 તો તે શાંકવ એટલે ઉપવલય.

  જો e > 1 તો તે શાંકવ એટલે અતિવલય.

1. પરવલયનું પ્રમાણિત સમીકરણ : $y^2 = 4ax, a \neq 0$ છે.



→ પ્રચલ સમીકરણો : $x = at^2, y = 2at, t \neq 0$ તથા પ્રચલ બિંદુ t-બિંદુ $(at^2, 2at)$ છે.

→ નાભિ s(a, 0), નિયામિકાનું સમીકરણ x=-a છે.

→ નાભિલંબની લંબાઈ = 4|a|, નાભિલંબના અંત્યબિંદુઓ $(a, \pm 2a)$ છે.

→ પરવલય પરનાં $p(x_1, y_1)$ બિંદુએ સ્પર્શકનું સમીકરણ $yy_1 = 2a(x + x_1)$ છે.

→ પરવલયનાં ઊગમબિંદુ આગળનો સ્પર્શક Y - અક્ષ છે.

→ રેખા y = mx + c એ પરવલયને સ્પર્શે તે માટેની જરૂરી શરત : છે. $c = \frac{a}{m}, m \neq 0$ તથા સ્પર્શબિંદુ $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$ છે.

→ પરવલય $y^2 = 4ax$ નો m ઢાળવાળા સ્પર્શનું સમીકરણ :

$y = mx + \frac{a}{m}, m \neq 0$ છે.

$\rightarrow$ પરવલય પરનાં t - બિંદુએ સ્પર્શનું સમીકરણ :

$y = \frac{1}{t}x + at,\ t \neq 0$ છે.

$\rightarrow$ પરવલય $y^2 = 4ax$ અને $p(x_1, y_1)$ માટે,

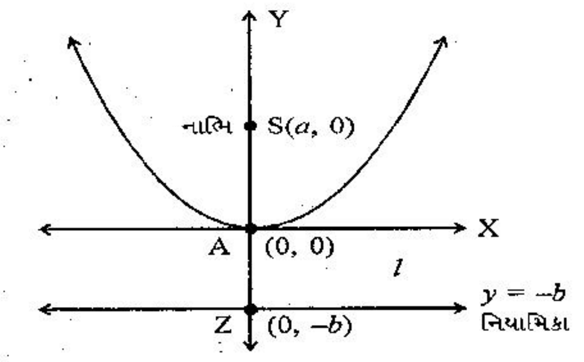
જો ${y_1}^2 - 4ax_1 > 0$ તો બે સ્પર્શક મળે.

જો ${y_1}^2 - 4ax_1 = 0$ તો એક જ સ્પર્શક મળે.

જો ${y_1}^2 - 4ax_1 < 0$ તો સ્પર્શક ન મળે.

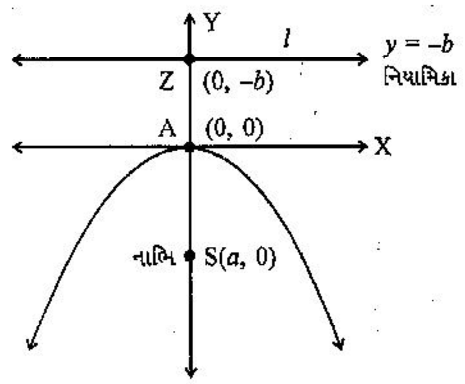
2. $x^2 = 4by, b \neq 0$ માટે,

$b > 0$



$x^2 = 4by\ (b > 0)$

$b < 0$



$x^2 = 4by\ (b < 0)$

→ નાભિ S(0, b) નિયામિકાનું સમીકરણ y = -b છે.

→ નાભિલંબની લંબાઈ = 4 | b |, નાભિલંબનાં અંત્યબિંદુઓ $(\pm 2b, b)$

→ પરવલય $x^2 = 4by$ નો m ઢાળવાળો સ્પર્શક

$y = mx - bm^2$ છે.

3. પરવલયની નાભિજીવાનાં અંત્યબિંદુઓ $P(t_1)$ અને $Q(t_2)$ હોય તો $t_1 \cdot t_2 = -1$ થાય.

4. જો પરવલય $y^2 = 4ax$ નાં કોઈ બિંદુ P આગળનો સ્પર્શક X - અક્ષને T માં છેદે તો SP=ST થાય. જ્યાં S-નાભિ.

5. પરવલયની નાભિજીવાનાં અંત્યબિંદુઓએ દોરેલા સ્પર્શકો નિયામિકા પર કાટખૂણે છેદે છે.

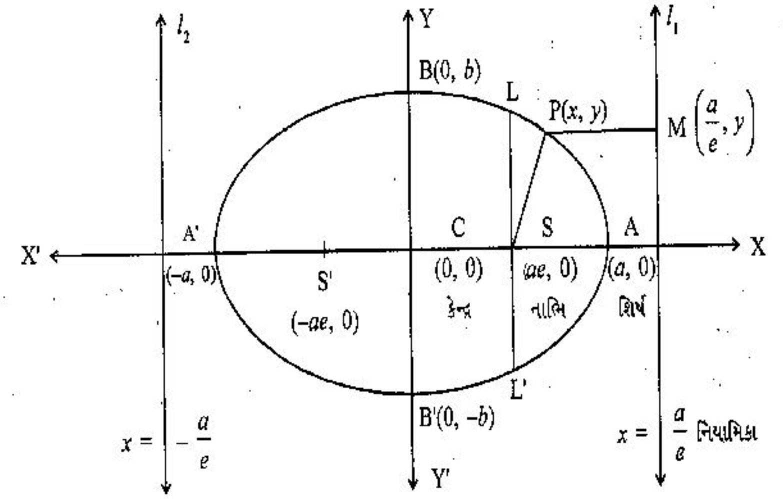
6. પરવલય $y^2 = 4ax$ માટે S - નાભિ અને $\overline{PQ}$ નાભિજીવા હોય તો $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SQ} = \frac{1}{|a|}$ થાય.

7. પરવલયની નાભિમાંથી કોઈ પણ સ્પર્શક પરનાં લંબનો પાદ એ શિરોબિંદુ આગળનાં સ્પર્શક પર આવેલો છે.

8. પરવલયની કોઈ જીવાનાં અંત્યબિંદુઓ $p(t_1)$ અને $Q(t_2)$ આગળ દોરેલા સ્પર્શકોનું છેદબિંદુ $(a\,t_1\,t_2, a(t_1 + t_2))$ છે.

9. પરવલય $y^2 = 4ax$ પરનાં બિંદુ $P(x_1, y_1)$ તથા નાભિ S માટે, SP માટે, $SP = |x_1 + a|$ થાય.

ઉપવલય



1. ઉપવલયનું પ્રમાણિત સમી. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ જ્યાં $a > b$

$\therefore X-$ અક્ષ પ્રધાનાક્ષ થશે.

$\rightarrow$ $b^2 = a^2(1-e^2)$ માંથી e મળે.

$\rightarrow$ A(a, 0), A'(-a, 0), B(0, b), B'(0, -b) શિર્ષબિંદુઓ છે.

$\rightarrow$ નાભિઓ S(ae, 0) S'(-ae, 0).

$\rightarrow$ નાભિલંબની લંબાઈ $=\frac{2b^2}{a}$

$\rightarrow$ નિયામિકાના સમીકરણ : $x=\pm\frac{a}{e}$

$\rightarrow$ પ્રધાનાક્ષની લંબાઈ $= 2a = AA'$

ગૌણાક્ષની લંબાઈ $= 2b = BB'$

$\rightarrow$ નાભિલંબના અંત્યબિંદુઓ $\left(\pm ae, \pm\frac{b^2}{a}\right)$ છે.

$\rightarrow$ કેન્દ્ર C(0, 0).

2. R^2 માં, નિશ્ચિત બિંદુથી અને નિશ્ચિત રેખાથી જેમના અંતરોનો ગુણોત્તર અચળ e નું મૂલ્ય 1 કરતાં ઓછો રહેતો હોય તો તેવા તમામ બિંદુઓના ગણને ઉપવલય કહેવાય.

3. ઉપવલય પ્રચલ સમી. $x = a\cos\theta, y = b\sin\theta, \theta \in (-\pi, \pi]$ છે.

તથા પ્રચલ બ્દુિ (θ - બિંદુ) $= (a\cos\theta, b\sin\theta)$ છે.

4. ઉપવલય પરના $p(x_1, y_1)$ બિંદુએ સ્પર્શનું સમીકરણ : $\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$ છે.

5. $y = mx + c(c \neq 0)$ એ ઉપવલયને સ્પર્શે તેની શરત $c^2 = a^2m^2 + b^2$ તથા સ્પર્શબિંદુ $\left(\frac{-a^2m}{c}, \frac{b^2}{c}\right)$ છે.

6. ઉપવલયનો m ઢાળવાળો સ્પર્શક

$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ છે.

7. ઉપવલય પરનાં θ બિંદુએ સ્પર્શકનું સમી.

$\frac{x}{a}\cos\theta + \frac{y}{b}\sin\theta = 1$ છે.

8. ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ને સાપેક્ષ $P(x_1, y_1)$ નું સ્થાનઃ

જો $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}-1>0$ તો P બિંદુ ઉપવલયની બહાર છે.

જો $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}-1=0$ તો P બિંદુ પર ઉપવલય પર છે.

જો $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}-1<0$ તો P બિંદુ ઉપવલયની અંદર છે.

9. બિંદુ $P(x_1, y_1)$ માંથી ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ને મળતા સ્પર્શકો:

જો $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}-1>0$ તો બે સ્પર્શકો મળે.

જો $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}-1=0$ તો એક જ સ્પર્શક મળે.

જો $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}-1<0$ તો એક પણ સ્પર્શક ન મળે.

10. ઉપવલયની નાભિઓ S અને S' હોય તથા ગૌણાક્ષના અંત્યબિંદુ B અને B' હોય તો $SB = S'B = a$ તથા $SB' = S'B' = a$ થાય.

11. ઉપવલયની નાભિ S અને પ્રધાનાક્ષમાં અંત્યબિંદુઓ A અને A' હોય તો $AS \cdot A'S = b^2$.

12. ઉપવલયના કોઈ બિંદુ P આગળ સ્પર્શકને લંબરેખા એ $\angle SAS'$ નો દ્વિભાજક છે.

13. ઉપવલયનું સહાયકવૃત્ત :

‹ ÆÍëÇÚÜÃäÜ ÆÃßÍÃäÜßÃäÝ ÑÜßÙÜ´ ÜÒß åèÙ‰¹ ÜßåÜÜ¡ÜÜßÃäk ÆÍëÇÚÜÃäßÒ÷ ÜÛÜ ¡ÜÛÜ' ÷ å" å ¡ åa > b ´Üåk ÆÍëÇÚÜÃäÜ ÒÜ÷ ÜÛÜ ¡ÜÛÃäßÒÜÜß $x^2 + y^2 = a^2$ થાય.

ધારોકે $p(a\cos\theta, b\sin\theta)$ એ ઉપવલય પરનું કોઈ બિંદુ છે. $\overline{PN} \perp X$ - અક્ષ દોરો. જો $\overrightarrow{NP}$ એ સહાયકવૃત્તને Q માં છેદે તો $\angle QCN$ ને ઉપવલયનાં બિંદુ P નો ઉત્કેન્દ્રિકોણ કહે છે. આમ, ઉપવલય પરના બિંદુ P નો ઉત્કેન્દ્રિકોણનું માપ θ હોય તો P ના યામ $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ થાય. જ્યાં $\theta \in (-\pi, \pi]$.

જો $0<\theta<\pi$ હોય, તો Q એ X- અક્ષનાં ઉપરનાં અર્ધતલમાં તથા જો $-\pi<\theta<0$ હોય, તો X-અક્ષનાં નીચેનાં અર્ધતલમાં મળે.

14. ઉપવલયનું નિયામિકાવૃત્ત : સમતલમાં એવા બિંદુઓનો ગણ કે જેમાંથી ઉપવલયને દોરેલા બંને સ્પર્શકો પરસ્પર કાટખૂણે હોય તથા તે વર્તુળના સમી. $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ નું સમાધાન કરતા હોય તો તેવા તમામ બિંદુઓના ગણને નિયામિકાવૃત્ત કહેવાય.

$\therefore$ નિયામિકાવૃત્તનું સમીકરણ: $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ થાય.

15. નાભિ S અને S' માંથી ઉપવલય પરના બિંદુ p આગળના સ્પર્શકોને દોરેલ લંબના પાદ અનુક્રમે L અને L' હોય,

તો $SL \cdot S'L' = b^2$ થાય.

16. S અને S' ઉપવલયની નાભિઓ હોય તથા P(x, y) પરવલય પરનું કોઈ બિંદુ હોય તો $|SP + S'P| = 2a$ થાય.
જ્યાં $SP = |a - ex|, S'P = |a + ex|$ છે.

17. ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, જ્યાં $a < b$

$\therefore$ Y - અક્ષ પ્રધાનાક્ષ થશે.

$\rightarrow$ $a^2 = b^2(1 - e^2)$ માંથી e મળે.

$\rightarrow$ A(a, 0), A' (-a, 0), B(0, b), B'(0, -b) શિર્ષબિંદુઓ છે.

$\rightarrow$ નાભિઓ S(0, be), S' (0, -be).

$\rightarrow$ નાભિલંબની લંબાઈ $= \frac{2a^2}{b}$

$\rightarrow$ નિયામિકાના સમી. $y = \pm \frac{b}{e}$.

$\rightarrow$ પ્રધાનાક્ષની લંબાઈ $= 2b = BB'$

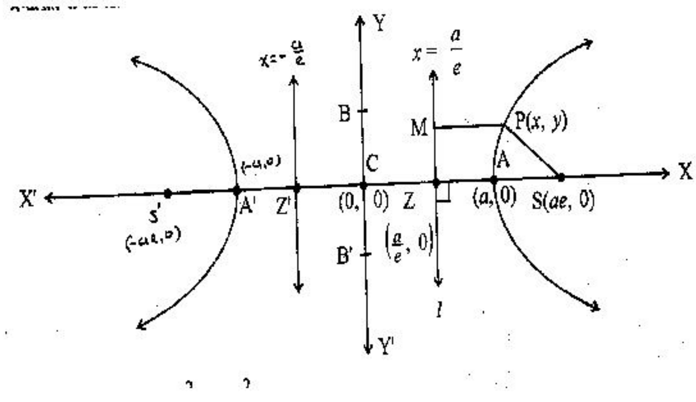
ગૌણાક્ષની લંબાઈ $= 2a = AA'$

$\rightarrow$ નાભિલંબના અંત્યબિંદુઓ : $\left(\pm \frac{b^2}{a}, \pm be\right)$

$\rightarrow$ કેન્દ્ર C(0, 0).

†Ý´ÜíÜêÜÑÜ

1. અતિવલય પ્રચલ સમીકરણ : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ માટે



→ $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$એ X- અક્ષ પરત્વે સંમિત છે. i.e. પ્રધાનઅક્ષ X -અક્ષ.

→ $b^2=a^2(e^2-1)$ માંથી e મળે.

→ નાભિઓ $(\pm ae, 0)$.

→ નિયામિકાના સમીકરણ : $x=\pm\frac{a}{e}$.

→ નાભિલંબની લંબાઈ $=\frac{2b^2}{a}$

→ પ્રધાનાક્ષની લંબાઈ =2a

→ નાભિલંબના અંત્યબિંદુઓ :

$\left(ae, \pm\frac{b^2}{a}\right), \left(-ae, \pm\frac{b^2}{a}\right)$ છે.

2. અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ના પ્રચલ સમી. $x=a\sec\theta$,

$y=b\tan\theta, \theta\in(-\pi,\pi]-\left\{\pm\frac{\pi}{2}\right\}$

3. y = mx + c રેખા અતિવલયને સ્પર્શે તેની શરત :

$c^2=a^2m^2-b^2$ છે. તથા સ્પર્શબિંદુના યામ

$\left(\frac{-ma^2}{c}, \frac{-b^2}{c}\right)$ છે. $c\neq 0$.

4. અતિવલયનો m ઢાળવાળો સ્પર્શક :

$y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$ છે.

5. અતિવલય પરના $p(x_1, y_1)$ બિંદુએ સ્પર્શકનું સમીકરણ :

$\frac{xx_1}{a^2}-\frac{yy_1}{b^2}=1$ છે.

6. બિંદુ $P(x_1, y_1)$ માંથી અતિવલયને વધુમાં વધુ બે સ્પર્શકો દોરી શકાય.

7. અતિવલયના θ બિંદુએ સ્પર્શકનું સમીકરણ :

$\frac{x}{a}\sec\theta-\frac{y}{b}\tan\theta=1$

8. અતિવલય પરનું બિંદુ p(x, y) હોય તથા S અને S' નાભિઓ હોય તો $|SP - S'P| = 2a$ થાય. જ્યાં $SP = |ex - a|, S'P = |ex + a|$.

9. $SL \cdot S'L' = b^2$, જ્યાં L અને L' સ્પર્શક પરના લંબપાદ છે.

10. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ નું સહાયકવૃત્ત સમી.: $x^2 + y^2 = a^2$, નિયામિકાવૃત્ત : $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$.

11. $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ નું સહાયકવૃત્તનું સમી. : $x^2 + y^2 = b^2$,

નિયામિકાવૃત : $x^2 + y^2 = b^2 - a^2$.

12. અતિવલય $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ માટે,

→ $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$એ Y -અક્ષ પરત્વે સંમિત.

→ $a^2 = b^2.(e^2 - 1)$ માંથી e મળે.

→ નાભિઓ $(0, \pm be)$

→ નિયામિકાના સમીકરણ : $y = \pm \frac{b}{e}$.

→ નાભિલંબની લંબાઈ $= \frac{2a^2}{b}$

→ પ્રધાનાક્ષની લંબાઈ = 2b

→ નાભિલંબના અંત્યબિંદુઓ :

$\left(\pm \frac{a^2}{b}, be\right), \left(\pm \frac{a^2}{b}, -be\right)$ છે.

13. લંબાતિવલય

14. વક્રનો અનંત સ્પર્શક :

વક્ર y=f(x) માટે રેખા y=mx+c એવી મળે કે જેથી

$\lim_{|x| \to \infty} |f(x) - (mx + c)| = 0$ થાય તો રેખા y=mx+c એ વક્ર y =f(x) નો અનંત સ્પર્શક કહેવાય.

15. અતિવલય $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ના અનંત સ્પર્શકો $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x$ છે. તથા તેના બે અનંત સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ

$2\tan^{-1}\frac{b}{a}$ છે.

16. લંબાતિવલય $x^2 - y^2 = a^2$ ના બે અનંત સ્પર્શકો x - y = 0 અને x + y = 0 છે.

ÆÜpÜ ËÜÃ `

1. વર્તુળ $x^2+y^2(1-m)x+my+5=0$ ની ત્રિજ્યા 5 કરતાં વધારે ન હોય તો m = ________ : $m \in N$

   (A) 20 (B) 18 (C) 8 (D) 24

2. વર્તુળ $x^2+y^2-6x-10y+\alpha=0$ અક્ષોને સ્પર્શતું કે છેદતું ન હોય અને બિંદુ (1, 4) એ વર્તુળના અંદરના ભાગમાં હોય તો α નો વિસ્તાર = ________.

   (A) (0, 25) (B) (5, 29] (C) (25, 29] (D) (9, 25]

3. વર્તુળો $(x\pm1)^2+(y\pm1)^2=1$ ને સ્પર્શતું નાનામાં નાના વર્તુળનું સમીકરણ ________ છે.

   (A) $x^2+y^2=3-\sqrt{2}$ (B) $x^2+y^2=5-2\sqrt{2}$

   (C) $x^2+y^2=6-2\sqrt{2}$ (D) $x^2+y^2=3-2\sqrt{2}$

4. બે વર્તુળો $(x-1)^2+(y-3)^2=a^2$ અને $x^2+y^2-8x+2y+8=0$ બે ભિન્ન બિંદુમાં છેદે તો ________.

   (A) $2 < a < 8$ (B) $a > 2$ (C) $a < 2$ (D) $a = 2$

5. વર્તુળ $x^2+y^2=12$ પર તેના વર્તુળ $x^2+y^2-5x+3y-2=0$ સાથેના છેદબિંદુઓમાંથી દોરેલા સ્પર્શકોનું છેદબિંદુ ________ થાય.

   (A) (6, -6) (B) $\left(6, 18/5\right)$ (C) $\left(6\frac{\pi}{2}-18/5\right)$ (D) $\left(-6, -18/5\right)$

6. વર્તુળ $x^2+y^2=4$ પરના બે બિંદુઓ A અને B માંથી દોરેલા સ્પર્શકો બિંદુ P(-4, 0) માં છેદે છે. જો O(0, 0) હોયતો, ચતુષ્કોણ PAOB નું ક્ષેત્રફળ ________ છે.

   (A) $4\sqrt{3}$ (B) 4 (C) $6\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{3}$

7. બિંદુઓ(5, 2), (5, -2) અને (1, 2)માંથી પસાર થતા વર્તુળની ત્રિજ્યા ________ છે.

   (A) $2\sqrt{5}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $5\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

8. રેખા $x\sin\theta - y\cos\theta = k$ વર્તુળ $x^2+y^2=k^2$ ને સ્પર્શે તો ________.

   (A) $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (B) $\theta \in [0, \pi]$

   (C) $\theta \in [-\pi, \pi]$ (D) કોઈ પણ ખૂણો θ

9. વર્તુળ પરના બિંદુઓ A(-3, 4), B(5, 4), C અને D લંબચોરસ બનાવે છે. વર્તુળના વ્યાસને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ x - 4x + 7 = 0 હોય તો લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ ________ થાય.

   (A) 32 ચોરસ એકમ (B) 16 ચોરસ એકમ

   (C) 64 ચોરસ એકમ (D) 8 ચોરસ એકમ

10. બિંદુ C એ વર્તુળ $x^2+y^2-2x-4y-20=0$ નું કેન્દ્ર હોય અને વર્તુળ પરના બિંદુઓ A(1, 7) અને B(4, -2) પરથી દોરેલા સ્પર્શકો બિંદુ D આગળ છેદે છે. તો ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ ________ થાય.

(A) 150 ચોરસ એકમ (B) 100 ચોરસ એકમ

(C) 75 ચોરસ એકમ (D) 50 ચોરસ એકમ

11. વર્તુળ $x^2+y^2-4x-4y+4=0$ એ ત્રિકોણને અંદરથી સ્પર્શે છે. તે પૈકી બે બાજુઓ બે અક્ષો હોય તો આ ત્રિકોણના પરિકેન્દ્રોના બિંદુગણનું સમીકરણ $x+y-xy+k\sqrt{x^2+y^2}=0$ હોય તો K = ________.

(A) 0 (B) ± 1 (C) 2 (D) ± 3

12. વર્તુળ $x^2+y^2-2x+4y+3=0$ માં અંતર્ગત ચોરસની બાજુઓ અક્ષોને સમાંતર હોય તો, ચોરસનું એક સમાંતર હોય તો, ચોરસનું એક શિરોબિંદુ ________ છે.

(A) $\left(1+\sqrt{2},-2\right)$ (B) $\left(1-\sqrt{2},-2\right)$ (C) $\left(1,-2+\sqrt{2}\right)$ (D) $\left(1+\sqrt{2},-2+\sqrt{2}\right)$

13. સમીકરણ $\frac{m(x+1)^2}{3}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$ વર્તુળ દર્શાવે તો m = ________.

(A) 0 (B) $3/4$ (C) $-3/4$ (D) 1

14. વર્તુળ $x^2+y^2-2\alpha x-\alpha y+\alpha^2=0$ એ

(A) ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થાય (B) ફક્ત X-અક્ષને સ્પર્શે છે.

(C) ફક્ત Y-અક્ષને સ્પર્શે છે. (D) બંને અક્ષોને સ્પર્શે છે.

15. રેખા $(x+g)\cos\alpha+(y+f)\sin\alpha=k$ વર્તુળ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ ને સ્પર્શે તો

(A) $g^2+f^2=c+k^2$ (B) $g^2+f^2=c^2+k^2$

(C) $g^2+f^2=c-k^2$ (D) $g^2+f^2=c^2-k^2$

16. એવા વર્તુળનું કેન્દ્ર શોધો કે જે (0, 0) અને (1, 0) માંથી પસાર થાય છે. અને વર્તુળ $x^2+y^2=9$ ને સ્પર્શે છે.

(A) $\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$

17. વર્તુળો $x^2+y^2=4$ અને $x^2+y^2-6x-8y-24=0$ ના સામાન્ય સ્પર્શકોની સંખ્યા ________ છે.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) આ પૈકી એકપણ નહી.

18. સંકર સંખ્યાઓ $z=x+iy$, $z_1=1+2i$ માટે $|z-z_1|=5$ હોય તેવી સંકર સંખ્યાઓનો ગણ દર્શાવતુ સમીકરણ ________ છે.

(A) $x^2+y^2-2x-4y-20=0$ (B) $x^2+y^2+2x-4y-20=0$

(C) $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ (D) $x^2+y^2+2x+4y+20=0$

19. X- અક્ષને તથા $x^2+(y-1)^2=1$ ને બહારથી સ્પર્શતા વર્તુળોના કેન્દ્રના બિંદુગણનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $\{(x, y): x^2 = 4y\} \cup \{(x, y): y \le 0\}$

(B) $\{(x, y): x^2+(y-1)^2 = 4\} \cup \{(x, y): y \le 0\}$

(C) $\{(x, y): x^2 = y\} \cup \{(0, y): y \le 0\}$

(D) $\{(x, y): x^2 = 4y\} \cup \{(0, y): y \le 0\}$

20. વર્તુળ $x^2+y^2=5$ પરના બિંદુ(1, -2) પરથી દોરેલા સ્પર્શક, વર્તુળ $x^2+y^2-8x+6y+20=0$ ને સ્પર્શ તો સ્પર્શબિંદુના યામ ________.

(A) (3, 1) (B) (3, -1) (C) (-3, -1) (D) (-3, 1)

21. ચાર બિંદુઓ (1, 0), (0, 1), (0, 0) અને (2a, 3a) વર્તુળ પર આવેલા હોય તો ________.

(A) ફક્ત એક જ કિંમત $a \in (0, 1)$ (B) $a > 2$

(C) $a > 0$ (D) $a \in (1, 2)$

22. વર્તુળ $x^2+y^2=4$ પરના બિંદુઓ $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$ અને $(2\cos(\theta+60^\circ), 2\sin(\theta+60^\circ))$ ને જોડતી જીવાની લંબાઈ ________ છે.

(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16

23. બે બિંદુઓને સમાવતા રેખાના સમીકરણો $x^2-8x+12=0$ અને $y^2-14y+45=0$ થી ચોરસ બનાવેલ છે. વર્તુળ, ચોરસની અંદર ચારેબાજુને સ્પર્શ તો વર્તુળનું કેન્દ્ર = ________ છે.

(A) (6, 5) (B) (5, 6) (C) (7, 4) (D) (4, 7)

24. (2, 1) કેન્દ્રવાળા અને વર્તુળ $x^2+y^2-2x-6y+6=0$ નો વ્યાસ માંગેલ વર્તુળની જીવા હોય તે વર્તુળની ત્રિજ્યા ________ છે.

(A) 3 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{2}$

25. રેખાઓ 2x-3y-5=0 અને 3x-4y-7=0 વર્તુળના વ્યાસને સમાવતી હોય અને વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ 154 ચોરસ એકમ હોય તો વર્તુળનું સમીકરણ ________ થાય.

(A) $x^2+y^2+2x-2y-62=0$ (B) $x^2+y^2+2x-2y-47=0$

(C) $x^2+y^2-2x+2y-47=0$ (D) $x^2+y^2-2x+2y-62=0$

26. વક્રો $y^2=8x$ અને xy=-1 નું સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ ________ થાય.

(A) 9x-3y+2=0 (B) 2x-y+1=0 (C) x-2y+8=0 (D) x-y+2 =0

27. પરવલયો $y^2=x$ અને $x^2=y$ ને સમાવતી સામાન્ય જીવાની લંબાઈ ________ છે.

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

28. જો રેખા $y=a-x$, પરવલય $x^2=x-y$ ને સ્પર્શ તો a = ________.

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

29. રેખા $x-1=0$ એ પરવલય $y^2-kx+8=0$ ની નિયામિકા હોય તો k ની કિંમત થાય.

(A) 4 (B) $1/8$ (C) $1/4$ (D) 8

30. બિંદુ M એ પરવલય પરના બિંદુ P થી નિયામિકા પરનો લંબપાદ હોય અને SPM એ સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવે તો SP = ________. (જ્યાં S નાભિ છે.)

(A) 8a (B) 2a (C) 3a (D) 4a

31. પરવલય $y^2=4ax$ ની જીવા AB, પરવલયના અક્ષને C બિંદુએ છેદે છે. જો $A=(at_1^2, 2at_1)B(at_2^2, 2at_2)$ અને AB:AC = 3:1 હોય તો

(A) $t_2=2t_1$ (B) $t_1+2t_2=0$ (C) $t_2+2t_1=0$ (D) $t_1-2t_2=0$

32. $y^2=4bx$ અને $x^2=4by$ ના સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ ________ છે.

(A) x+y+b=0 (B) x-y+b=0 (C) x-y-b=0 (D) x+y-b=0

33. $y^2=4x$ નો સ્પર્શક અને રેખા x-y-1=0 છેદે તો બંને વચ્ચેનો ખૂણો ________ થાય.

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

34. બિંદુ(1, 4)માંથી પરવલય $y^2=4x$ પર દોરેલા સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો ________ છે.

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

35. રેખા x-y+1=0 અને વક્ર $x=y^2$ વચ્ચેનું ન્યૂનતમ અંતર ________ છે.

(A) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{8}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

36. બિંદુ P(1, 0) અને બિંદુ Q એ પરવલય $y^2=8x$ ના બિંદુગણ પર હોય તો $\overline{PQ}$ ના બિંદુગણનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $y^2+4x+2=0$ (B) $y^2-4x+2=0$

(C) $x^2-4y+2=0$ (D) $x^2+4y+2=0$

37. પરવલય $y^2=4ax$ પરના બિંદુઓ $(at_1^{\,2}, 2at_1)$ અને $(at_2^{\,2}, 2at_2)$ પરથી દોરેલા સ્પર્શકો, પરવલયની અક્ષ પર છેદે છે તો

(A) $t_1t_2=-1$ (B) $t_1t_2=1$ (C) $t_1=t_2$ (D) $t_1+t_2=0$

38. પરવલય $x^2-8x+2y+7=0$ ના નાભિના યામ ________ છે.

(A) $\left(-4, \frac{-9}{2}\right)$ (B) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(4, \frac{9}{2}\right)$ (D) $(4, 4)$

39. પરવલય $y^2 = 4x$ ના નાભિ લંબના અંત્યબિંદુઓથી દોરેલા સ્પર્શકોનું છેદબિંદુ ________ છે.

(A) (-1, 0) (B) (1, 0) (C) (0, 0) (D) (0, 1)

40. રેખા y=1-x એ વક્ર $y^2 - y + x = 0$ ને સ્પર્શે છે તો સ્પર્શબિંદુના યામ ________ છે.

(A) (0, 1) (B) (1, 0) (C) (1, 1) (D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

41. રેખા $y = c$ એ પરવલય $y^2 = 4ax$ નો સ્પર્શક હોય તો C = ________.

(A) a (B) 0 (C) 2a (D) આ પૈકી એકપણ નહીં.

42. પરવલય $(x-b)^2 = 4b(y-b)$ નું શિરોબિંદુ ________ છે.

(A) (b, 0) (B) (0, b) (C) (0, 0) (D) (b, b)

43. પરવલય $9y^2 - 16x - 12y - 57 = 0$ ના અક્ષનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $y = 0$ (B) 16x+61=0 (C) 3y-2=0 (D) 3y-61=0

44. પરવલય $y^2 = 4ax$, પર નાભિજીવાનું એક અંત્યબિંદુ $P(at^2, 2at)$ હોય તો, નાભિજીવાની લંબાઈ ________ થાય.

(A) $a\left(t-\frac{1}{t}\right)$ (B) $a\left(t+\frac{1}{t}\right)$ (C) $a\left(t-\frac{1}{t}\right)^2$ (D) $a\left(t+\frac{1}{t}\right)^2$

45. પરવલયના નાભિલંબમાંથી પસાર થતી રેખા ________

(A) નાભિમાંથી પસાર થાય છે. (B) નિયામિકાને સમાંતર હોય છે.

(C) અક્ષને લંબ હોય છે. (D) બધા જ વિકલ્પોનું સમાધાન કરે છે.

46. બિંદુ (4, 10)માંથી પરવલય $y^2 = 9x$ પર દોરેલા સ્પર્શકનો ઢાળ ________ છે.

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{9}{4}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$

47. રેખા $y = mx + 1$ એ પરવલય $y^2 = 4x$ નો સ્પર્શક હોય તો m = ________.

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

48. પરવલય $y^2 = 4ax$ ની જીવા, નાભિ F માંથી પસાર થઈ પરવલય પરના બિંદુઓ P અને Q માં મળે તો $\frac{1}{|FP|} + \frac{1}{|FQ|} =$ ________.

(A) $\frac{1}{a}$ (B) $\frac{2}{a}$ (C) $\frac{4}{a}$ (D) $\frac{1}{2a}$

49. પરવલય $y^2 = 8x$ ની (2, -3) મધ્યબિંદુવાળી જીવાને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ ________ છે.

(A) 3x+4y-1=0 (B) 4x+3y+1=0 (C) 3x-4y+1=0 (D) 4x-3y-1=0

50. રેખા x+y+1=0 પરવલય $y^2=9x$ ને સ્પર્શે તો a = ________.

(A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) Z

51. પરવલય $y^2=4ax$ પરના બિંદુઓના y યામ y_1, y_2, y_3 હોય તો તે બિંદુઓથી બનતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ________ થાય.

(A) $\left|\frac{1}{8a}(y_1-y_2)(y_2-y_3)(y_3-y_1)\right|$ (B) $\left|\frac{1}{4a}(y_1-y_2)(y_2-y_3)(y_3-y_1)\right|$

(C) $\left|\frac{1}{2a}(y_1-y_2)(y_2-y_3)(y_3-y_1)\right|$ (D) $\left|\frac{1}{a}(y_1-y_2)(y_2-y_3)(y_3-y_1)\right|$

52. ઉપવલય $\frac{(x+y-2)^2}{9}+\frac{(x-y)^2}{16}=1$ નું કેન્દ્ર ________ છે.

(A) (1, 1) (B) (0, 0) (C) (0, 1) (D) (1, 0)

53. ઉપવલય $E: \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ અને વર્તુળ $C: x^2+y^2=9$ આપેલ છે. જો બિંદુઓ P(1, 2) અને Q(2, 1) હોય તો

(A) બિંદુ P, C ની અંદર પરંતુ E ની બહારની બાજુએ હોય.

(B) બિંદુ P, C અને E ની અંદર આવેલ હોય.

(C) બિંદુ Q, C અને E ની બહાર આવેલ હોય.

(D) બિંદુ Q, C ની અંદર અને E ની બહાર આવેલ હોય.

54. જો ઉપવલય $x^2+4y^2=4$ એ અક્ષોને સમાંતર બાજુ ધરાવતા લંબચોરસમાં અંતર્ગત હોય તેમજ તે લંબચોરસ એ બિંદુ (4, 0) માંથી પસાર થતા બીજા ઉપવલયમાં અંતર્ગત હોય તેવા ઉપવલયનું સમીકરણ ________.

(A) $4x^2+48y^2=48$ (B) $x^2+16y^2=12$ (C) $x^2+16y^2=16$ (D) $x^2+12y^2=16$

55. ઉપવલયના ગૌણ અક્ષના ધન અંત્યબિંદુએથી દોરેલી જીવાના મધ્યબિંદુઓનો ગણ ________ પર આવેલ છે.

(A) વર્તુળ (B) પરવલય (C) ઉપવલય (D) અતિવલય

56. ઉપવલય $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ ના બિંદુ $P(x_1, y_1)$થી નાભિઓનું અંતર ________ છે.

(A) $4\pm\frac{5}{4}y_1$ (B) $5\pm\frac{4}{5}y_1$ (C) $5\pm\frac{4}{5}x_1$ (D) $4\pm\frac{4}{5}x_1$

57. જો પરવલય $16x^2+25y^2=400$ ની નાભિઓ S અને S' હોય અને PSQ નાભિ જીવા હોય તથા SP=16 હોય તો S'Q=________.

(A) $\frac{74}{9}$ (B) $\frac{54}{9}$ (C) $\frac{64}{9}$ (D) $\frac{44}{9}$

58. ઉપવલય $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ ના નાભિલંબના અંત્યબિંદુઓથી દોરેલા સ્પર્શકોથી બનતા ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = ________.

(A) $\frac{27}{4}$ (B) $\frac{27}{55}$ (C) 27 (D) $\frac{27}{2}$

59. જો બિંદુ P, ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ પરનું બિંદુ હોય તથા e ઉત્કેન્દ્રતા A, A' શિરોબિંદુઓ અને S, S' નાભિઓ હોય તો Δ APA' નું ક્ષેત્રફળ : Δ PSS' નું ક્ષેત્રફળ = ________.

(A) e (B) e^2 (C) e^3 (D) $1/e$

60. જે ઉપવલયનું નાભિબિંદુ ઉગમબિંદુ હોય, નિયામિકાનું સમીકરણ x-4=0 અને ઉત્કેન્દ્રતા $\frac{1}{2}$ હોય તો અર્ધમુખ્ય અક્ષની લંબાઈ = ________.

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

61. સમીકરણ $\frac{x^2}{1-r}-\frac{y^2}{1+r}=1\,; r>1$ એ ________.

(A) પરવલય દર્શાવે છે. (B) ઉપવલય દર્શાવે છે.

(C) વર્તુળ દર્શાવે છે. (D) આ પૈકી એકપણ નહીં.

62. જો બિંદુ P(m, n) એ ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ પર આવેલ હોય તથા S,S' નાભિઓ, e ઉત્કેન્દ્રતા હોય તો $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ ΔSPS' નું ક્ષેત્રફળ = ________.

(A) $ae\sqrt{a^2-m^2}$ (B) $be\sqrt{b^2-m^2}$ (C) $ae\sqrt{b^2-m^2}$ (D) $be\sqrt{a^2-m^2}$

63. જો બિંદુ $P(x_1, y_1)$ ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ પર આવેલ હોય અને નાભિ S(4e, 0) હોય તો PS = ________.

(A) $a+ex_1$ (B) $a-ex_1$ (C) $ae+x_1$ (D) $ae-x_1$

64. જો $\sqrt{3}bx+ay=2ab$, ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ને સ્પર્શે તો સ્પર્શબિંદુનો ઉત્કેન્દ્રીકોણ $\theta=$ ________.

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

65. જો બિંદુ P એ ઉપવલય $5x^2+4y^2=80$ પર હોય તથા નાભિઓ S અને S' હોય તો PS+PS' = ________.

(A) $4\sqrt{5}$ (B) 4 (C) 8 (D) 10

66. ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ના નાભિલંબની લંબાઈ = ________.

(A) $\frac{2b^2}{a}$ (B) $\frac{2a^2}{b}$

(C) a > b અથવા a < b પર આધારિત છે. (D) $\frac{2a}{b^2}$

67. $x=3(\cos t+\sin t), y=4(\cos t-\sin t)$ થી બનતો વક્ર ________ છે.

(A) વર્તુળ (B) પરવલય (C) ઉપવલય (D) અતિવલય

68. ઉપવલય $\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$ અને વર્તુળ $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ ની સામાન્ય જીવાની લંબાઈ = ________.

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 4 (D) આ પૈકી એકપણ નહીં

69. જો S, T ઉપવલયની નાભિઓ , B ગૌણઅક્ષનું એક અંત્યબિંદુ હોય અને ΔSTB સમબાજુ ત્રિકોણ હોય તો ઉત્કેન્દ્રતા e = ________.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{8}$

70. રેખા $\ell x+my+n=0$ ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ને એવા બિંદુઓમાં છેદે છે જેમના ઉત્કેન્દ્રીકોણનો તફાવત $\pi/2$ હોય તો $\frac{a^2\ell^2+b^2m^2}{n^2}$ = ________.

(A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$

71. ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ માં સમાયેલ મોટામાં મોટા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = ________

(A) ab (B) 2ab (C) $\frac{a}{b}$ (D) $\sqrt{ab}$

72. સમીકરણ $2x^2+3y^2-8x-18y+35=k$ ________ દર્શાવે.

(A) K > 0 હોય તો પરવલય (B) K > 0 હોય તો વર્તુળ

(C) K =0 હોય તો બિંદુ (D) K > 0 હોય તો અતિવલય.

73. જો $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\sqrt{2}$, ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ને સ્પર્શે તો સ્પર્શબિંદુનો ઉત્કેન્દ્રીકોણ θ = ________.

(A) $0°$ (B) $45°$ (C) $60°$ (D) $90°$

74. ઉગમબિંદુ કેન્દ્ર હોય તેવા ઉપવલયની ઉત્કેન્દ્રતા $\frac{1}{2}$ છે. તેની એક નિયામિકા x=4 હોય તો ઉપવલયનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $3x^2+4y^2=1$ (B) $3x^2+4y^2=12$ (C) $4x^2+3y^2=12$ (D) $4x^2+3y^2=1$

75. ઉપવલય $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ ની નાભિઓમાંથી પસાર થતા અને કેન્દ્ર (0, 3) વાળા વર્તુળની ત્રિજ્યા ________ છે.

(A) 4 (B) 3 (C) $\sqrt{12}$ (D) $\frac{7}{2}$

76. પરવલય $y=x^2$ અને $y=-(x-2)^2$ ના સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $y=4(x-1)$ (B) $y=2$ (C) $y=-4(x-1)$ (D) $y=-30x-50$

77. જો e_1 અને e_2, અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\pm1$ ની ઉત્કેન્દ્રતા હોય તો $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=$ ________.

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 3

78. જેના નાભિબિંદુઓ ઉપવલય $3x^2+4y^2=12$ ના નાભિબિંદુઓ હોય તેમજ મુખ્ય અક્ષની લંબાઈ $2\sin\theta$ હોય તેવા અતિવલયનું સમીકરણ ________.

(A) $x^2\operatorname{cosec}^2\theta-y^2\sec^2\theta=1$ (B) $x^2\sec^2\theta-y^2\operatorname{cosec}^2\theta=1$

(C) $x^2\sin^2\theta-y^2\cos^2\theta=1$ (D) $x^2\cos^2\theta-y^2\sin^2\theta=1$

79. રેખા $y=\alpha x+B$ એ અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ને નિત્ય સ્પર્શે તેવા ચલબિંદુ $P(\alpha, B)$ નો વક્રપથ________.

(A) વર્તુળ (B) પરવલય (C) ઉપવલય (D) અતિવલય

80. જો $(a\sec\alpha, b\tan\alpha)$ અને $(a\sec\beta, b\tan\beta)$ એ અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ની નાભિજીવાના અંત્યબિંદુઓ હોય તો $\tan\frac{\alpha}{2}.\tan\frac{\beta}{2}=$ ________

(A) $\frac{e-1}{e+1}$ (B) $\frac{1-e}{1+e}$ (C) $\frac{1+e}{1-e}$ (D) $\frac{e+1}{e-1}$

81. અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ પરની જીવા ABની લંબાઈ અતિવલય પરના ચલબિંદુના y યામથી બમણી હોય અને જીવા $\overline{AB}$ થી અતિવલયના કેન્દ્ર O(0, 0) આગળ બનતો ΔOAB સમભૂજ હોય તેવા અતિવલયની ઉત્કેન્દ્રતા e એ નીચેના વિકલ્પો પૈકી કયા વિકલ્પનું સમાધાન કરે.

(A) $1 < e < \frac{2}{\sqrt{3}}$ (B) $e=\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $e \ge \frac{2}{\sqrt{3}}$

82. જો y=mx+6 એ અતિવલય $\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{49}=1$ ની સ્પર્શક રેખા હોય તો m= ________.

(A) $\sqrt{\frac{17}{20}}$ (B) $\sqrt{\frac{20}{3}}$ (C) $\sqrt{\frac{20}{17}}$ (D) $\sqrt{\frac{3}{20}}$

83. અતિવલય $9x^2-16y^2-36x+96y-252=0$ ના શીર્ષ ________.

(A) (6, 3), (-6, 3) (B) (-6, 3), (-6, -3) (C) (6, -3), (2, -3) (D) (6, 3), ((-2, 3)

84. આ અતિવલય $\frac{x^2}{\cos^2\theta}-\frac{y^2}{\sin^2\theta}=1$ માટે નીચેના પૈકી કયુ θ પર આધારિત નથી.

(A) શીર્ષ (B) ઉત્કેન્દ્રતા (C) નાભિના x યામ (D) નિયામિકા

85. રેખા $5x-4y+7=0$ એ અતિવલય $4x^2-9y^2=1$ ના સ્પર્શકને સમાંતર હોય તો, સ્પર્શકરેખાનું સમીકરણ ________ છે.

(A) 30x-24y+17=0 (B) $24x-30y\pm\sqrt{161}=0$

(C) $30x-24y\pm\sqrt{161}=0$ (D) $24x+30y\pm\sqrt{161}=0$

86. બે રેખાઓ, નિશ્ચિત બિંદુ ($\pm$a, 0) માંથી પસાર થતી હોય અને તેમના ઢાળનો ગુણાકાર p > 0 હોય તો છેદબિંદુઓના ગણનું સમીકરણ ________ દર્શાવે.

(A) વર્તુળ (B) પરવલય (C) ઉપવલય (D) અતિવલય

87. અતિવલયો $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ અને $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ ના સામાન્ય સ્પર્શકોના સમીકરણ ________.

(A) $y=\pm x\pm\sqrt{a^2-b^2}$ (B) $y=\pm x\pm\sqrt{b^2-a^2}$

(C) $y=\pm x\pm\sqrt{a^2+b^2}$ (D) $y=\pm x\pm\sqrt{a^2-b^2}$

88. જો રેખા $2x+\sqrt{6}y=2$ અતિવલય $x^2-2y^2=4$ ને સ્પર્શે તો સ્પર્શબિંદુના યામ ________ થાય.

(A) $(4, -\sqrt{6})$ (B) $(-5, 2\sqrt{6})$ (C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ (D) $(-2, \sqrt{6})$

89. $9x^2-16y^2=144$ અને $x^2+y^2=9$ ના સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $y=3\sqrt{\frac{2}{7}}x+\frac{15}{\sqrt{7}}$

(B) $y=2\sqrt{\frac{3}{7}}x+15\sqrt{17}$

(C) $y=\frac{3}{\sqrt{7}}x+\frac{15}{\sqrt{7}}$

(D) $y=2\sqrt{\frac{3}{7}}x-15\sqrt{17}$

90. રેખા $3x+2y+1=0$ ની નજીકમાં નજીકનું અતિવલય $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{18}=1$ પરના બિંદુના યામ ________ છે.

(A) (6, -3) (B) (6, 3) (C) (-6, 3) (D) (-6, -3)

91. વર્તુળ $(x-3)^2+y^2=9$ અને પરવલય $y^2=4x$ ના સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $3x-\sqrt{3}y+1=0$ (B) $x+\sqrt{3}y-3=0$ (C) $x-\sqrt{3}y+3=0$ (D) $3x+\sqrt{3}y+1=0$

92. વર્તુળો $x^2+y^2=b^2$ અને $(x-a)^2+y^2=b^2$ ના સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ $y=mx-b\sqrt{1+m^2}\ (m>0)$ હોય તો $m=$ ________ જ્યાં $a>2b>0$

(A) $\frac{2b}{\sqrt{a^2-4b^2}}$ (B) $\frac{2b}{a-2b}$ (C) $\frac{b}{a-2b}$ (D) $\frac{\sqrt{a^2-4b^2}}{2b}$

93. અતિવલય $x^2-y^2=9$ ની જીવા $x=9$ ના અંત્યબિંદુઓ એ દોરેલા સ્પર્શકોની જોડનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $9x^2-8y^2+18x-9=0$

(B) $9x^2-8y^2-18x+9=0$

(C) $9x^2-8y^2-18x-9=0$

(D) $9x^2-8y^2+18x+9=0$

94. અતિવલય $9x^2-16y^2-18x-32y-151=0$ ના નાભિલંબ ની લંબાઈ ________ છે.

(A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 9 (D) $\frac{9}{4}$

95. પરવલય $y=\frac{a^3x^2}{3}+\frac{a^2x}{2}-2a$ ના શીર્ષના બિંદુગણનું સમીકરણ ________ છે

(A) $xy=\frac{105}{64}$ (B) $xy=\frac{3}{4}$ (C) $xy=\frac{35}{16}$ (D) $xy=\frac{64}{105}$

96. વર્તુળો $x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=4$ અને રેખાઓ $\sqrt{3}(x^2+y^2)=4xy$ વચ્ચેના ભાગનું ક્ષેત્રફળ ________ છે.

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{5\pi}{2}$ (D) 3π

97. વર્તુળ $x^2+y^2+4x-4y+4=0$ પર દોરેલો સ્પર્શક બંને ધન અક્ષો પર સમાન અંતઃખંડ બનાવે તો તેવા સ્પર્શકનું સમીકરણ ________ છે.

(A) x + y=8 (B) x + y=4 (C) $x+y=2\sqrt{2}$ (D) $x+y=2$

98. બે વર્તુળો $x^2+y^2=6$ અને $x^2+y^2-6x+8=0$ ના છેદબિંદુઓ અને (1, 0) માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $x^2+y^2-6x+4=0$ (B) $x^2+y^2-3x+1=0$

(C) $x^2+y^2-4x+2=0$ (D) $x^2+y^2+6x-4=0$

99. જો વર્તુળો $x^2+y^2+2ax+cy+a=0$ અને $x^2+y^2-3ax+dy-1=0$ બે ભિન્ન બિંદુઓ P અને Q માં છેદે અને તેમાંથી પસાર થતી રેખા $5x+by-a=0$ હોય તો

(A) a ની કિંમત ન મળે (B) a ની માત્ર એક જ કિંમત મળે

(C) a ની બે કિંમતો મળે (D) a ની અસંખ્ય કિંમતો મળે

100. વર્તુળ $x^2+y^2=25$ પર ΔPQR દોરેલ છે. જો Q અને R ના યામ અનુક્રમે (3, 4) અને (-4, 3) હોય તો $\angle QPR$ ________.

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

101. બે લંબાતિવલયથી અનંતસ્પર્શકો પર PN લંબ દોરેલ હોય તો PN ના મધ્યબિંદુઓના ગણ ________ છે.

(A) વર્તુળ (B) લંબાતિવલય (C) પરવલય (D) ઉપવલય

102. જો સમીકરણ $\left|\sqrt{x^2+(y+1)^2}-\sqrt{x^2+(y-1)^2}\right|=K$ અતિવલય દર્શાવે તો ________.

(A) $k\in(0,\infty)$ (B) $k\in(2,\infty)$ (C) $k\in(-3,0)$ (D) $k\in(0,2)$

103. અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ના સ્પર્શક અને અનંતસ્પર્શકો થી બનતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $|a^2\tan\alpha|$ હોય તો તેની ઉત્કેન્દ્રતા ________.

(A) $\operatorname{cosec}\alpha$ (B) $\sec\alpha$ (C) $\operatorname{cosec}^2\alpha$ (D) $\sec^2\alpha$

104. અતિવલય $x^2-2y^2=2$ ના કોઈપણ બિંદુથી અનંત સ્પર્શકો પરના લંબની લંબાઈનો ગુણાકાર ________ છે.

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{3}{2}$

105. લંબાતિવલય $xy = c^2$ પરના બિંદુઓ (x_1, y_1) અને (x_2, y_2) ને જોડતા બનતી જીવાનું સમીકરણ ________ છે.

(A) $\frac{x}{y_1 + y_2} + \frac{y}{x_1 + x_2} = 1$

(B) $\frac{x}{x_1 - x_2} + \frac{y}{y_1 - y_2} = 1$

(C) $\frac{x}{y_1 - y_2} + \frac{y}{x_1 - x_2} = 1$

(D) $\frac{x}{x_1 + x_2} + \frac{y}{y_1 + y_2} = 1$

સૂચનો

1. જવાબ (C) 8

અહીં, ત્રિજ્યા $\sqrt{\left(\frac{1-m}{2}\right)^2+\left(\frac{m}{2}\right)^2-5} \le 5$

$\Rightarrow 2m^2-2m-119 \le 0$

$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{239}}{2} \le m \le \frac{1+\sqrt{239}}{2}$

$\Rightarrow -7.2 \le m \le 8.2$ (આશરે)

$\Rightarrow m = -7, -6, -5, \ldots, 6, 7,$

2. જવાબ C (25, 29)

વર્તુળનું સમીકરણ $x^2+y^2-6x-10y+\alpha=0$ --------(1)

વર્તુળનું કેન્દ્ર(3, 5) અને ત્રિજ્યા $r=\sqrt{34-\alpha}$

$\rightarrow$ અહીં વર્તુળ X-અક્ષને સ્પર્શતુ કે છેદતું નથી

$\therefore$ ત્રિજ્યા $r <$ કેન્દ્રનો y યામ

$\therefore r < 5$

$\therefore \sqrt{34-\alpha} < 5$

$\therefore 34-\alpha < 25$ $\quad \alpha > 9$ --------------(2)

$\rightarrow$ વર્તુળ Y-અક્ષને સ્પર્શતું કે છેદતું નથી

$\therefore$ ત્રિજ્યા $r <$ કેન્દ્રનો Y યામ

$\therefore r < 3$

$\therefore \sqrt{34-\alpha} < 3$

$\therefore 34-\alpha < 9$

$\therefore 25 < \alpha$ ------(3)

$\rightarrow$ બિંદુ (1, 4)એ વર્તુળના અંદરના ભાગમાં આવેલું હોવાથી બિંદુ(1, 4) નું કેન્દ્ર(3, 5) થી અંતર < ત્રિજ્યા r

$\therefore \sqrt{(3-1)^2+(5-4)^2} < \sqrt{34-\alpha}$

$\therefore 4+1 < 34-\alpha$

$\therefore \alpha < 29$ ----(4)

સમી(2), (3) અને (4) પરથી $25 < \alpha < 29$

$\therefore \alpha \in (25, 29)$

3. જવાબ (d) $3-2\sqrt{2}$

$A_1B_1=\sqrt{(1+1)^2+(1+1)^2}$

$=2\sqrt{2}$

$AB=2\sqrt{2}-2$

માંગેલ વર્તુળનો વ્યાસ

$=2(\sqrt{2}-1)$

$\therefore$ માંગેલ વર્તુળની ત્રિજ્યા $=\sqrt{2}-1$

$\therefore$ માંગેલ વર્તુળ $x^2+y^2=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

$x^2+y^2=3-2\sqrt{2}$

4. વર્તુળ $S_1:(x-1)^2+(y-3)^2=a^2$ કેન્દ્ર $C_1(1,3)$: ત્રિજ્યા $r_1=a$

$S_2:x^2+y^2-8x+2y+8=0$ કેન્દ્ર $C_2(4,-1)$ $a>0$

ત્રિજ્યા $r_2=\sqrt{(4)^2+(-1)^2-8}$

$=\sqrt{16+1-8}=3$

બે વર્તુળો બે ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદતા હોવાથી

$|r_1-r_2|<C_1C_2<r_1+r_2$

$\therefore |a-3|<\sqrt{(4-1)^2+(-1-3)^2}<a+3$

$\therefore |a-3|<5<a+3 \quad 5<a+3$

$\therefore -2<a<8$ અને $a>2$ $\therefore 2<a$ હોવાથી

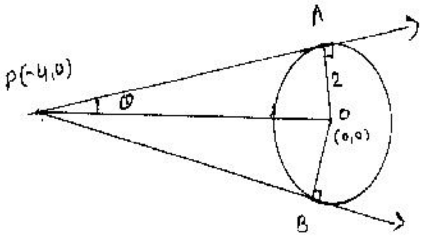
$2<a<8$

5. જવાબ

ધારોકે બિંદુ (h, k) એ બે સ્પર્શકોનું છેદબિંદુ છે. વર્તુળો $S_1:x^2+y^2-5x+3y-2=0$ ની સામાન્ય જીવાનું સમીકરણ 5x-3y-10=0---------(1)

6. જવાબ (A) $4\sqrt{3}$

આકૃતિ પરથી



$$\sin\theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

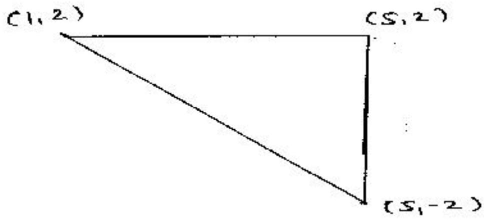
$$\therefore \theta = 30^{\circ}$$

$\therefore \Delta OAP$ નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \sin 60^{\circ}$

$$= 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}$$

7. બિંદુઓ (1, 2), (5, 2) અને (5, -2)



એ કાટકોણ ત્રિકોણ બનાવે છે.

આ ત્રિકોણનો કર્ણ= માંગેલ વર્તુળનો વ્યાસ

$\therefore$ વ્યાસ $= \sqrt{(5-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{32} < 4\sqrt{2}$

$\therefore$ ત્રિજ્યા $= 2\sqrt{2}$

જવાબ (D) $2\sqrt{2}$

8. $x \sin\theta - y\cos\theta = K$

$\therefore y = x\tan\theta - k\sec\theta$ ($c^2 = a^2(1+m^2)$ વર્તુળને સ્પર્શે તે માટેની શરત)

$\therefore k^2\sec^2\theta = k^2(1+\tan^2\theta)$

θ ની દરેક કિંમત માટે સાચું છે

જવાબ (D)

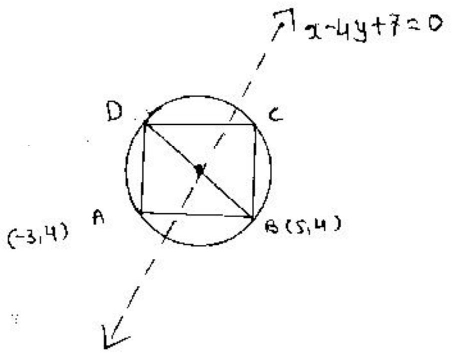
9. જવાબ (A) 32 ચોરસ એકમ.

બિંદુઓ A(-3, 4), B(5, 4) એ વર્તુળના વ્યાસ x-4y+7=0 પર આવેલ નથી

ધારોકે બિંદુ $E(\alpha, \beta)$ એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે.

$\therefore 4\beta = \alpha + 7 ----(1)$

ABCD લંબચોરસ છે.



$|EA| = |EB| \Rightarrow EA^2 = EB^2$

$\Rightarrow 6\alpha + 9 = -10\alpha + 25$

$\Rightarrow \quad \alpha = 1 \qquad \therefore B = 2$ (સમી(1)માં મૂકતાં)

$\therefore AB = \sqrt{(5+3)^2 + (4-4)^2} = 8$

અને BD=2EB

$= 2\sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2}$

$= 4\sqrt{5}$

કાટકોણ ત્રિકોણ ABD પરથી,

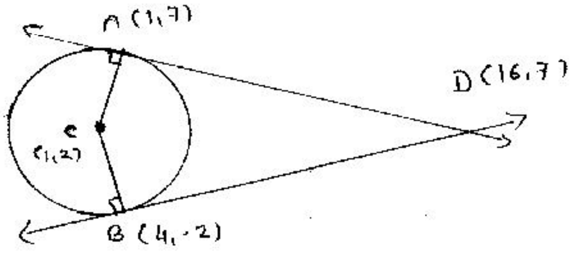
$AD^2 = BD^2 - AB^2 = 80 - 64 = 16 \qquad \therefore AD = 4$

$\therefore$ ABCD લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ =AB.AD

$=8\times 4$

$= 32$ ચોરસ એકમ

10. જવાબ (C) 75 ચોરસ એકમ



વર્તુળનું કેન્દ્ર C(1, 2) છે.

વર્તુળ પરના બિંદુઓ A(1, 7) અને B(4, -2) પર દોરેલા સ્પર્શકના સમીકરણો $x+7y-(x+1)-2(y+7)-20=0$ અને $4x-2y-(x+4)-2(y-2)-20=0$

$\therefore$ y=7-----(1) અને 3x-4y-20=0--------(2)

(1) અને (2) ઉકેલતાં બિંદુ D ના યામ (16, 7)

$\therefore$ ABCD ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ

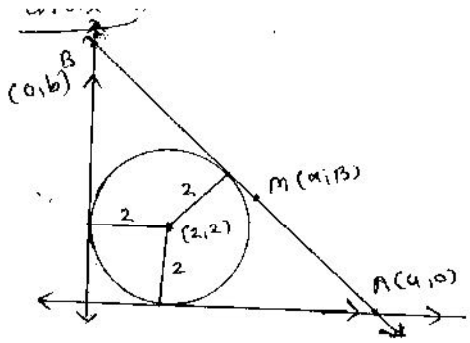
$$=2\times\frac{1}{2}\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 7 & 1\\ 16 & 7 & 1\end{vmatrix}$$ નો માનાંક

$$=\left|1(7-7)-2(1-16)+(7-112)\right|$$

$$=\left|-75\right|$$

=75 ચોરસ એકમ

11. જવાબ (B) ± 1



વર્તુળનું સમીકરણ

$x^2+y^2-4x-4y+4=0----(1)$

કેન્દ્ર(2, 2) અને ત્રિજ્યા 2

ત્રિકોણ AOB માં $\angle AOB=90$

$\overline{AB}$ નું સમીકરણ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ જ્યાં A(a, 0) અને B(0, b)

$m(\alpha, \beta)$ એ $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore \frac{a+0}{2}=\alpha$ અને $\frac{0+b}{2}=\beta$

$\therefore a=2\alpha$ અને $b=2\beta$

$\therefore \overleftrightarrow{AB}$ નું સમીકરણ $\frac{x}{2\alpha}+\frac{y}{2\beta}=1$

$\therefore \beta x+\alpha y-2\alpha\beta=0----(ii)$

વર્તુળ $\overleftrightarrow{AB}$ ને સ્પર્શ છે.

$\frac{|2\beta+2\alpha-2\alpha\beta|}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$

$\therefore |\alpha+\beta-\alpha\beta|=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$

$\therefore \alpha+\beta-\alpha\beta=\pm\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$

$\therefore$ મધ્યબિંદુઓના ગણનું સમીકરણ $x+y-xy\pm\sqrt{x^2+y^2}=0$

$\therefore K=\pm 1$

12. જવાબ (D)

વર્તુળનું કેન્દ્ર (1, -2) અને ત્રિજ્યા $=\sqrt{1^2+2^2-3^2}=\sqrt{2}$

$\therefore$ ચોરસની બાજુઓ $x=1\pm\sqrt{2}$ અને $y=-2\pm\sqrt{2}$

$\therefore$ ચોરસના ચાર શિરોબિંદુઓ $(1\pm\sqrt{2}, -2\pm\sqrt{2})$

13. જવાબ (B)

x^2 નો સહગુણક = y^2નો સહગુણક

$\therefore \frac{m}{3}=\frac{1}{4} \qquad \therefore m=\frac{3}{4}$

14. જવાબ (B) ફક્ત X-અક્ષને સ્પર્શ છે.

કેન્દ્ર $\left(\alpha, \frac{\alpha}{2}\right)$ અને ત્રિજ્યા $=\sqrt{\alpha^2+\frac{\alpha^2}{4}-\alpha^2}=\left|\frac{\alpha}{2}\right|$

$\therefore$ ત્રિજ્યા=|કેન્દ્રનો y યામ|

= કેન્દ્રનું X -અક્ષથી અંતર

$\Rightarrow$ વર્તુળ X - અક્ષને સ્પર્શ છે.

તદઉપરાંત, | કેન્દ્રનો x યામ $\neq$ ત્રિજ્યા

$\therefore$ વર્તુળ, Y અક્ષને સ્પર્શતુ નથી

15. જવાબ(A)

રેખા, વર્તુળને સ્પર્શ છે.

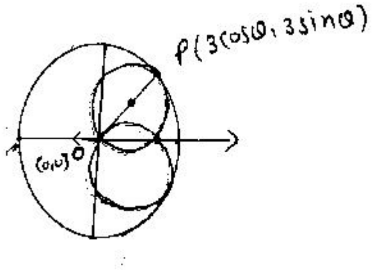
$\therefore$ કેન્દ્ર (-g, -f) થી રેખાનું લંબઅંતર = ત્રિજ્યા

$$\therefore \frac{|-k|}{\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}}=\sqrt{g^2+f^2-c}$$

$$\therefore k^2=g^2+f^2-c$$

$\therefore g^2+f^2=c+k^2$

16. જવાબ (D)



વર્તુળ (0, 0) અને (1, 0) માંથી પસાર થતું વર્તુળ $x^2+y^2=9$ ને સ્પર્શ છે.

$\therefore$ માંગેલ વર્તુળ નું કેન્દ્ર $\left(\frac{1}{2}, a\right)$ $a \in R$

બિંદુ $P(3\cos\theta, 3\sin\theta)$ એ બે વર્તુળનું સ્પર્શબિંદુ છે.

$\therefore$ $\overline{OP}$ નું મધ્યબિંદુ = વર્તુળનું કેન્દ્ર

$$\left(\frac{0+x}{2}, \frac{0+y}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, a\right)$$

$$\therefore x = 1,\ y = 2a$$

પરંતુ (1, 2a), વર્તુળ $x^2 + y^2 = 9$ પર આવે જ.

$$\therefore (1)^2 + (2a)^2 = 9$$

$$4a^2 = 8$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{2}$$

$\therefore$ માંગેલ કેન્દ્ર $\left(\frac{1}{2}, \pm\sqrt{2}\right)$

17. જવાબ (B)

વર્તુળ $S_1 : x^2 + y^2 = 4$ પરથી

$C_1(0,0)$ અને $r_1 = 2$

વર્તુળ $S_2 : x + y - 6x - 8y - 24 = 0$ પરથી $C_2 = (3,4)$ અને $r_2 = 7$

$$\therefore C_1C_2 \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\therefore r_2 - r_1 = 7 - 2 = 5$$

$$\therefore C_1C_2 = r_2 - r_1$$

$\therefore$ વર્તુળો અંદરથી સ્પર્શે છે. અને તેમનો સામાન્ય સ્પર્શક ની સંખ્યા 1 છે.

18. જવાબ(A)

$$|z - z_1| = 5$$

$$\therefore |(x-1) + i(x-2)|^2 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$$

19. જવાબ (D)

બંને વર્તુળો એકબીજાને અને X-અક્ષને સ્પર્શે છે.

$\therefore$ આકૃતિ પરથી

$$\sqrt{(h-0)^2 + (k-1)^2} = 1 + |K|$$

$$\therefore \quad h^2 = 2k + 2|k|$$

(h, k) ના બિંદુ ગણનું સમીકરણ $x^2 = 2y + 2|y|$

જો y > 0 હોય તો $x^2 = 4y$ અને $y \le 0$ હોય તો x=0

∴ બિંદુગણનું સમીકરણ

$\{(x, y): x^2 = 4y\} U \{(0, y): y \le 0\}$

20. જવાબ (B)

વર્તુળ $x^2 + y^2 = 5$ પરના બિંદુ (1, -2) થી દોરેલા સ્પર્શકનું સમીકરણ

$x - 2y = 5 - - - - (i)$

વર્તુળ : $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 20 = 0 - - - - - - (ii)$

સમી (i) અને (ii) ઉકેલતાં x=3 4y=-1

∴ સ્પર્શબિંદુ ના યામ (3, -1)

21. (0, 0), (1, 0) અને (0, 1) માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ : $x^2 + y^2 - x - y = 0$

બિંદુ(2a, 3a) વર્તુળ પરનું બિંદુ છે. $\therefore a = \frac{5}{13}$

22. જવાબ (A)

સમબાજુ ત્રિકોણ

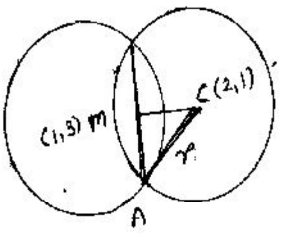
23. જવાબ (D)

વર્તુળનું કેન્દ્ર

$= \overline{AC}$ નું મ. બિંદુ

=(4, 7)

24. જવાબ (A)



વર્તુળનું કેન્દ્ર (1, 3) અને ત્રિજ્યા $\sqrt{1^2 + 3^2 - 6} = 2$

જો r બીજા વર્તુળની ત્રિજ્યા હોય તો

$r^2 = AM^2 + MC^2 = 2^2 + 5 = 9 \quad \therefore r = 3$

25. જવાબ (C)

રેખાઓ 2x-3y-5=0 અને 3x-4y-7=0 નું છેદબિંદુ (1, -1) જે માંગેલ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે.

$\therefore$ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $A = \pi r^2$

$$154 = \frac{22}{7} \times r^2 \quad \therefore r = 7$$

$\therefore$ વર્તુળનું સમી $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 47 = 0$

26. જવાબ (D)

પરવલય $y^2 = 8x$ પરથી a=2

$\therefore$ સ્પર્શકનું સમી $y = mx + \frac{2}{m} \quad \therefore m \neq 0 ----(1)$

અને xy = -1--------------(2)

$x(mx + \frac{2}{m}) = -1$

$\therefore m^2x^2 + 2x + m = 0 -------(2)$

$\therefore m = 1$

$\therefore$ માંગેલ સ્પર્શક x - y + 2 = 0

27. જવાબ (B)

બે પરવલયો (0, 0)અને (1, 1)

$\therefore$ બંને વચ્ચેનું અંતર $= \sqrt{2}$

28. y = a – x અને $y = x - x^2$ પરથી $x^2 - 2x + a = 0$

$\therefore$ રેખા, પરવલયને સ્પર્શે છે. $\quad \therefore$ a = 1

29. જવાબ (A) 4

પરવલય $y^2 = k\left(x - \frac{8}{k}\right)$ OR $y^2 = 4AX$

જ્યાં 4A = k, Y = y :X = $x - \frac{8}{k}$

નિયામિકા X=-A $\quad \therefore x - \frac{8}{k} = -\frac{k}{4}$

$\therefore k = 4$ અથવા $\therefore k = -8$

30. જવાબ(D) 4a

ΔSPM સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

$\Rightarrow$ SP = PM = SM $\qquad$ $P\left(at^2,\ 2at\right)$

$\Rightarrow t = \pm\sqrt{3}$ $\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ $m(-a,\ 2at)$

$\therefore SP = 4a$

31. જવાબ (C)

$C\left(\dfrac{2at_1^2 + at_2^2}{3}, \dfrac{4at_1 + 2at_2}{3}\right)$ જે X-અક્ષ પર છે.

$\therefore \dfrac{4at_1 + 2at_2}{3} = 0$ $\quad\quad\quad\quad$ $\therefore t_2 + 2t_1 = 0$

32. જવાબ (A)

$y = mx + \dfrac{b}{m}$ સ્પર્શકનું સમી. જે પરવલય $x^2 = 4by$ ને સ્પર્શ છે. $\therefore x^2 = 4b\left(mx + \dfrac{b}{m}\right)$

સામાન્ય સ્પર્શક x+y+b=0

33. જવાબ (A)

રેખા y=x-1 એ (1, 0) માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore$ તે નાભિજીવા છે.

$\therefore$ બે સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો $\pi/2$

34. જવાબ (B)

પરવલય $y^2 = 4x$

m ઢાળવાળા સ્પર્શકનું સમી $y = mx + \dfrac{1}{m}$ જે (1, 4)માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore m^2 - 4m + 1 = 0$

$\therefore$ બે સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો $\theta = \tan^{-1}\left|\dfrac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$

$\theta = \dfrac{\pi}{3}$

35. $x = y^2 \Rightarrow 1 = 2y\dfrac{dy}{dx} \Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2y} = 1$

$\therefore y = \dfrac{1}{2} \quad \therefore x = \dfrac{1}{4}$

$\therefore$ ન્યૂનતમ અંતર $= \dfrac{\left|\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} + 1\right|}{\sqrt{1+1}} = \dfrac{3}{4\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{8}$

36. જવાબ (B)

R(h, k) એ $\overline{PQ}$ નું મધ્યબિંદુ છે.

Q(2h-1, 2k) જે પરવલય $y^2 - 8x$ પર આવેલ છે.

$\therefore 4k^2 = 16h - 8$

$\therefore$ બિંદુગણનું સમીકરણ $y^2 - 4x + 2 = 0$

37. જવાબ (D)

સ્પર્શક રેખાઓનું છેદબિંદુ $\left(at_1t_2,\ a(t_1 + t_2\right)$ જે X-અક્ષ પર આવેલ છે.

$\therefore t_1 + t_2 = 0$

38. પરવલય $x^2 - 8x + 2y + 7 = 0$

$\therefore (x-4)^2 = -2(y - \frac{9}{2})$

$\therefore X^2 = -4aY$

$X = x - 4 \quad : \quad Y = y - \frac{9}{2}$

નાભિ X = 0 : Y =- a $\frac{9}{2}$

$\therefore$ x - 4 = 0 : Y = y - $\frac{9}{2}$

$\left(4, \frac{9}{2}\right)$

39. જવાબ (A)

પરવલય $y^2 = 4x \quad \therefore a = 1$

$\therefore$ નાભિલંબના અંત્યબિંદુઓ L(1, 2) અને $L^1(1, -2)$

$\therefore$ સ્પર્શકોના સમીકરણો x-y+1=0 અને x+y+1=0

$\therefore$ સ્પર્શકોનું છેદબિંદુ(-1, 0) થાય.

40. વક્ર $y^2 - y + x = 0$ અને રેખા y=1-x

$\therefore x = 0 \quad \therefore y = 1 \quad \therefore$ બિંદુ (0, 1)

41. પરવલયની અક્ષ ને સમાંતર રેખા કયારે સ્પર્શક રેખા હોઈ શકે નહીં

42. પરવલયના શીર્ષ નાયામ (b, b)

43. $9y^2 - 16x - 12y - 57 = 0$

$\therefore 9\left(y-\frac{2}{3}\right)^2 = 16x+27$

$\therefore y-\frac{2}{3}=0$ $\therefore 3y-2=0$

44. $tt_1 = -1 \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{t}$

$Q\left(at_1^2,\ 2at_1\right)$

$PQ = \sqrt{\left(at_1^2 - at^2\right)^2 + \left(2at_1 - 2at\right)^2}$

$= \sqrt{a^2\left(\frac{1}{t^2}-t^2\right)^2 + 4a^2\left(-\frac{1}{t}-t\right)^2}$

$= a\left(t+\frac{1}{t}\right)^2$

45. જવાબ D

46. $y^2 = 9x$ $\therefore a = \frac{9}{4}$

સ્પર્શકનું સમી $y = mx + \frac{\frac{9}{4}}{m}$ એ (4, 10) માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore 10 = 4m + \frac{9}{4m}$

$\therefore m = \frac{9}{4}$ or $m = \frac{1}{4}$

47. રેખા y=mx+1 અને પરવલય $y^2 = 4x$

$\therefore y = mx + \frac{1}{m}$ $\therefore 1=\frac{1}{m}$ $\therefore m=1$

48. પરવલયની નાભિ F(a, 0)

બિંદુઓ $P\left(at_1^2,\ 2at_1\right)$ અને $Q\left(at_1^2,\ 2at_1\right)$

$\therefore$ જીવા PQ નું સમીકરણ

$y - 2at_1 = \frac{2a\left(t_2 - t_1\right)}{a\left(t_2^2 - t_1^2\right)}\left(x - at_1^2\right)$

$$= \frac{2}{t_1 + t_2}\left(x - at_1^2\right)$$

F(a, 0), જીવા PQ પર છે. $\therefore t_1 t_2 = -1$

$$\therefore \frac{1}{|FP|} + \frac{1}{|FQ|} = \frac{1}{a}$$

49. માંગેલ સમી $(-3)y - 4(x+2) = (-3)^2 - 8(2)$

$$\therefore 4x + 3y + 1 = 0$$

50. $y^2 = ax$

સ્પર્શકનું સમી $Y = mx + \frac{a}{4m}$ -------(1)

$\therefore x + y + 1 = 0$ ---------(2)

m=-1 $\frac{a}{4m} = -1$ $\therefore$ - a = 4

51. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ એ પરવલય $y^2 = 4ax$ પરના બિંદુઓ થાય.

$$\therefore \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$ નો માનાંક

$$= \left|\frac{1}{8a}(y_1 - y_2)(y_2 - y_3)(y_3 - y_1)\right|$$

52. x-y-2=0 અને x-y=0 નું છેદબિંદુ કેન્દ્ર થાય.

$\therefore$ (1, 1) કેન્દ્ર

53. $\frac{12}{9} + \frac{22}{4} - 1 > 0$ અને $2^2 + 1^2 - 9 < 0$, $\frac{2^2}{9} + \frac{1^2}{4} - 1 < 0$

$\therefore$ બિંદુ માં P અને Q વર્તુળ અંદરના બિંદુમાં છે.

$$2^2 + 1^2 - 9 < 0$$

$\therefore$ બિંદુ p એ ઉપવલયની બહારનું બિંદુ છે.

$\therefore$ બિંદુ P એ વર્તુળની અંદર અને ઉપવલયની બહારનું બિંદુ છે.

54. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow a^2 = 4 \,\&\, b^2 = 1 \Rightarrow p(2,1)$

ઉપવલયનું માંગેલ સમી, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{4}{16}+\frac{1}{b^2}=1 \Rightarrow b^2=\frac{4}{3}$

$\therefore \frac{x^2}{16}+\frac{3y^2}{4}=1 \qquad \therefore x^2+12y^2=16$

55. ધારોકે (h, k) ઉપવલયની જીવાનું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore \frac{hk}{a^2}+\frac{ky}{b^2}-1=\frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}-1$

(0, b) ઉપવલય પરનું બિંદુ

∴ મધ્યબિંદુઓના ગણનું સમી ઉપવલય થાય

56. a=3 : b=5 a < b

∴ નાભિઓ $(0, \pm be)$

∴ (x_1, y_1) બિંદુથી નાભિઓનું અંતર $b \pm ey_1 = 5 \pm \frac{4}{5}y_1$

57. $\frac{1}{SP}+\frac{1}{SQ}=\frac{2a}{b^2}$ અને $SQ+SQ'=2a$

58. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1 \qquad \therefore e=2/3$: F અને F' નાભિઓ છે.

સ્પર્શકનું સમીકરણ $\frac{2x}{9}+\frac{y}{3}=1$

∴ Δ CPQ નું ક્ષેત્રફળ $=\frac{27}{4}$

∴ ચતુષ્કોણ PQRS નું ક્ષેત્રફળ = 27

59. આકૃતિ પરથી

$$\frac{\Delta APA' \text{નું ક્ષેત્રફળ}}{\Delta PSS' \text{નું ક્ષેત્રફળ}}=\frac{\frac{1}{2}(AA')(b\sin\alpha)}{\frac{1}{2}(SS')(b\sin\alpha)}$$

$$=\frac{1}{e}$$

60. મુખ્ય અક્ષ X-અક્ષ $=\frac{a}{e}-ae=4 \therefore a=\frac{8}{3}$

61. 1- r < 1 અને 1+r >0

ધારોકે $1-r=-a^2$ અને $1+r=b^2$

$$\therefore \frac{x^2}{-a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$$

જે X અને y ની કોઈપણ કિંમત માટે શક્ય નથી.

62. p(m, n) ઉપવલય પરનું બિંદુ છે.

$$\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}=1 \Rightarrow n=b\sqrt{1-\frac{m^2}{a^2}}$$

$\therefore \Delta$ SPS' નું ક્ષેત્રફળ $=\frac{1}{2}n(SS')=be\sqrt{a^2-m^2}$

63. PS=e PM

$$=e\left(\frac{a}{e}-x_1\right)=a-ex_1$$

64. સ્પર્શકનું સમીકરણ $\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{x}{a}+\frac{1}{2}\frac{y}{b}=1$ -------(1) અને

બિંદુ $p(a\cos\theta, b\sin\theta)$ એ સ્પર્શકનું સમીકરણ

$\frac{x}{a}\cos\theta+\frac{y}{b}\sin\theta=1$ ----------(2)

સમી (1) અને (2) એક જ સ્પર્શક રેખા $\therefore \theta=\pi/6$

65. PS+ PS'= 2a

66.

67. $\frac{x}{3}=\cos t+\sin t$ અને $\frac{y}{4}=\cos t-\sin t$

68. બે વલયો છેદતા નથી

69. $\tan 60^{\circ}=\frac{OB}{OS}$

$\therefore \frac{b}{a}=\sqrt{3}e \qquad \therefore e=\frac{1}{2}$

70. $p(a\cos\theta, b\sin\theta)$ અને $Q\left(a\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right), b\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\right)$

71. ઉપવલયના બિંદુઓ $p(a\cos\theta, b\sin\theta)$, Q, R, S થી લંબચોરસ ના બિંદુઓ લેતાં લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = 2ab

$(\sin 2\theta=1)$

72. $2x^2+3y^2-8x-18y+35=k$

$\therefore 2(x-2)^2+3(y-3)^2=k$

k=0 લેતાં બિંદુ (2, 3) મળે

73. θ બિંદુ એ સ્પર્શકનું સમીકરણ $\frac{x\cos\theta}{a}+\frac{y\sin\theta}{b}=1$

તદઉપરાંત $\frac{x}{\sqrt{2}}+\frac{y}{\sqrt{2}}=1$ સ્પર્શક છે.

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ & $\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\therefore \theta=45$

74. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ & $e=\frac{1}{2}$ & $a=2$

$\therefore x=4$ & $b^2=a^2(1-e^2)=3$

$\therefore$ ઉપવલયનું સમી $3x^2+4y^2=12$

75. (0, 3) ઉપવલયનું બિંદુ છે જે માંગેલ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે.

$b^2=a^2(1-e^2)$ $\therefore e=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore$ નાભિઓ $(\pm\sqrt{7}\,0)$

નાભિથી કેન્દ્રનું અંતર =4

76. y=mx+c એ $y=x^2$ની સ્પર્શક રેખા છે.

$\therefore x^2-mx-c=0$ ના બીજ સમાન હોય.

$\therefore C=-\frac{m^2}{c}$

$\therefore y=mx-\frac{m^2}{4}$ એ $y=x^2$ ની સ્પર્શક બને જે

પરવલય $y=-(x-2)^2$ નો સ્પર્શક પણ છે.

$\therefore mx-\frac{m^2}{4}=-x^2+4x-4$ જેના બે બીજ સમાન હોય

$\therefore \Delta=0 \Rightarrow m=0$ અથવા m=4

$\therefore y=0$ અને $y=4x-4$ સ્પર્શકો બને

77. અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ પરથી $e_1^2=\frac{a^2+b^2}{a^2}$ અને

અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ પરથી $e_2^2=\frac{a^2+b^2}{b^2}$

$$\therefore \frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=1$$

78. મુખ્ય અક્ષની લંબાઈ $=2\sin\theta=24 \quad \therefore a=\sin\theta$

$\therefore$ ઉપવલય $3x^2+4y^2=12$ પરથી $a^2=4, b^2=3; e=\frac{1}{2}$

$\therefore$ નાભિ$(1, 0)$

$\rightarrow$ અતિવલય અને ઉપવલયની નાભિઓ સમાન છે.

$\therefore ae=1 \Rightarrow \sin\theta \cdot e=1 \Rightarrow \operatorname{cosec}\theta=e$

$\therefore b^2=\cos^2\theta$

$\therefore$ અતિવલયનું સમીકરણ $x^2\operatorname{cosec}^2\theta-y^2\sec^2\theta=1$

79. રેખા $y=\alpha x+\beta$ એ અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ને સ્પર્શે છે.

$\therefore \beta^2=a^2\alpha^2-b^2$

$\therefore (\alpha,\beta)$ બિંદુઓનો ગણ $y^2=a^2x^2-b^2$

જે અતિવલય નો વક્રપથ છે

81. $A(a\sec\theta,\ b\tan\theta)$ અને $B(a\sec\theta,\ -b\tan\theta)$ અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ પરનાબિંદુઓ થાય. $0(0, 0)$

$\therefore \Delta OAB$ સમબાજુ ત્રિકોણ બને

$$\tan 30^{\circ}=\frac{b\tan\theta}{a\sec\theta} \Rightarrow 3\frac{b^2}{a^2}=\operatorname{cosec}^2\theta$$

$$\therefore e \ge \frac{2}{3}$$

82. y=mx+6 અતિવલયનો સ્પર્શક છે.

$\therefore C=\sqrt{a^2m^2-b^2} \qquad \therefore m=\pm\sqrt{\frac{17}{20}}$

83. $9(x^2-4x+4)-16(y^2-6y+9)=252+36-144$

$\therefore \frac{(x-2)^2}{16}-\frac{(y-3)^2}{9}=1$

$\therefore x-2=\pm 4 \quad \& \, y-3=0$

શીર્ષના યામ (6, 3), (-2, 3)

84. $b^2=\sin^2\theta \,;\, a^2=\cos^2\theta$

$\therefore e^2=\sec^2\theta$

$\therefore$ નાભિઓ $(\pm ae, 0)=(\pm 1, 0)$ જે θ થી સ્વતંત્ર છે.

85. રેખા 5x-4y+7=0 નો છાપ $m=\frac{5}{4}$

$\therefore \; a^2=\frac{1}{4}, b^2=\frac{1}{9}$

$\therefore$ સ્પર્શકનું સમીકરણ

$y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$

86. રેખાઓ $y=m_1(x-a)$ અને $y=m_2(x-a)$

$\therefore m_1m_2=p \quad \therefore y^2=p(x^2-a^2)$ જે અતિવલય (નો પથ) દર્શાવે છે

88. અતિવલય ના બિંદુ (x_1, y_1) આગળ સ્પર્શકનું સમીકરણ

$xx_1-2yy_1=4$ ને

$2x+\sqrt{6}y=2$ સાથે સરખાવતા

$(4, -\sqrt{6})$ સ્પર્શ બિંદુ મળે

89. m ઢાળવાળા સ્પર્શકનું સમીકરણ (અતિવલય પર)

$y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2} \qquad a^2=16, b^2=9$

જે વર્તુળને સ્પર્શ છે.

$\therefore$ ત્રિજ્યા $=\frac{\sqrt{a^2m^2-b^2}}{\sqrt{m^2+1}} \qquad \therefore m=3\sqrt{\frac{2}{7}}$

90. અતિવલય $\frac{y^2}{18}=\frac{x^2}{24}-1 \qquad \therefore \frac{x_1^2}{24}-\frac{y_1^2}{18}=1$ -----------(1)

$\therefore \frac{2y}{18}\frac{dy}{dx}=\frac{2x}{24}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{3}{4}\frac{x}{y}$

$$m = \left(\frac{dy}{dx}\right)(x_1, y_1) = \frac{3x_1}{4y_1} = -\frac{-3}{2}$$

(3x+2y+1=0 નો ઢાળ)

$\therefore y_1 = -\frac{x_1}{2}$ ------------(2)   (1) અને (2) ઉકેલતા

$(x_1,\ y_1)$ એ અતિવલય પરનું બિંદુ છે. : (6, -3) અને (-6, 3) બિંદુઓ મળે

$\therefore P(x_1, y_1)$ થી (6, -3) નજીકનું બિંદુ છે.

91. પરવલય $y^2 = 4x$ પરના બિંદુ $P(x_1, y_1)$ થી સ્પર્શકનું સમીકરણ $2x - yy_1 + 2x_1 = 0$ -----------(1)

$\therefore$ (3, 0) થી રેખા $2x - yy_1 + 2x_1 = 0$ નું લંબ અંતર = ત્રિજ્યા

$$\left|\frac{6 + 2x_1}{\sqrt{4 + y_1^2}}\right| = 3$$

$\Rightarrow 9y_1^2 = 4x_1^2 + 24x_1$ $y_1^2 = 4x_1$ લેતાં

$\Rightarrow x_1 = 0 \,\&\, x_1 = 3$

$\therefore x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0$ અને $x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = \pm 2\sqrt{3}$

સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ $2x - 2\sqrt{3}y + 6 = 0$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + 3 = 0$$

92. બંને વર્તુળોની ત્રિજ્યા |b| સમાન છે.

$\therefore$ સ્પર્શક $\left(\frac{a}{2}, 0\right)$ માંથી પસાર થાય

$$\therefore m = \frac{2b}{\sqrt{a^2 - 4b^2}}$$

93. $x = 9 \Rightarrow 9^2 - y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 6\sqrt{2}$

નાભિના અંત્યબિંદુઓ $A(9,\ 6\sqrt{2})$ અને $(9, -6\sqrt{2})$

$\therefore$ બિંદુ A અને B આગળ સ્પર્શકના સમીકરણો

$(9x + 6\sqrt{2}y - 9)(9x - 6\sqrt{2}y - 9) = 0$

$\therefore \left[(3x - 3) + 2\sqrt{2}y\right]\left[(3x - 3) - 2\sqrt{2}y\right] = 0$

$$\therefore (3x - 3)^2 - (2\sqrt{2}y)^2 = 0$$

$\therefore 9x^2 - 8y^2 - 18x + 9 = 0$

94. અતિવલય $9x^2-16y^2-18x-32y-151=0$

$\therefore 9(x^2-2x)-16(y^2+2y)=151$

$\therefore 9(x-1)^2-16(y+1)^2=151+9-16=144$

$\therefore \frac{(x-1)^2}{16}-\frac{(y+1)^2}{9}=1$ OR $\frac{X^2}{16}-\frac{Y^2}{9}=1$

$a^2=16\ :\ b^2=9$

નાભિલંબની લંબાઈ $=\frac{2b^2}{a}=\frac{2(9)}{4}=\frac{9}{2}$

95. પરવલય સમુદાયનું સમીકરણ $y=\frac{a^3x^2}{3}+\frac{a^2x}{2}-2a$

$$\Rightarrow \frac{y}{\frac{a^3}{3}} = x^2 + \frac{a^2}{2}.\frac{3}{a^2}x - \frac{2a}{\frac{a^3}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{3y}{a^3}+\frac{6a}{a^3}=x^2+2\left(\frac{3}{4a}\right)x+\frac{9}{16a^2}-\frac{9}{16a^2}$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{3}{4a}\right)^2=\frac{3y}{a^3}+\frac{105}{16a^2}=\frac{3}{a^3}\left(y+\frac{35}{16}a\right)$$

જો (α, β) શીર્ષ લેતાં $\alpha=\frac{-3}{4a}$ & $\beta=\frac{-35}{16}a$

$\therefore \alpha\beta=\frac{105}{64}$

96. રેખાઓનું સંયુક્ત સમીકરણ

$\sqrt{3}x^2-4xy+\sqrt{3}y^2=0$

$a=\sqrt{3}\ ;\ b=-4\ ;c=\sqrt{3}$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{2\sqrt{h^2-ab}}{|a+b|}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{2\sqrt{2^2-3}}{|\sqrt{3}+\sqrt{3}|}=\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\pi}{6}$$

$\therefore$ રેખાકિંત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ

$= \frac{1}{2\pi} \frac{\pi}{6} . \pi(2^2 - 1^2) = \frac{\pi}{4}$

97. કેન્દ્ર (-2, 2)

ત્રિજ્યા = 2

x અંતઃખંડ = Y અંતઃખંડ આકૃતિ

$\therefore a = b$

$\therefore$ સ્પર્શકનું સમીકરણ x+y=a-----------(1)

કેન્દ્ર (-2, 2) થી સ્પર્શક રેખાનું લંબઅંતર = ત્રિજ્યા

$$\therefore \left| \frac{-2+2-a}{\sqrt{1^2+1^2}} \right| = 2$$

$\therefore a = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ સ્પર્શકનું સમીકરણ $x + y = 2\sqrt{2}$

98. બે વર્તુળો $S_1 : x^2 + y^2 = 6$ અને $S_2 : x^2 + y^2 - 6x + 8 == 0$ ના છેદબિંદુ માંથી પસાર થતાં વર્તુળનું સમીકરણ

$S_1 + \lambda S_2 = 0$

$\therefore (x^2 + y^2 - 6) + \lambda(x^2 + y^2 - 6x + 8) = 0$ જે (1, 1) માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore \lambda = 1$

$\therefore$ વર્તુળનું સમીકરણ $x^2 + y^2 - 3x + 1 = 0$

99. વર્તુળો $S_1 : x^2 + y^2 + 2ax + cy + a = 0$ અને

$S_2 : x^2 + y^2 - 3ax + dy - 1 = 0$

$\therefore$ PQ નું સમીકરણ $S_1 - S_2 = 0$

$\therefore$ 5ax+(c-d)y+(a+1)=0-------------(i)

PQનું સમી 5x+by-a=0--------------(ii) આપેલ છે. જે એક જ સમીકરણ છે.

$$\therefore \frac{5a}{5} = \frac{c-d}{b} = \frac{a+1}{-a}$$

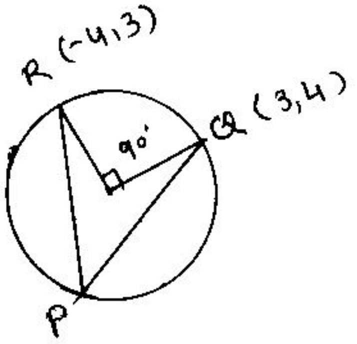
$\Rightarrow -a^2 = a + 1$

$\Rightarrow a^2 + a + 1 = 0$

$\Rightarrow a \notin R \quad (\because 0 < 0)$

100. બિંદુઓ Rઅને Qકેન્દ્ર આગળ $\frac{\pi}{2}$ માપનો ખૂણો આંતરે છે.

$\therefore m\angle RPQ = \frac{\pi}{4}$



102. $|S_1P - S_2P| = k$

$S_1 = (0,1)$ અને $S_2 = (0,-1)$ અને $p(x,y) : k = 2a$

$2ae = S_1S_2 = 2 \qquad \therefore ae = 1$

$$\therefore \frac{k}{2}e = 1 \quad \therefore e = \frac{2}{k} > 1$$ અતિવલય

$\therefore 2 > k \qquad \therefore k < 2$

$\therefore K \in (0,2)$

103.ત્રિકોણ નું ક્ષેત્રફળ $= \left|a^2 \tan\alpha\right|$

$\therefore ab = a^2 \tan\alpha$

$\therefore \frac{b}{a} = \tan\alpha \quad \therefore \frac{b^2}{a^2} = \tan^2\alpha$

$\therefore e^2 - 1 = \tan^2\alpha \qquad \therefore e = \sec\alpha$

104. અતિવલય $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{1} = 1 \qquad a^2 = 2 \ \& \ b^2 = 1$

લંબની લંબાઈનો ગુણાકાર

$= PQ.PR$

$$= \left|\frac{a\sec\alpha - \sqrt{2}\, b\tan\alpha}{\sqrt{3}}\right| \left|\frac{a\sec\alpha + \sqrt{2}\, b\tan\alpha}{\sqrt{3}}\right|$$

$$= \frac{a^2\sec^2\alpha - 2b^2\tan^2\alpha}{3} \left(a^2 = 2, b^2 = 1 \ \& \ \sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1\right)$$

$= \frac{2}{3}$

105. જીવાનું મધ્યબિંદુ $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

જીવાનું સમીકરણ મધ્યબિંદુના સ્વરૂપમાં

$$x\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + y\frac{y_1 + y_2}{2}\right) - c^2$$

$$= 2\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\left(\frac{y_1 + y_2}{2}\right) - c^2$$

$$\Rightarrow x(y_1 + y_2) + y(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)(y_1 + y_2)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x_1 + x_2} + \frac{y}{y_1 + y_2} = 1$$

èíÜÜËÜÜ

1	C	22	A	143	C	64	D	85	C
2	C	23	D	44	D	65	A	86	D
3	D	24	A	45	D	66	C	87	A
4	A	25	C	46	B	67	C	88	A
5	C	26	D	47	D	68	D	89	A
6	A	27	B	48	A	69	A	90	A
7	D	28	C	49	B	70	C	91	C
8	D	29	A	50	C	71	B	92	A
9	A	30	D	51	A	72	C	93	B
10	C	31	C	52	A	73	B	94	A
11	B	32	A	53	A	74	B	95	A
12	D	33	A	54	D	75	A	96	A
13	B	34	B	55	C	76	A	97	C
14	B	35	C	56	B	77	B	98	B
15	A	36	B	57	A	78	A	99	A
16	D	37	D	58	C	79	D	100	C
17	B	38	C	59	D	80	B	101	B
18	A	39	A	60	C	81	D	102	D
19	D	40	A	61	D	82	A	103	B
20	B	41	D	62	D	83	D	104	A
21	A	42	D	63	B	84	C		

એકમ - 12
ત્રિપરિમાણિક ભૂમિતિ
અગત્યના મુદ્દા

- અવકાશમાં બે બિંદુ વચ્ચેનું અંતર

R^3 માં અંતરસૂત્ર માટે $A, B \in R^3$નાં સ્થાન સદિશો,

અનુક્રમે $\bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\bar{b} = (x_2, y_2, z_2)$હોય, તો

$\therefore AB = \left|\overline{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

- રેખાખંડનું વિભાજન :

ધારોકે A અને B ના સ્થાન સદિશો અનુક્રમે $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ છે, જો $P(\bar{r})$ એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી λ ગુણોત્તરમાં

વિભાજન કરે (જ્યાં $P \neq \lambda, P \neq B$) તો P નો સ્થાન સદિશ $\bar{r} = \dfrac{\lambda\,\bar{a} + \bar{b}}{\lambda + 1}, \lambda \pm 0, -1$

$\bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\bar{b} = (x_2, y_2, z_2) \in R^3$ તો

$$\bar{r} = \left(\frac{\lambda x_2 + x_1}{\lambda + 1}, \frac{\lambda y_2 + y_1}{\lambda + 1}, \frac{\lambda z_2 + z_1}{\lambda + 1}\right)$$

જો $\lambda = \dfrac{m}{n}$ $\quad n \neq 0, \quad m \neq -n$

$$\bar{r} = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m + n}, \frac{my_2 + ny_1}{m + n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m + n}\right)$$

- રેખાખંડના મધ્યબિંદુઓનો સ્થન સદિશ

$\overline{AB}$ નાં મધ્યબિંદુનો સ્થાન સદિશ $\bar{r} = \dfrac{\bar{a} + \bar{b}}{2}$

$\therefore R^3$ માટે $\overline{AB}$ નાં મધ્યબિંદુનાં યામ

$$\left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}, \frac{z_2 + z_1}{2}\right)$$

- ત્રિકોણના મધ્યકેન્દ્રનો સ્થાન સદિશ :

ΔABC માં A, B અને C નાં સ્થાન સદિશ અનુક્રમે $\bar{a}, \bar{b}$ અને $\bar{c}$ હોય, તો મધ્યકેન્દ્ર G નો સ્થાન સદિશ

$\overline{G} = \dfrac{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}}{3}$, $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \in R^3$

જો $\bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\bar{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\bar{c} = (x_3, y_3, z_3)$

$\bar{g} = (x, y, z)$ તો

$$(x, y, z) = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}\right)$$

- ત્રિકોણનાં અંતઃ કેન્દ્રનો સ્થાન સદિશ :

ΔABC માં A, B અને C નાં સ્થાન સદિશ, અનુક્રમે $\bar{a}, \bar{b}$ અને $\bar{c}$ તથા BC = a, CA = b, અને AB = c બાજુનાં માપ હોય, તો ΔABC નાં અંતઃ કેન્દ્રનાં $\bar{I}$ નો સ્થાન સદિશ $\left(\frac{a\bar{a} + b\bar{b} + c\bar{c}}{a + b + c}\right)$

જો $\bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\bar{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\bar{c} = (x_3, y_3, z_3)$

તથા $\bar{I} = (x, y, z)$

$$(x, y, z) = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a + b + c}, \frac{az_1 + bz_2 + cz_3}{a + b + c}\right)$$

સમભૂજ ત્રિકોણ માટે મધ્યકેન્દ્ર અને અંતઃ કેન્દ્ર એક જ થાય છે.

- સદિશની દિક્કોસાઈન અને દિક્ખૂણાઓઃ

સદિશ $\bar{r} = (a, b, c) \in R^3$ એ અક્ષોની દિશામાંના એકમ સદિશો $\bar{i}$, $\bar{j}$ અને $\bar{k}$ સાથે અનુક્રમે α, β, γ માપનાં ખૂણા બનાવે તો, α, β અને γ એ સદિશના દિક્ખૂણાઓ કહેવાય છે, આ ખૂણાઓનાં cosine ના મૂલ્યો, $\cos\alpha, \cos\beta$ અને $\cos\gamma$ એ સદિશના દિક્કોસાઈન કહેવાય છે. દિક્કોસાઈનને ℓ, m અને n વડે દર્શાવાય છે.

$$\ell = \cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$m = \cos\beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$n = \cos\gamma = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- ℓ, m અને n એ $\bar{r} = (a, b, c)$નાં દિક્કોસાઈન હોય તો $\ell^2 + m^2 + n^2 = 1$

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

- સદિશ $\bar{r} = (a, b, c)$ની દિશામાં એકમ સદિશ

$$\hat{r} = \left(\frac{a}{|\bar{r}|}, \frac{b}{|\bar{r}|}, \frac{c}{|\bar{r}|}\right) = (\ell, m, n)$$

શૂન્યેતર સદિશ $\bar{r}$ ની દિશામાં એકમ સદિશનાં ઘટકો એ ની દિક્કોસાઈન છે.

- દિક્ગુણોત્તર : જો $\bar{x} \neq \bar{0}$ તથા $m \neq \bar{0}$, તો $m\bar{x}$ નાં ઘટકો mx_1, mx_2, mx_3 ને $\bar{x}$ નાં દિક્ગુણોત્તર કહે છે.
- રેખાનું સદિશ સમીકરણ :

  $A(\bar{a})$ માંથી પસાર થતી અને સદિશ $\bar{\ell}$ ની દિશાવાળી રેખાનું સમીકરણ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}, \quad k \in R$
- રેખાનાં પ્રચલ સમીકરણો

  $\bar{r} = (x, y, z), \bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$ અને $\bar{\ell} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$

  $\therefore x = x_1 + k\,\ell_1, y = y_1 + k\ell_2, \; z = z_1 + k\ell_3, \qquad k \in R$
- રેખાનું કાર્તેઝીય (સંમિત સ્વરૂપ) સમીકરણ

  $\bar{r} = (x, y, z), \bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$ અને રેખાની દિશા $\bar{\ell} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$

  $$\therefore \frac{x - x_1}{\ell_1} = \frac{y - y_1}{\ell_2} = \frac{z - z_1}{\ell_3}$$
- દિક્કોસાઈનવાળી રેખાનું કાર્તેઝીય સમીકરણ

  $\bar{r} = (x, y, z), \bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$ અને રેખાની દિક્કોસાઈન ℓ, m, n માટે રેખાનું કાર્તેઝીય સમીકરણ

  $$\frac{x - x_1}{\ell} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n}$$

  જ્યાં $\ell^2 + m^2 + n^2 = 1$
- બે ભિન્ન બિંદુઓ $A(\bar{a})$ અને $B(\bar{b})$ માંથી પસાર થતી રેખાનાં સમીકરણો

  $\bar{a} = (x_1, y_1, z_1), \bar{b} = (x_2, y_2, z_2)$ અને $\bar{r} = (x, y, z)$

  અને રેખાનું સદિશ સમીકરણ $\bar{r} = \bar{a} + k(\bar{b} - \bar{a}), \quad k \in R$
- રેખાનું કાર્તેઝીય (સંમિત સ્વરૂપ) સમીકરણ

  $$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$
- રેખાનું પ્રચલ સમીકરણ :

  $x = x_1 + k(x_2 - x_1), y = y_1 + k(y_2 - y_1)$

  $z = z_1 + k(z_2 - z_1) \; k \in R$

  જો $\ell_1 = 0$ અને $\ell_2 \neq 0, \ell_3 \neq 0$ તો સમીકરણ $x = x_1, \dfrac{y - y_1}{\ell_2} = \dfrac{z - z_1}{\ell_3}$

અથવા $\dfrac{x-x_1}{0} = \dfrac{y-y_1}{\ell_1} = \dfrac{z-z_1}{\ell_3}$

- R^3 માં બે ભિન્ન રેખાઓ વચ્ચેનો ખૂણો

  બે ભિન્ન રેખાઓ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}$ અને $\bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}$, $k \in R$

(1) જો આપેલી રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર હોય, તો અને તો જ તેમની દિશાઓ $\bar{\ell}$ અને $\bar{m}$ સમાન અથવા પરસ્પર વિરુદ્ધ થાય.

$\therefore\ \bar{\ell} \times \bar{m} = \theta$ અથવા $\bar{\ell} = k\bar{m}$, $k \in R - \{0\}$

(2) જો આપેલી રેખાઓ પરસ્પર લંબ હોય તો અને તો જ તેમની દિશાઓ $\bar{\ell}$ અને $\bar{m}$ પરસ્પર લંબ થાય.

$\therefore\ \bar{\ell} \cdot \bar{m} = 0$

(3) જો આપેલી રેખાઓ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ θ હોય તો અને તો જ $\bar{\ell}$ અને (અથવા $\bar{\ell}$ અને $-\bar{m}$) વચ્ચેનો ખૂણો લઘુકોણ θ માટે.

$\cos\theta = \dfrac{|\bar{\ell} \cdot \bar{m}|}{|\bar{\ell}||\bar{m}|}$ $\qquad 0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$

- રેખાઓ પરસ્પર લંબ થવા માટે કે તેમની વચ્ચેનો ખૂણો મેળવવા માટે તે પરસ્પર છે કે તે જરૂરી નથી. (આ પરિણામ R^3 માટે જ લાગુ પડે)

- R^3 માં ભિન્ન રેખાઓ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}$ અને $\bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}$, $k \in R$ પરસ્પર છેદે તે માટેની શરત : $(\bar{a} - \bar{b}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = 0$ જ્યાં $\bar{\ell} \neq 0, \bar{m} \neq \bar{0}$

- R^3 માં બે રેખાઓ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}$ અને $\bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}$ $k \in R$, પરસ્પર છેદે તે માટેની કાર્તેઝીય સ્વરૂપમાં

  $\bar{a} = (x_1, y_1, z_1), \bar{b} = (x_2, y_2, z_2), \bar{\ell} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$

  $\bar{m} = (m_1, m_2, m_3)$

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{vmatrix} = 0$$

- રેખાઓ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}, \bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}$, $k \in R$, $\bar{\ell} \neq \bar{0}, \bar{m} \neq \bar{0}$ સમતલીય હોવાની આવશ્યક શરત : $(\bar{a} - \bar{b}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = 0$

- વિષમતલીય રેખાઓ :

  જો રેખાઓ L અને M સમાવતું કોઈ સમતલ ના મળી શકે તો તેમને વિષમતલીય રેખાઓ કહે છે.

- બે રેખાઓ સમતલીય કે વિષમતલીય હોય તે માટેની શરત :

જો $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}$, & $\bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}, k \in R$

$\bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\bar{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\bar{\ell} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$

$\bar{m} = (m_1, m_2, m_3)$

(1) સમતલીય હોય તે માટેની શરત :

સદિશ સ્વરૂપમાં $(\bar{a} - \bar{b}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = 0$

કાર્તેઝીય સ્વરૂપમાં

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{vmatrix} = 0$$

(2) વિષમતલીય હોય તે માટે શરત :

સદિશ સ્વરૂપમાં $(\bar{a} - \bar{b}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) \neq 0$

કાર્તેઝીય સ્વરૂપમાં

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

- R^3 નાં કોઈ એક બિંદુથી રેખાની લંબઅંતર :

જો રેખા $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell},\ k \in R$, રેખા પરનું કોઈ એક બિંદુ $A(\bar{a})$ અને રેખા પર ન હોય તેવું અવકાશનું કોઈ એક બિંદુ $P(\bar{P})$ તથા $\overline{PM}$ એ રેખા પરનો લંબ હોય, તો અવકાશના કોઈ એક બિંદુનું રેખાથી લંબઅંતર PM

(1) એકમ સદિશના સ્વરૂપમાં $PM = \dfrac{\left|\overrightarrow{PM} \times \bar{\ell}\right|}{|\bar{\ell}|} = \dfrac{\left|(\bar{P} - \bar{a}) \times \bar{\ell}\right|}{|\bar{\ell}|}$

(2) એકમ સદિશના સ્વરૂપમાં $PM = \left|\overrightarrow{AP} \times \bar{\ell}\right| = \left|(\bar{p} - \bar{a}) \times \bar{\ell}\right|$

(3) કાર્તેઝીય સ્વરૂપમા $\bar{a} = (x_2, y_2, z_2)$

$\bar{p} = (x_1, y_1, z_1)$ અને $\bar{\ell} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \end{vmatrix}$$ નો માનાંક

- સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેનું અંતર :

સમાંતર રેખાઓ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}$ & $\bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}$, $k \in R$. $\bar{\ell} = \bar{m}$ તથા $A(\bar{a})$, અને $B(\bar{b})$ માટે બે રેખાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર $= \left| \overrightarrow{AB} \times \bar{\ell} \right|$

- વિષમતલીય રેખાઓ વચ્ચેનું ન્યૂનત્તમ અંતર :

વિષમતલીય રેખાઓ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}$ & $\bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}$, $k \in R$ માટે તેમની વચ્ચેનું લઘુત્તમ (ન્યૂનત્તમ) અંતર

$$= \frac{\left| (\bar{b} - \bar{a}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) \right|}{|\bar{\ell} \times \bar{m}|}$$

- R^3 માં બે રેખાઓ વચ્ચેનો સંબંધ

$L : \bar{r} = a + k\bar{\ell},\ k \in R,\ M : \bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}, k \in R$

$\bar{\ell} \times \bar{m}$ શરત અનુસાર રેખાનો સંબંધ મળે

$\bar{\ell} \times \bar{m}$

- $\bar{\ell} \times \bar{m} = \bar{0}$ સમાંતર કે સંપાતી રેખા
  - $(\bar{b} - \bar{a}) \times \bar{\ell} \neq \bar{0}$ સમાંતર રેખાઓ
  - $(\bar{b} - \bar{a}) \times \bar{\ell} = \bar{0}$ સંપાતીરેખાઓ
- $\bar{\ell} \times \bar{m} \neq \bar{0}$ વિષમતલીય કે છેદક રેખા
  - $(\bar{b} - \bar{a}).(\bar{\ell} \times \bar{m}) \neq 0$ વિષમતલીય રેખાઓ
  - $(\bar{b} - \bar{a}).(\bar{\ell} \times \bar{m}) \neq 0$ છેદકરેખાઓ

- સમતલ

સમતલનું સદિશ સમીકરણ :

R^3 માં ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓ $A(\bar{a})$, $B(\bar{b})$, અને $C(\bar{c})$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સદિશ સમીકરણ

$\bar{r} = \bar{a} + m(\bar{b} - \bar{a}) + n(\bar{c} - \bar{a}),\ m, n \in R$

સમતલનું સદિશ પ્રચલ સમીકરણ

$\bar{r} = \bar{a}\ell + m\bar{b} + n\bar{c}$, જ્યાં $\ell + m + n = 1, \ell_1, m_1, n \in R$

સમતલનું કાર્તેઝીય પ્રચલ સમીકરણ

$\bar{r} = (x, y, z)$, $\bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\bar{b} = (x_2, y_2, z_2)$ અને $\bar{c}\,(x_3, y_3, z_3)$ માટે સમતલનાં કાર્તેઝીય પ્રચલ સમીકરણ : $x = \ell x_1 + mx_2 + mx_3$

$y = \ell y_1 + my_2 + my_3$

$z = \ell z_1 + mz_2 + nz_3$

જ્યાં $\ell + m + n = 1$ તથા $\ell, m, n \in R$

- સમતલનું કાર્તીઝીય સમીકરણ :

$$(\bar{r}-\bar{a})\cdot\left[(\bar{b}-\bar{a})\times(\bar{c}-\bar{a})\right]=0$$

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$$

ચાર ભિન્ન બિંદુઓ $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$ સમતલીય હોય, તો

અને તો જ $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \\ x_4-x_1 & y_4-y_1 & z_4-z_1 \end{vmatrix}=0$

- અક્ષો પર અતઃ ખંડ કાપતાં સમતલનું સમીકરણ :

$X-$અક્ષ પર a, $y-$અક્ષ પર b, $z-$અક્ષ પર c અંતઃ ખંડ બનાવતા સમતલ સમીકણ : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

$(a.b.\ c \neq 0)$

- $A(\bar{a})$ માંથી પસાર થતાં અને $\bar{n}$ અભિલંબવાળા સમતલનું સમીકરણ :

સદિશ સમીકરણ $\bar{r}\,.\,\bar{n}=\bar{a}\,.\,\bar{n}$

કાર્તેઝીય સ્વરૂપ $\bar{r}=(x, y, z)$, $\bar{n}=(a, b, c)$

$\therefore ax+by+cz=d, \qquad (d=\bar{a}\,.\,\bar{n})$

- ઊગમબિંદુમાંથી સમતલ પરનાં અભિલંબવાળા સમતલનું સમીકરણ :

$N(\bar{n})$ એ ઊગમબિંદુથી સમતલ પરનો લંબપાદ છે અને $|\bar{n}|=P$ હોય તેવા સમતલનું સમીકરણ $x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma=P$ જ્યાં $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ એ $\bar{n}$ ની દિક્કોસાઈન

- સમતલો વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ :

જો θ એ સમતલો $\bar{r}\,.\,\bar{n}_1=d_1$ અને $\bar{r}\,.\,\bar{n}_2=d_2$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ હોય તો

$$\cos\theta=\frac{|\bar{n}_1\,.\,\bar{n}_2|}{|\bar{n}_1||\bar{n}_2|}, \qquad 0\le\theta<\frac{\pi}{2}$$

સમતલો પરસ્પર લંબ હોય, તો અને તો જ $\bar{n}_1\,.\,\bar{n}_2=0$

બે સમાંતર રેખાઓમાંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ $\bar{r}=\bar{a}+k\bar{\ell}, k\in R$ અને $\bar{r}=\bar{b}+k\bar{\ell}, k\in R$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ

$$(\bar{r}\,.\,\bar{a}).\left[(\bar{b}-\bar{a})\times\bar{\ell}\right]=0$$

કાર્તીઝીય સ્વરૂપ $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \end{vmatrix} = 0$

જ્યાં $\bar{a} = (x_1, y_1, z_1)$

$\bar{b} = (x_2, y_2, z_2)$

$\bar{\ell} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$

- બે છેદતી રેખાઓ $\bar{r} = \bar{a} + k\,\bar{\ell}, k \in R$ અને $\bar{r} = \bar{b} + k\bar{m}, k \in R$ માંથી પસાર થતા સમતલનું સમીકરણ

  $(\bar{r} - \bar{a}).\,(\bar{\ell} \times \bar{m}) = 0$

  કાર્તેઝીય સ્વરૂપ : $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{vmatrix} = 0$

  જ્યાં $\bar{a} = (x_1, x_2, x_3)$, $\bar{\ell} = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$ અને $\bar{m} = (m_1, m_2, m_3)$

- બિંદુ $P(\bar{P})$નું સમતલ $\bar{r}.\,\bar{n} = d$ થી લંબઅંતર $= \dfrac{|\,\bar{p}\,.\,\bar{n} - d\,|}{|\,\bar{n}\,|}$

  કાર્તેઝીય સ્વરૂપ $= \dfrac{|\,ax_1 + by_1 + cz_1 - d\,|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

  સમતલનું સમીકરણ $ax + by + cz = d$ અને બિંદુ P નું સ્થાન સદિશ (x_1, y_1, z_1)

- બે સમાંતર સમતલો $\pi_1 : \bar{r}\,.\,\bar{n} = d_1$ અને $\pi_2 : \bar{r}\,.\,\bar{n} = d_2$ વચ્ચેનું લંબઅંતર $= \dfrac{|d_1 - d_2|}{|\,\bar{n}\,|}$

- જો રેખા $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{\ell}, k \in R$ અને સમતલ $\bar{r}\,.\,\bar{n} = d$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ α હોય, તો

  $\alpha = \sin^{-1} \dfrac{|\,\bar{\ell}.\,\bar{n}\,|}{|\bar{\ell}|\,|\,\bar{n}\,|}, 0 < < \dfrac{\pi}{2}$

- બે સમતલો $\pi_1 : \bar{r}\,.\,\bar{n}_1 = d_1$ અને $\pi_1 : \bar{r}\,.\,\bar{n}_2 = d_2$ નો છેદ એક રેખા દર્શાવે છે, તેનું સમીકરણ $\bar{r} = \bar{a} + k\bar{n}, k \in R$ જ્યાં $\bar{n} = \bar{n}_1 \times \bar{n}_2$

- બે સમતલો $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ અને $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ નાં છેદમાંથી પસાર થતા સમતલનું સમીકરણ

  $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 + \lambda\,(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0, \qquad \lambda \neq 0, -1$

પ્રશ્ન બેંક

1. A $(2, -5, 7)$ અને B $(1, 3, 6)$થી સમાન અંતરે આવેલ અક્ષ પરનું બિંદુ...............

   (A) $(-16, 0, 0)$ (B) $(16, 0, 0)$ (C) $(6, 0, 0)$ (D) એકપણ નહીં

2. બિંદુઓ $(4, 5, 2)$ અને $(1, 6, 3)$થી સમાન અંતરે આવેલા બિંદુઓનાં બિંદુગણનું સમીકરણ ....

   (A) $6x - 2y - 2z + 1 = 0$ (B) $6x + 2y - 2z + 1 = 0$

   (C) $6x + 2y + 2z + 1 = 0$ (D) $6x - 2y - 2z - 1 = 0$

3. A $(-1, 2, 0)$, B $(1, 2, 3)$, C $(4, 2, 1)$ તો ΔABC શિરોબિંદુવાળો નો પ્રકાર.

   (A) કાટકોણ (B) સમદ્વિભુજ કાટકોણ

   (C) સમભુજ (D) સમદ્વિભુજ

4. $(1, 1, 1)$, $(-2, 4, 1)$ $(-1, 5, 5)$, $(2, 2, 5)$ શિરોબિંદુઓ વાળો ચતુષ્કોણ.............

   (A) લંબચોરસ (B) ચોરસ

   (C) સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ (D) એકપણ નહિ

5. A $(1, 1, 2)$, B $(2, 3, 5)$, C $(1, 3, 4)$ અને D $(0, 1, 1)$શિરોબિંદ વાળા તથા તેનું ક્ષેત્રફળ .... એકમ

   (A) ચોરસ, $2\sqrt{3}$ (B) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ, $2\sqrt{3}$

   (C) લંબચોરસ, $2\sqrt{3}$ (D) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ, $\sqrt{3}$

6. A $(7, -3, 1)$ અને B $(4, 9, 8)$ને જોડતાં રેખાખંડનું B તરફથી 2 : 3નાં ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતાં બિંદુનાં યામ ....

   (A) $\left(\frac{34}{7}, \frac{39}{7}, \frac{42}{7}\right)$ (B) $\left(\frac{34}{7}, \frac{39}{7}, \frac{-42}{7}\right)$

   (C) $\left(\frac{-34}{7}, \frac{39}{7}, \frac{-42}{7}\right)$ (D) $\left(\frac{-34}{7}, \frac{-39}{7}, \frac{-42}{7}\right)$

7. A $(1, 5, 6)$, B $(3, 1, 2)$, C $(4, -1, 0)$તો B એ $\overline{AC}$નું A તરફથી ....ગુણોત્તરમાં વિભાજત કરે.

   (A) $-2 : 3$ (B) $2 : 3$

   (C) $2 : 1$ (D) $-2 : 1$

8. A $(0, -1, 4)$, B $(1, 2, 3)$, C $(5, 4, -1)$માટે A માંથી $\overline{BC}$ પરનો લંબપાદ..........

   (A) $(-3, 3, 1)$ (B) $(3, -3, 1)$

   (C) $(3, 3, 1)$ (D) $(3, 3, -1)$

9. A $(a, 1, 3)$, B $(-1, b, 2)$, C $(1, 0, c)$ શિરોબિંદુવાળાં ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર $(2, 3, 5)$ હોય તો, ની કિંમત અનુક્રમે............

(A) 10, 8, 6 (B) 6, 10, 8

(C) 8, 6, 10 (D) 6, 8, 10

10. A $(6, 4, 6)$, B $(12, 4, 0)$, C $(4, 2, -2)$ શિરોબિંદુવાળાં ત્રિકોણ માટે અંતઃકેન્દ્ર............

(A) $\left(\frac{22}{3}, \frac{10}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (B) $\left(\frac{-22}{3}, \frac{10}{3}, \frac{4}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{22}{3}, \frac{-10}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (D) $\left(\frac{22}{3}, \frac{10}{3}, \frac{-4}{3}\right)$

11. ΔABCની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓ P $(9, 2, 5)$, Q $(-7, 6, 1)$, R $(8, -9, 3)$હોય તો, ΔABCનું મધ્યકેન્દ્ર................

(A) $\left(\frac{10}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (B) $\left(\frac{-10}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}\right)$

(C) $\left(-1, -1, \frac{2}{3}\right)$ (D) એકપણ નહિ

12. A $(-1, -2, -3)$, B $(1, 2, 3)$, C $(1, 2, 1)$ ΔABCમાં Aમાથી પસાર થતી મધ્યગાની લંબાઈ, તથા મધ્યકેન્દ્ર ....

(A) $3\sqrt{3}\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ (B) $3\sqrt{5}\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(C) $\sqrt{5}\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ (D) $3\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

13. જો A $(-5, 7, 2)$, B $(1, 3, 7)$ તો $\overline{AB}$ ના ત્રિ-ભાજન કરતાં બિંદુઓના યામ ....

(A) $\left(-1, 4, \frac{16}{3}\right), \left(-3, \frac{11}{2}, \frac{11}{3}\right)$ (B) $\left(1, 4, \frac{16}{3}\right), \left(-3, \frac{11}{2}, \frac{11}{3}\right)$

(C) $\left(-1, 4, \frac{16}{3}\right), \left(-3, \frac{-11}{2}, \frac{-11}{3}\right)$ (D) એકપણ નહિ

14. ΔABC માં $m\angle B = \frac{\pi}{2}$, બિંદુ P અને Q એ કર્ણ $\overline{AC}$ નાં ત્રિભાગ બિંદુ છે, તો $BP^2 + BQ^2 =$ ....

(A) $\frac{5}{9} AC^2$ (B) $\frac{5}{9} AC$

(C) $\frac{25}{81} AC^2$ (D) $\frac{25}{81} AC$

15. ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર $G(\bar{0})$ હોય, તો $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} =$ ....

(A) $\bar{0}$ (B) 0

(C) $\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$ (D) $\frac{\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}}{3}$

16. જો A – P – B અને $\frac{AP}{PB} = \frac{m}{n}$ તો અવકાશનાં પ્રત્યેક બિંદુ O માટે $n\,\overrightarrow{OA} + m\,\overrightarrow{OB} =$ ....

(A) $(m-n)\,\overrightarrow{OP}$ (B) $(m+n)\,\overrightarrow{OP}$

(C) $m\,\overrightarrow{OP}$ (D) $n\,\overrightarrow{OP}$

17. ΔABC ની બાજુઓ $\overline{AB}$ તથા $\overline{AC}$ નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D અને E હોય તો $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DC} =$ ....

(A) $\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ (B) $\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

(C) $\frac{3}{2} BC$ (D) $\frac{2}{3} BC$

18. જો સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = K\left(AC^2 + BD^2\right)$ હોય તો K =................

(A) 4 (B) 16 (C) 2 (D) 1

19. નિયમિત ષટ્કોણ ABCDEF ની બાજુઓ $\overrightarrow{AB}$ અને $\overrightarrow{BC}$ ને અનુક્રમે $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ થી દર્શાવીએ તો $\overrightarrow{AF} =$ ....

(A) $\bar{b} - \bar{a}$ (B) $\bar{a} - \bar{b}$

(C) $\bar{a} + \bar{b}$ (D) $\bar{a}$

20. નિયમિત ષટ્કોણ ABCDEF માં $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} =$ ....

(A) $\bar{0}$ (B) $3\overrightarrow{AD}$ (C) $2\,\overrightarrow{AD}$ (D) $4\,\overrightarrow{AD}$

21. નિયમિત ષટ્કોણ ABCDEF માં $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{ED} =$ ....

(A) $3\,\overrightarrow{AD}$ (B) $\overrightarrow{AD}$ (C) $\bar{0}$ (D) $2\,\overrightarrow{AD}$

22. ΔABCઅને ΔPQR નો મધ્યકેન્દ્ર, અનુક્રમે G અને G' હોય તો, $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{CR}=$..........

(A) $\overrightarrow{GG'}$ (B) $3\overrightarrow{GG'}$ (C) $2\overrightarrow{GG'}$ (D) $4\overrightarrow{GG'}$

23. $(6, 0, 1), (8, -3, 7), (2, -5, 10)$ સમભુજ ચતુષ્કોણનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ હોય તો સમભુજ ચતુષ્કોણનું ચોથુ શિરોબિંદુ =...........

(A) $(0, -2, -4)$ (B) $(0, -2, 4)$

(C) $(0, 2, 4)$ (D) $(0, 2, -4)$

24. જો સદિશ $\bar{r}$ એ X, Y, Z -અક્ષો સાથે અનુક્રમે α, β, γ ખૂણા બનાવે તો $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=$..........

(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2

25. જો α, β, γ એ સદિશ $\bar{x}$ નાં દિક્ખૂણાઓ હોય, તો $\cos 2\alpha+\cos 2\beta+\cos 2\gamma=$..........

(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2

26. સદિશ $\bar{r}$ એ X અને Z – અક્ષ સાથે અનુક્રમે $\frac{\pi}{3}$ અને $\frac{2\pi}{3}$ જેટલાં માપનાં ખૂણા બનાવે છે, તો તે Y – અક્ષ સાથે .... માપનો ખૂણો બનાવશે.

(A) $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{3\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}$

27. R^3 માં X – અક્ષની ધન દિશા સાથે $\frac{\pi}{4}$ માપનો ખૂણો બનાવતા સદિશોની સંખ્યા ....

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) અસંખ્યા

28. અક્ષોની દિશાઓ સાથે $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ અને $\frac{\pi}{6}$ માપનાં ખૂણા બનાવતો અને 4 માનવાળો સદિશ ....

(A) $(2, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$ (B) $\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$

(C) $(2, 2\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$ (D) $(-2, -2\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$

29. સદિશ $\bar{x}$ એ ત્રણેય અક્ષ સાથે સમાન માપ α નાં ખૂણા બનાવે, તથા $|\bar{x}|=9$ હોય તો $\alpha=$.......... જ્યાં $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

(A) $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\cos^{-1}\frac{1}{9}$

(C) $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ (D) $\cos^{-1}\frac{1}{3}$

30. $\overline{X} = (a, 3, -2)$ તથા $\overline{Y} = (a, -a, 2)$, જો $\overline{X} \perp \overline{Y}$ તો a = ...

(A) 4, 1 (B) 4, -1 (C) -4, -1 (D) -4, 1

31. સદિશો $\overline{i} + \sqrt{3}\,\overline{j}$ તથા $\sqrt{3}i + a\overline{j}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{3}$ હોય, તો a = ...

(A) 0 (B) 3 (C) -3 (D) એકપણ નહિ

32. સદિશો, $(2, -4, 3)$ તથા $(5, 0, 1)$ બંનેને લંબ એકમ સદિશો-

(A) $\left(\frac{4}{\sqrt{585}}, \frac{13}{\sqrt{585}}, \frac{20}{\sqrt{585}}\right)$ (B) $\left(\frac{-4}{\sqrt{585}}, \frac{13}{\sqrt{585}}, \frac{-20}{\sqrt{585}}\right)$

(C) $\left(\frac{-4}{\sqrt{585}}, \frac{-13}{\sqrt{585}}, \frac{20}{\sqrt{585}}\right)$ (D) $\pm\left(\frac{-4}{\sqrt{585}}, \frac{13}{\sqrt{585}}, \frac{20}{\sqrt{585}}\right)$

33. XY – સમતલમાં સદિશ $4\overline{i} - 3\overline{j} + 2\overline{k}$ ને લંબ હોય તો એકમ સદિશ = ...

(A) $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0\right)$ (B) $\left(\frac{-3}{5}, \frac{-4}{5}, 0\right)$

(C) $\pm \frac{1}{5}(3, 4, 0)$ (D) $\pm \frac{1}{5}(-3, -4, 0)$

34. એકમ સદિશો $\overline{a}$ અને $\overline{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ α હોય તો, $|\overline{a} - \overline{b}\cos\alpha| =$ ....$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

(A) $\sin\alpha$ (B) $\sin\frac{\alpha}{2}$

(C) $\sin 2\alpha$ (D) $\sin^2\frac{\alpha}{2}$

35. એકમ સદિશો $\overline{a}$ અને $\overline{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ θ હોય, તો $\cos\frac{\theta}{2} =$ ....$0 < \theta < \pi$

(A) $|\overline{a} + \overline{b}|$ (B) $\frac{1}{2}|\overline{a} + \overline{b}|$

(C) $\frac{1}{2}|\overline{a} + \overline{b}|^2$ (D) $|\overline{a} + \overline{b}|^2$

36. એકમ સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ θ હોય, તો $\sin\frac{\theta}{2}=$ ....

(A) $|\bar{a}+\bar{b}|$ (B) $\frac{1}{2}|\bar{a}-\bar{b}|$

(C) $|\bar{a}-\bar{b}|$ (D) $\frac{1}{2}|\bar{a}+\bar{b}|$

37. $\bar{X}=(2,-6,3)$, $\bar{Y}=(1,2,-2)$ અને $\bar{X}\hat{}\bar{Y}=\theta$ તો $\sin\theta=$ ....

(A) $\frac{21}{\sqrt{185}}$ (B) $\frac{-\sqrt{185}}{21}$

(C) $\frac{-21}{\sqrt{185}}$ (D) $\frac{\sqrt{185}}{21}$

38. સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{6}$ છે, તથા $|\bar{a}|=4$ અને $|\bar{b}|=2$ તો $|\bar{a}\times\bar{b}|=$ ....

(A) 4 (B) 16 (C) 8 (D) 2

39. સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ θ હોય, તો $\frac{|\bar{a}\times\bar{b}|}{\bar{a}\cdot\bar{b}}=$ ....

(A) $-\cot\theta$ (B) $-\tan\theta$ (C) $\tan\theta$ (D) $\cot\theta$

40. સદિશો $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ પૈકી પ્રત્યેક, બાકીનાં બંને સદિશોનાં સરવાળાને લંબ હોય તથા $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=4$, $|\bar{c}|=5$, હોય તો , $|\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}|=$ ....

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{2}$ (D) $5\sqrt{2}$

41. સદિશો $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ પૈકી દરેક બાકીનાં બંને સાથે $\frac{\pi}{3}$ માપનો ખૂણો બનાવે છે, તથા $|\bar{a}|=1$, $|\bar{b}|=2$, $|\bar{c}|=3$, તો $|\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}|=$ ....

(A) $\sqrt{17}$ (B) 0 (C) 5 (D) $\sqrt{5}$

42. એકમ સદિશો $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ એવા છેકે જેથી $|\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}|=1$ તથા $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ લંબ છે, તેમજ $\bar{c}$, $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ સાથે અનુક્રમે α અને β માપનાં ખૂણા બનાવે છે, તો $\cos\alpha+\cos\beta=$ ....

(A) -1 (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

43. $(\bar{a}+\bar{b}).(\bar{a}-\bar{b})=63$ તથા $|\bar{a}|=8|\bar{b}|$, તો $|\bar{a}|=$ ....

(A) 8 (B) 64 (C) 16 (D) 4

44. એકમ સદિશો $\overline{a}$ અને $\overline{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ θ હોય તો, $|\overline{a}+\overline{b}|<1$ ત્યારે જ બનેકે જ્યારે

(A) $\theta=\frac{\pi}{2}$ (B) $\theta<\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}<\theta<\pi$ (D) $\theta=\frac{\pi}{6}$

45. એકમ સદિશો $\overline{a}$ અને $\overline{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ θ હોય અને $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ હોય તથા $|\overline{a}-\overline{b}|<1$ હોય, તો θ એ અંતરાલ .... માં છે.

(A) $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ (C) $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ (D) $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$

46. સદિશો $\overline{a}$ અને $\overline{b}$ માટે $|\overline{a}+\overline{b}|<|\overline{a}-\overline{b}|$ હોય તો સદિશો $\overline{a}$ અને $\overline{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો.........

(A) ગુરૂકોણ (B) લઘુકોણ (C) કાટકોણ (D) કોટીકોણ

47. એકમ સદિશો $\overline{a}$ અને $\overline{b}$ એ X – અક્ષની ધન દિશા સાથે અનુક્રમે $\frac{\pi}{6}$ અને $\frac{2\pi}{3}$ માપનાં ખૂણા બનાવે તો $|\overline{a}+\overline{b}|=$ ....

(A) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

48. સદિશ $(2, 4, -3)$ ને લંબ હોય તથા જે XY – સમતલમાં હોય તેવો એકમ સદિશ...........

(A) $\pm\left(0,\frac{5}{3},4\right)$ (B) $\pm\frac{1}{5}(0, 3, 4)$

(C) $\frac{1}{5}\left(0, 3, \frac{4}{2}\right)$ (D) $\frac{1}{5}(0, -3, -4)$

49. બિંદુ $(-3, 4, 7)$ માંથી પસાર થતી અને સદિશ $(5, 2, 8)$ ની દિશાવાળી રેખાનું સમીકરણ..............

(A) $\frac{x-3}{5}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-7}{8}$ (B) $\frac{x+3}{5}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-7}{8}$

(C) $x-3=y-4=z-7$ (D) $x+3=y-4=z-7$

50. $A(-2, 4, 7)$ માંથી પસાર થતી તથા $(5, -9, 12)$ દિશાવાળી રેખાનું પ્રચલ સમીકરણો.........

(A) $x=-2+k5,\quad y=4-9k,\quad z=7-12k,\quad k\in R$

(B) $x=-2+k5,\quad y=4-9k,\quad z=7+12k,\quad k\in R$

(C) $x=-2+5k,\quad y=4-9k,\quad z=7+12\,k,\quad k\in R$

(D) આપેલ પૈકી એકપણ નહિ

51. Y – અક્ષને સમાંતર અને ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ..........

(A) $\frac{x}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ (B) $\frac{x}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z}{0}$

(C) $\frac{x}{0}=\frac{y}{0}=\frac{z}{1}$ (D) $\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{1}$

52. રેખા $\frac{4-x}{7}=\frac{y+9}{5}=\frac{3z+8}{2}$ નાં દિક્કોસાઈન........

(A) $\frac{-21}{\sqrt{670}}, \frac{15}{\sqrt{670}}, \frac{2}{\sqrt{670}}$ (B) $\frac{21}{\sqrt{670}}, \frac{15}{\sqrt{670}}, \frac{2}{\sqrt{670}}$

(C) $\frac{21}{\sqrt{670}}, \frac{-15}{\sqrt{670}}, \frac{2}{\sqrt{670}}$ (D) $\frac{-21}{\sqrt{670}}, \frac{-15}{\sqrt{670}}, \frac{-2}{\sqrt{670}}$

53. રેખા $2x = 3y + 5 \quad z = 7 - \frac{y}{5}$ ની દિક્કોસાઈન ....

(A) $\frac{10}{\sqrt{235}}, \frac{15}{\sqrt{235}}, \frac{3}{\sqrt{235}}$ (B) $\frac{-10}{\sqrt{235}}, \frac{-15}{\sqrt{235}}, \frac{-3}{\sqrt{235}}$

(C) $\frac{10}{\sqrt{235}}, \frac{15}{\sqrt{235}}, \frac{3}{\sqrt{235}}$ (D) એકપણ નહિ

54. $A(1, 2, 0)$ અને $B(3, 1, 1)$ માંથી પસાર થતી રેખા પર નીચેનામાંથી કયુ બિંદુ છે.

(A) $(7, -1, 3)$ (B) $(-7, 1, 3)$

(C) $(-7, -1, -3)$ (D) $(7, 1, 3)$

55. જો $\ell + m + n = 0$ અને $\ell^2 + m^2 + n^2 = 0$ સમીકરણો નો ઉકેલ બે રેખાઓની દિક્કોસાઈન હોય, તો રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ..........

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

56. સમઘનના બે વિકર્ણો વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ...........

(A) $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\cos^{-1}\frac{1}{3}$ (C) $\cos^{-1}\frac{1}{9}$ (D) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$

57. જો કોઈ રેખા સમઘનનાં વિકર્ણો સાથે α, β, γ અને δ માપનાં ખૂણાઓ બનાવે, તો $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = ...$

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{-8}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{-4}{3}$

58. જો કોઈ રેખા સમઘનનાં વિકર્ણો સાથે α, β, γ અને δ માપનાં ખૂણાઓ બનાવે તો, $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma + \sin^2\delta = ...$

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{-8}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{-4}{3}$

59. જો કોઈ રેખા સમઘનના વિકર્ણો સાથે α, β, γ અને δ માપનાં ખૂણા બનાવે, તો $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma + \cos 2\delta$ ....

(A) $\frac{-4}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{-8}{3}$

60. જો α, β અને γ એ કોઈ રેખાના દિક્ ખૂણાઓ હોય, તો $\cos 2\alpha + \cos 2\beta \cos 2\gamma = ...$

(A) 1 (B) -1 (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{-4}{3}$

61. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-1}$ તથા $\frac{x-1}{3} = \frac{z-2}{1}$, $y = -1$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ ....

(A) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{10}}{90}$ (B) $\cos^{-1}\frac{5}{\sqrt{90}}$ (C) $\cos^{-1}\frac{1}{6}$ (D) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{10}}{9}$

62. રેખા $\frac{\sqrt{2}\,x - 3\sqrt{2}}{1} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{2}\,y}{2}$, $z + 1 = 0$ દિક્કોસાઈન ....

(A) $\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}, 0$ (B) $\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, 0$ (C) $\frac{1}{\sqrt{5}}, 0, \frac{1}{\sqrt{5}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, 0$

63. $\frac{2-3x}{6} = \frac{y-1}{2} = \frac{1-3}{-2}$ નાં દિક્ ગુણોત્તર ______

(A) -2, 2, 2. (B) -1, 1, 1. (C) -3, 2, 2. (D) 6, 2, -2.

64. રેખા $x = 3 - 2y,\ z = 2y - 1$ .... દિક્ ગુણોત્તર

(A) $\left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (B) $\left(\frac{-2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (D) આપેલ કોઈપણ નહીં.

65. $2x - 3y = 7$, $z = 3$ એ બિંદુ $(2, -1, 3)$ માંથી પસાર થતી રેખા હોય તો તેની દિશા..........

(A) $(3, -2, 0)$ (B) $(3, 2, 0)$ (C) $(-3, 2, 0)$ (D) $(-3, -2, 0)$

66. રેખા $x = 2y+1, 2y = 1-z$ અને $2x+y+z = 0, z+2 = 0$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ..........

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

67. રેખા $\frac{x-1}{-c} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-3}{2}$ અને $\frac{x-3}{6} = \frac{y+1}{3} = \frac{4-z}{6}$ ની દિશા સમાન હોય, તો c............

(A) -2 (B) 2 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

68. બે રેખાઓનાં દિક્કોસાઈન $(3, 4, -6)$તથા $(9, 2, 1)$ હોય તો તેમની વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ...........

(A) $\cos^{-1}\frac{29}{5246}$

(B) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{29}}{\sqrt{5246}}$

(C) $\cos^{-1}\frac{29}{\sqrt{5246}}$

(D) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{29}}{5246}$

69. યામાક્ષો સાથે સમાન માપનાં ખૂણો બનાવતી, ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ.............

(A) $x = y = z$

(B) $x+y+z = 3$

(C) $x+y+z = 1$

(D) $x = y, z = 3$

70. રેખાઓ $\frac{x-5}{7} = \frac{y-5}{K} = \frac{z-2}{5}$ અને $\frac{x}{3} = \frac{y-21}{8} = \frac{3z-4}{5}$ પરસ્પર લંબ હોય તો $K =$...........

(A) $\frac{11}{3}$ (B) $\frac{-11}{3}$ (C) $\frac{3}{11}$ (D) $\frac{-3}{11}$

71. રેખાઓ $\frac{x-\alpha}{\ell} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ અને $\frac{x-\ell}{\alpha} = \frac{y-m}{\beta} = \frac{z-n}{\gamma}$ એ રેખાઓ.........

(A) છેદક (B) સમાંતર (C) વિષમતલીય (D) લંબ

72. રેખામાં $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ તથા $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ નું છેદબિંદુ ....

(A) $(1, 1, 1)$

(B) $(-1, 1, -1)$

(C) $(-1, -1, 1)$

(D) $(-1, -1, -1)$

73. રેખાઓ $x-3 = \frac{y+2}{-1} = z-1$ અને $\frac{x}{2} = \frac{z+3}{3}, y+1 = 0$ નું છેદબિંદુ ....

(A) $(2, 1, 0)$

(B) $(-2, 1, 0)$

(C) $(-2, -1, 0)$

(D) $(2, -1, 0)$

74. $x = y = z$ તથા $x-1 = y-2 = z-3$ રેખાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર ....

(A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $2\sqrt{3}$

75. $(2, -1, 3)$ થી 5 એકમ અંતરે આવેલા રેખા $\bar{r} = (-2, 2, 3) + k\,(4\ -3, 0), k \in R$ પરનાં બિંદુઓ ....

(A) $(6, -4, 3), (-2, -2, 3)$ (B) $(6, -4, 0), (-2, 2, 3)$

(C) $(6, -4, 3), (-2, 2, 3)$ (D) આપેલ કોઈપણ નહીં

76. રેખા $\bar{r} = (1, 2, 1) + k\,(-1, -2, 1), k \in R$ પર $(2, 4, 0)$થી $\sqrt{6}$ એકમનાં અંતરે આવેલા બિંદુઓનાં..........

(A) $(1, 2, 1), (3, 6, -1)$ (B) $(1, 2, 1), (3, -6, -1)$

(C) $(-1, -2, 1), (3, 6, -1)$ (D) એક પણ નહીં

77. બિંદુ $(1, 3, 4)$નું રેખા $\frac{x-5}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+7}{3}$થી લંબ અંતર.........

(A) $\frac{\sqrt{1398}}{7}$ (B) $\frac{\sqrt{1398}}{14}$ (C) $\sqrt{\frac{1398}{7}}$ (D) $\frac{1398}{7}$

78. $P\,(2, -1, 5)$ માંથી રેખા $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+8}{-11}$ પર લંબપાદ.............. અને બિંદુથી રેખાનું લંબઅંતર..........

(A) $(-1, -2, 3), \sqrt{14}$ (B) $(1, 2, 3), 14$

(C) $(-1, -2, -3), \sqrt{14}$ (D) $(1, 2, 3), \sqrt{14}$

79. બિંદુ $(1, 0, 3)$થી $\bar{r} = (4, 7, 1) + k\,(1, 2, -2), k \in R$ નું લંબઅંતર અને લંબપાદ અનુક્રમે...........

(A) $\sqrt{13}, \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{3}\right)$ (B) $13, \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{3}\right)$

(C) $\sqrt{13}, \left(\frac{-5}{3}, \frac{-7}{3}, \frac{-17}{3}\right)$ (D) $13, \left(\frac{-5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{3}\right)$

80. $(1, 2, 1)$ માંથી પસાર થતી રેખા $\frac{2x-1}{3} = \frac{1-y}{3} = \frac{3z-2}{5}$ ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ............

(A) $\frac{2x-2}{3} = \frac{2-y}{3} = \frac{3z-3}{5}$ (B) $\frac{2x+2}{3} = \frac{2+y}{3} = \frac{3z+3}{5}$

(C) $\frac{2x-1}{-3} = \frac{1-y}{-3} = \frac{3z-2}{1}$ (D) એકપણ નહિ

81. $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ તથા $\frac{x-5}{0}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{3}$ ને લંબ અને તેને છેદતી $(3, -1, 11)$ માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ..........

(A) $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z+11}{4}$ (B) $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z-11}{4}$

(C) $\frac{x+3}{1}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z+11}{4}$ (D) $\frac{x-3}{-1}=\frac{y+1}{6}=\frac{z+1}{4}$

82. $P(1, 6, 3)$ નું $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ ને સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ ....

(A) $(-1, 0, -7)$ (B) $(-1, 0, 7)$

(C) $(1, 0, 7)$ (D) $(1, 0, -7)$

83. $(1, 2, 3)$ માંથી પસાર થતી રેખાઓ $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$ તથા $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{6}$ ને લંબરેખાનું સમીકરણ............

(A) $\frac{x-1}{14}=\frac{y-2}{-9}=\frac{z-3}{-4}$ (B) $\frac{x+1}{14}=\frac{y+2}{9}=\frac{z+3}{-4}$

(C) $\frac{x-1}{14}=\frac{y-2}{9}=\frac{z-3}{-4}$ (D) $\frac{x+1}{-14}=\frac{y+2}{9}=\frac{z+3}{4}$

84. સમીકરણો, $x = ay + b, z = cy + d$ દ્વારા દર્શાવતી રેખાની દિક્કોસાઈન...........

(A) $\pm\frac{a}{\sqrt{a^2+c^2+1}}, \pm\frac{1}{\sqrt{a^2+c^2+1}}, \pm\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2+1}}$

(B) $\frac{a}{\sqrt{a^2+c^2+1}}, \frac{1}{\sqrt{a^2+c^2+1}}, \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2+1}}$

(C) $\frac{-a}{\sqrt{a^2+c^2+1}}, \frac{-1}{\sqrt{a^2+c^2+1}}, \frac{-c}{\sqrt{a^2+c^2+1}}$

(D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ

85. રેખાઓ $L : x = ay + b, z = cy + b$ તથા $M : x = a'y + b, z = c'y + d'$ પરસ્પર લંબ હોય તો $aa' + cc' + 3 =$ ....

(A) 2 (B) -2 (C) 0 (D) 1

86. રેખાઓ $\bar{r} = (1, 3, 5) + k(-1, 2, 3), k \in R$ તથા

$\bar{r} = (1, -3, -1) + k(1, -2, -3), k \in R$ રેખાઓ .... છે.

(A) સંપાતી (B) સમાંતર (C) વિષમતલીય (D) લંબ

87. $\bar{r} = (2, 1, 3) + k\ (1, -1, 1)$ તથા $\bar{r} = (3, 0, 4) + k\ (-1, 1, -1)\ k \in R$ રેખાઓ.......... છે.

(A) સંપાતી (B) વિષમતલીય (C) છેદક (D) સમાંતર

88. $\bar{r} = (1, 2, 6) + k\ (1, 3, 5)$ તથા $\bar{r} = (-1, 3, 5) + k\ (2, 1, 1)\ k \in R$ રેખાઓ......... છે.

(A) સમાંતર (B) છેદક (C) સંપાતી (D) વિષમતલીય

89. $\{k + 3, - k - 1, k + 1\}\ k \in R\ \{2k,\ 0,\ 3k - 3 / k \in R\}$ એ રેખાઓ .... છે.

(A) સમાંતર (B) છેદક (C) સપાંતી (D) વિષમતલીય

90. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5}$ તથા $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$ રેખાઓ ....છે.

(A) સમાંતર (B) સંપાંતી (C) છેદક (D) વિષમતલીય

91. રેખાઓ $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{3} = z$ તથા $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1}$, $z = 2$ વચ્ચેનું ન્યૂનત્તમ અંતર ....એકમ

(A) $\frac{7}{74}$ (B) $\frac{\sqrt{7}}{74}$ (C) $\frac{7}{\sqrt{74}}$ (D) $\sqrt{\frac{7}{74}}$

92. $x = 1 + t, y = 1 + 6t, z = 2t, t \in R$ તથા $x = 1 + 2k, y = 5 + 15k, z = -2 + 6k, k \in R$ રેખાઓ વચ્ચેનું ન્યૂનત્તમ અંતર.........એકમ.

(A) 4 (B) 6 (C) 2 (D) 1

93. રેખા $\bar{r} = (4, -1, 0) + k\ (1, 2, -3) k \in R$ તથા $\bar{r} = (1, -1, 2) + k\ (2, 4, -5) k \in R$ વચ્ચેનું ન્યૂનત્તમ અંતર........ એકમ.

(A) $\frac{6}{\sqrt{5}}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ (D) $\sqrt{\frac{6}{5}}$

94. રેખા $L: \bar{r} = (8, -9, 10) + k\ (3, -16, 7), k \in R$

તથા $M: \bar{r} = (15, 29, 5) + k\ (3, 8, -5), k \in R$

$P, \in L, Q \in M$, કે જેથી PQ એ, L તથા M વચ્ચેનું ન્યૂનત્તમ અંતર થાય, તો, PQ = ...

(A) $\sqrt{14}$ (B) 14 (C) $\frac{1}{14}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{14}}$

95. રેખા $L: \frac{x-23}{-6} = \frac{y-19}{-4} = \frac{z-25}{3}$ તથા $M: \frac{x-12}{-9} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-5}{2}$ હોય, તથા $P \in L\ \&\ Q \in M, \overleftrightarrow{PQ} \perp L$, તથા $\overleftrightarrow{PQ} \perp M$ માટે, PQ = ...

(A) $\sqrt{26}$ (B) $\frac{1}{26}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{26}}$ (D) 26

96. a, b, c લંબાઈની ધારવાળા લંબઘનના વિકર્ણો $\overleftrightarrow{OO'}$ અને આ વિકર્ણને વિષમતલીય ધાર $\overleftrightarrow{AB'}$ વચ્ચેનું ન્યૂનત્તમ અંતર.........

(A) $\frac{ca}{\sqrt{a^2+c^2}}$ (B) $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

(C) $\frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$ (D) $\frac{abc}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

97. એકમ બાજુવાળા લંબઘનના વિકર્ણો $\overleftrightarrow{OO'}$ અને તેને વિષમતલીય ધાર $\overleftrightarrow{AB'}$ વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર............

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

98. $A(1, 2, 3)$, $A(2, 1, 0)$, $C(3, 3, -1)$ માંથી પસાર થતા સમતલનું સમીકરણ..........

(A) $7x + 2y - 3z = 12$ (B) $7x - 2y + 3z = 12$

(C) $x + y + z = 12$ (D) $7x - 2y - 3z = 12$

99. અક્ષો પરના અંતઃખંડ 3, −4, 7 હોય તેવા સમતલ પર નીચે પૈકી .... બિંદુ

(A) $(2, -3, 1)$ (B) $(1, 1, -2)$

(C) $(1, -1, -3)$ (D) એકપણ નહિ

100. $4x - 81y + 9z - 1 = 0$ અક્ષો પર નાં અતઃખંડોનો સરવાળો........

(A) $\frac{1017}{2916}$ (B) $\frac{1017}{2916}$ (C) $\frac{101}{2916}$ (D) $\frac{-1017}{2916}$

101. બિંદુ $(2, 1, 3)$ માંથી પસાર થતા તથા X અને Y અંતઃખંડ સમાન બનાવતાં અને Z - અંતઃખંડ 14 બનાવતાં સમતલનું સમીકરણ........

(A) $11x - 11y + 3z = 42$ (B) $11x + 11y + 3z = 42$

(C) $11x + 11y - 3z = 42$ (D) $11x + 11y + 3z + 42 = 0$

102. સમતલો $2x - y + z = 2$ અને $x + y + 2z = 3$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ.........

(A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{-\pi}{3}$ (D) $\frac{4\pi}{3}$

103. રેખા $\bar{r} = (-1, 1, 2) + k(3, 2, 4)$, $k \in R$ તથા $2x + y - 3z + 4 = 0$ સમતલ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ.........

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{406}}\right)$ (B) $\sin^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{406}}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ (D) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

104. રેખા $\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$ અને સમતલ $2x - 2y + z = 1$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ...........

(A) $\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{19}}$ (B) $\cos^{-1}\frac{1}{9}$ (C) $\sin^{-1}\frac{1}{9}$ (D) $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{19}}$

105. બિંદુ (1, 2, 3) માંથી સમતલ $x-2y+2z=5$ પરનો લંબપાદ......... અને લંબ અંતર.........

(A) $\left(\frac{11}{9},\frac{14}{9},\frac{31}{9}\right)\frac{3}{2}$ (B) $\left(-\frac{11}{9},-\frac{14}{9},-\frac{31}{9}\right),\frac{2}{3}$

(C) $\left(\frac{11}{9},\frac{14}{9},\frac{31}{9}\right),\frac{2}{3}$ (D) $\left(\frac{11}{9},\frac{14}{9},-\frac{31}{9}\right),\frac{2}{3}$

106. સમતલો, $x+2y-3z=6$ અને $2x-y+z=7$ ની સામાન્ય છેદક રેખાનું સમીકરણ............

(A) $\frac{x-4}{1}=\frac{y-1}{7}=\frac{z}{5}$ (B) $\frac{x+4}{1}=\frac{y-1}{7}=\frac{z}{5}$

(C) $\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{7}=\frac{z}{5}$ (D) $\frac{x-4}{-1}=\frac{y-1}{-7}=\frac{z}{5}$

107. સમતલ $2x-y+z+3=0$ ને સાપેક્ષ બિંદુ (1, 3, 4) નું પ્રતિબિંબ ....

(A) $(3,5,21)$ (B) $(-3,-5,21)$

(C) $(-3,-5,-2)$ (D) $(-3,5,2)$

108. બિંદુ $(2,-1,1)$ માંથી સમતલ $2x-3y+4z=44$ પરનાં લંબની લંબાઈ અને લંબપાદ ના યામ અનુક્રમે ....

(A) $\sqrt{29}(4,-4,-6)$ (B) $\sqrt{29}(4,-4,6)$

(C) $\sqrt{29}(4,4,6)$ (D) $\sqrt{29}(-4,-4,6)$

109.સમતલ $2x-2y+z=-3$ ને $x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma=p$ સ્વરૂપમાં દર્શાવીએ તો ઉગમબિંદુમાંથી સમતલ પર દોરેલી લંબની લંબાઈ......... લંબપાદ........ તથા દિક્કોસાઈન......... થશે.

(A) $1,\left(-\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right),-\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}$ (B) $2,\left(-\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)-\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}$

(C) $1,\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right),\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$ (D) આપેલા પૈકી એક પણ નહિ

110. $A(1,2,3), B(5,4,1)$ માટે $\overline{AB}$ નાં લંબદ્વિભાજક સમતલનું સમીકરણ...........

(A) $x+2y-7+z=0$ (B) $2x+y-z=7$

(C) $x+2y+z+7=0$ (D) $2x-2y-z=7$

111. સમતલો $3x+y-z=0$ તથા $x+2y+3z=5$ ને લંબ તથા $(1,3,5)$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ..........

(A) $x+2y+z=0$ (B) $x-2y-z=0$

(C) $x-2y+z=0$ (D) $x+2y-z=0$

112. જો $\bar{r}(2,-b,1)$ અને $\bar{r}(4,-1,-c)=6$ સમતલો પરસ્પર સમાંતર હોય તો, $b,c=$ _______

(A) $-\frac{1}{2},-2$ (B) $\frac{1}{2},2$

(C) $-\frac{1}{2},2$ (D) $\frac{1}{2},-2$

113. જો બે સમતલો $3x-2y+z=1$ અને $6x-4y+2z=k$ વચ્ચેનું અંતર $\frac{3}{2\sqrt{14}}$ હોય તો $K=$ ________

(A) 5,–1 (B) –5,1 (C) –5,–1 (D) 5,–1

114. રેખાઓ $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{2}=z$ અને $\frac{x-4}{3}=\frac{1-y}{2}=\frac{z-1}{1}$ સમતલીય રેખાઓને સમાવતા સમતલનું સમીકરણ..........

(A) $3x+y+16z=9$ (B) $6x+y-16z=9$

(C) $6x-y-16z=9$ (D) $6x-y+16z=9$

115. રેખાઓ $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$ અને $\frac{2x+3}{4}=\frac{3-4}{-1}=\frac{z}{2}$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ.............

(A) $4x+11y+14z=36$ (B) $4x+14y-11z=36$

(C) $4x-14y-11z=36$ (D) $4x-14y+11z=36$

116. $\bar{r}=(1,1,1)+K(2,1,2), K\in R$ અને $(1,-1,2)$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ.........

(A) $5x-2y-4z+1=0$ (B) $5x+2y+4z+1=0$

(C) $5x-2y+4z+1=0$ (D) $5x-2y+4z-1=0$

117. રેખાઓ L ; $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ તથા M ; $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-5}{4}$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ _______

(A) $7x+2y+2z-3=0$ (B) $7x-2y+2z-3=0$

(C) $7x-2y-2z+3=0$ (D) $7x+2y-2z+3=0$

118. રેખાઓ L ; $\frac{x+3}{2}=\frac{y+5}{3}=\frac{z-7}{-3}$ તથા M ; $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{5}=\frac{z+1}{-1}$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ _______

(A) $6x + 5y - z = 0$ (B) $6x - 5y - z = 0$

(C) $6x - 5y + z = 0$ (D) $6x + 5y + z = 0$

119. બિંદુ $A(1,2,3)$ તથા $B(3,-1,2)$ માંથી પસાર થતાં અને $x+3y+2z=7$ ને લંબ સમતલનું સમીકરણ...........

(A) $3x+5y-9z+14=0$ (B) $3x-5y-9z+14=0$

(C) $3x-5y+9z+14=0$ (D) $3x+8y+9z+14=0$

120. સમતલ $x+2y+2z=1$ ને સમાંતર તથા તેનાથી 2 એકમ દૂર સમતલનાં સમીકરણો...........

(A) $x+2y+2z=7$ (B) $x+2y+2z=-5$

(C) $x+2y+2z=7$ અને $x+2y+2z=-5$ (D) $x+2y+2z=-7$, $x+2y+2z=5$

121. બિંદુ $(1, 6, -4)$ તથા રેખા $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમીકરણ.........

(A) $25x+14y+8z=77$ (B) $25x+14y-8y=77$

(C) $25x-14y-8z=77$ (D) $25x+14y+8z=-77$

122. સમતલ $2x+4y+8z=17$ ને સમાંતર તથા રેખા $\frac{x-3}{2}=y=\frac{z-8}{-1}$ ને સમાવતાં સમતલનું સમીકરણ.........

(A) $x-2y+4z=35$ (B) $x-2y-4z=35$

(C) $x+2y+4z=35$ (D) $x+2y-4z=35$

123. સમતલો $x+y+z+1=0$ અને $x-3y+z+3=0$ ની છેદ રેખામાંથી પસાર થતા અને રેખા $2x=y=2z$ ને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ.........

(A) $x-y+z+2=0$ (B) $x-y-z-2=0$

(C) $x+y-z+2=0$ (D) $x+y+z+2=0$

124. સમતલો $x-y+z=1$ અને $x+y-z=1$ ની છેદક રેખામાંથી પસાર થતું અને સમતલ $x-2y+z=2$ ને લંબ હોય તેવા સમતલ સમીકરણ...........

(A) $x+3y+z=3$ (B) $3x+y-z=3$

(C) $x-3y-z=3$ (D) $x-3y+z=3$

125. સમતલો $x-y+z=1$ અને $x+y-z=1$ ની છેદરેખામાંથી પસાર થતું અને Y અક્ષ પર 3 અંતઃ ખંડ કાપતું સમતલ સમીકરણ $x-y+z-1+\lambda(x+y-z-1)=0$ હોય તો $\lambda=$ ______

(A) -2 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

126. અક્ષોને અનુક્રમે A, B અને C માં છેદતું સમતલ, જો ઉગમબિંદુમાંથી 3P લંબઅંતરે હોય, તો ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર એ .... સમીકરણ પર છે.

(A) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{p^2}=0$ (B) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}-\frac{1}{p^2}=0$

(C) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{p^2}=1$ (D) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=0$

127. સમતલ યામાક્ષોને બિંદુઓ A, B, C આગળ છેદે છે, ΔABC અને નું મધ્યકેન્દ્ર $(2,1,3)$ હોય, તો તે સમતલનું સમીકરણ..........

(A) $3x+6y+2z+18=0$ (B) $3x+6y+2z-18=0$

(C) $3x+6y+2z=0$ (D) $x+y+z=18$

128. સમતલ યામાક્ષોને અનુક્રમે A, B, C માં છેદે છે તથા ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર (α,β,γ) હોય, તો તે સમતલનું સમીકરણ..........

(A) $x+y+z=3\alpha\beta\gamma$ (B) $x+y+z=3$

(C) $\frac{x}{\alpha}+\frac{y}{\beta}+\frac{z}{\gamma}=3$ (D) $x+y+z=\alpha\beta\gamma$

129. (α,β,γ) માંથી પસાર થતું એક સમતલ અક્ષોને A, B અને C માં છેદે તો A, B અને C માંથી યામ સમતલોને સમાંતર સમતલોના છેદ બિંદુનો બિંદુગણ...........

(A) $\frac{x}{\alpha}+\frac{y}{\beta}+\frac{z}{\gamma}=1$ (B) $\frac{\alpha}{x}+\frac{B}{y}+\frac{\gamma}{z}=1$

(C) $x+y+z=1$ (D) $x+y+z=\alpha\beta\gamma$

130. એક ચલ સમતલનું ઉગમબિંદુથી અંતર P છે, તે અક્ષોને A, B અને C માં છેદે, તો ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=$ _______ પર છે.

(A) $\frac{9}{p^2}$ (B) $\frac{p^2}{9}$ (C) $\frac{p}{9}$ (D) $\frac{9}{p}$

131. ચલ સમતલનું ઊગમબિંદુથી અંતર P છે તથા તે અક્ષોને A, B અને C માં છેદે છે, A, B અને C માંથી યામ-સમતલને સમાંતર સમતલોનું છેદબિંદુ $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=$ _______ પર છે.

(A) p^2 (B) $\frac{1}{p^2}$ (C) P (D) $\frac{1}{p}$

132. સમતલો $2x+y+2z=1, x+2y-2z=1$ તથા $6x+2y+3z=1, 6x+2y-3z=1$ ની છેદરેખા .... તથા છેદબિંદુ ....

(A) છેદક $(1,1,1)$ (B) લંબ$(-1,1,1)$

(C) વિષમતલીય રેખા, છેદબિંદુ મળે નહિ (D) સમાંતર છેદબિંદુ મળે નહિ

133. રેખા $\bar{r}=(2,-2,3)+K(1,-1,4)$ અને $x+5y+z=5$ સમતલ એ વચ્ચેનું લંબ અંતર..........એકમ

(A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{10}{3\sqrt{3}}$ (C) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ (D) 10

સૂચનો

1. P (x, 0, 0), x – અક્ષ પરનું બિંદુ $AP^2 = PB^2$

(B) $(x-2)^2 + 25 + 49 = (x-1)^2 + 9 + 36$

$-2x = -32 \qquad x = 16 \qquad (16, 0, 0)$

2. A (4, 5, 2), B (1, 6, 3), P(x, y, z), $AP^2 = BP^2$

(A) $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = (x-1)^2 + (y-6)^2 + (z-3)^2$

$\therefore 6x - 2y - 2z + 1 = 0$

3. A (–1, 2, 0), B (1, 2, 3), C(4, 2, 1) શિરોબિંદુ વાળો ΔABC

(B) $\Delta ABC \therefore \quad AB = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$BC = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$CA = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$

AB = BC તથા $AB^2 + BC^2 = CA^2$

$\therefore$ સમદ્વિભુજ કાટકોણ ત્રિકોણ

4. A (1, 1, 1) B (–2, 4, 1), C(–1, 5, 5), D (2, 2, 5)

(B) $AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $CD = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$AD = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

તથા $AC = \sqrt{36} = 6$, $BD = \sqrt{36} = 6$

AB = BC = CD = AD તથા $AB^2 + BC^2 = AC^2$

તથા $BC^2 + CD^2 = BD^2$

$\therefore$ ચોરસનાં શિરોબિંદુઓ છે.

5. A (1, 1, 2), B (2, 3, 5), C (1, 3, 4), D (0, 1, 1)

(B) $\overrightarrow{AB} = (1, 2, 3)$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$ $\overrightarrow{AB} = (1, 2, 3)$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$

$\overrightarrow{CD} = (-1, -2, -3), \left|\overrightarrow{CD}\right| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$

$\overrightarrow{AD} = (-1, 0, -1), \left|\overrightarrow{AD}\right| = \sqrt{2}$

$\overrightarrow{AC} = (0, 2, 2), \left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$\overrightarrow{BD} = (-2, -2, -4), \left|\overrightarrow{BD}\right| = \sqrt{4+4+16} = \sqrt{24}$

AB = CD તથા BC = AD

$AB^2 + BC^2 \neq AC^2$ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ

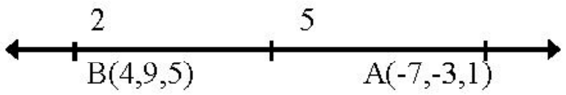
$\square^m$ ABCD નું ક્ષેત્રફળ = $\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}\right|$

$= \left|(-2, -2, 2)\right|$

$= \sqrt{4+4+4} = 2\sqrt{3}$ એકમ

6. A $(7, -3, 1)$, B $(4, 9, 8)$

(A) $\overline{AB}$ નું વિભાજન બિંદુ



$\left(\frac{2(7)+5(4)}{2+5}, \frac{2(-3)+5(9)}{2+5}, \frac{2(1)+5(8)}{2+5}\right)$

$\left(\frac{34}{7}, \frac{39}{7}, \frac{42}{7}\right)$

7. A $(1, 5, 6)$, B $(3, 1, 2)$, C $(4, -1, 0)$, B એ $\overline{AC}$ નું A તરફથી $\lambda : 1$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

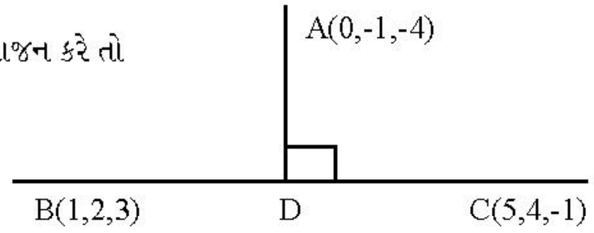
(C) $3 = \frac{4\lambda + 1}{\lambda + 1}, \quad 1 = \frac{-\lambda + 5}{\lambda + 1}, \quad 2 = \frac{0+6}{\lambda + 1}$

$\lambda = 2 \quad \lambda = 2 \quad \lambda = 2$

$\therefore$ B એ $\overline{AC}$ નું તરફની 2:1 ગુણોત્તર વિભાજન કરે છે.

8. A $(0, -1, -4)$, B $(1, 2, 3)$, C$(5, 4, -1)$

(C) D એ $\overline{BC}$ નું તરફથી $\lambda : 1$ના ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે તો



$D\left(\frac{5\lambda + 1}{\lambda + 1}, \frac{4\lambda + 2}{\lambda + 1}, \frac{-\lambda + 3}{\lambda + 1}\right)$

$\overrightarrow{BC} = (4, 2, -4)$

$\overrightarrow{AD} = \left(\frac{5\lambda + 1}{\lambda + 1}, \frac{5\lambda + 3}{\lambda + 1}, \frac{3\lambda + 7}{\lambda + 1}\right)$

$\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

$4\left(\frac{5\lambda + 1}{\lambda + 1}\right) + 2\left(\frac{5\lambda + 3}{\lambda + 1}\right) + (-4)\left(\frac{3\lambda + 7}{\lambda + 1}\right) = 0$

$18\lambda = 18$

$\lambda = 1$

D(3, 3, 1) લંબપાદ (3,3,1)

9. $(2, 3, 5) = \left(\frac{a - 1 + 1}{3}, \frac{1 + 3b + 0}{3}, \frac{2 + 3 + C}{3}\right)$

(D) $\frac{a}{3} = 2$ $\quad \frac{b + 1}{3} = 3$ $\quad \frac{C + 5}{3} = 5$

$a = 6$ $\quad b = 8$ $\quad C = 10$

10. $A(6, 4, 6)$, $\quad B(12, 4, 0)$ $\quad C(4, 2, -2)$

(A) $a = BC = \sqrt{64 + 4 + 4} = \sqrt{72}$

$b = AC = \sqrt{4 + 4 + 64} = \sqrt{72}$

$c = AB = \sqrt{36 + 0 + 36} = \sqrt{72}$

$a = b = c = \sqrt{72}$ ΔABC, સમભુજ ત્રિકોણ થશે.

ત્રિકોણ સમભુજ હોય તો તેનું મધ્ય કેન્દ્ર અને અતઃ કેન્દ્ર અનન્ય થશે.

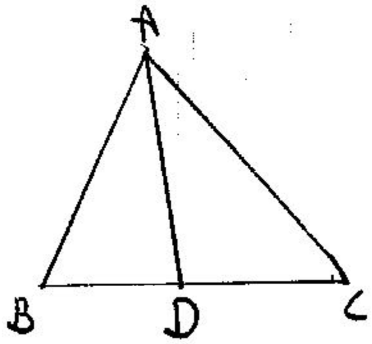
$\therefore \left(\frac{6 + 12 + 4}{3}, \frac{4 + 4 + 2}{3}, \frac{6 + 0 - 2}{3}\right) = \left(\frac{22}{3}, \frac{10}{3}, \frac{4}{3}\right)$

11. ત્રિકોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતાં ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર એ ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર થાય છે.

(D) $\therefore \Delta ABC$નું મધ્યકેન્દ્ર $= \left(\frac{9 + (-7) + 8}{3}, \frac{2 + 6 + (-9)}{3}, \frac{5 + 1 + 3}{3}\right)$

$\left(\frac{10}{3}, \frac{-1}{3}, 3\right)$

12. A $(-1, -2, -3)$, B $(1, 2, 3)$, C $(1, 2, 1)$



(B) ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર G$\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

$\overline{BC}$ નું મધ્યબિંદુ D $(1, 2, 2)$

મધ્યગા $\overline{AD}$

$\therefore AD = \sqrt{4 + 16 + 25} = \sqrt{45}$

$= 3\sqrt{5}$ એકમ

13. A $(-5, 7, 2)$, B $(1, 3, 7)$ નો ત્રિ-વિભાજન કરતાં બિંદુ P અને Q

(D) Q એ $\overline{AB}$ નું A તરફથી 2:1 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે.

Q યામ $\left(\frac{2(1)+1(-5)}{2+1}, \frac{2(3)+1(7)}{2+1}, \frac{2(7)+1(2)}{2+1}\right)$

$\left(-1, \frac{13}{3}, \frac{16}{3}\right)$

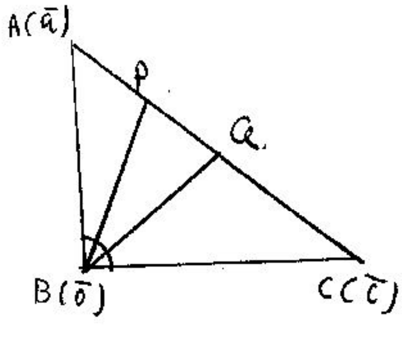
P એ $\overline{AC}$ નું મધ્યબિંદુ થાય.

P નાં યામ $\left(\frac{-1-5}{2}, \frac{7+\frac{13}{3}}{2}, \frac{\frac{16}{3}+2}{2}\right)$

$\left(-3, \frac{17}{3}, \frac{11}{3}\right)$

14. A$(\bar{a})$, B $(\bar{o})$, C $(\bar{c})$, ΔABC નું સ્થાન સદિશ લો.

(A) P અને Q અનુક્રમે $\overline{AC}$ નાં A તરફથી 1:2 તથા 2:1 ગુણોત્તરમાં અતઃ વિભાર્જન કરે છે. P $\left(\frac{\frac{1}{2}\bar{C} + \bar{a}}{1 \quad 1}\right)$



P $\left(\frac{2\bar{a} + \bar{c}}{3}\right)$, Q $\left(\frac{a + 2\bar{c}}{3}\right)$

પરંતુ $\bar{a} \cdot \bar{c} = \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 0$

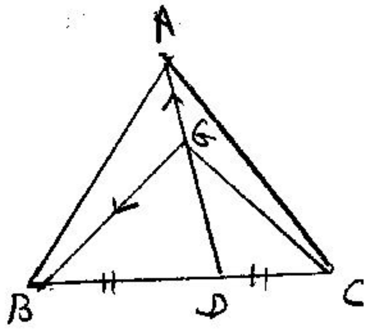
$BP^2 + BQ^2 = \frac{1}{9}\left| 2\bar{a} + \bar{c} \right|^2 + \frac{1}{9}\left| \bar{a} + 2\bar{c} \right|^2$

$= \frac{1}{9}\left[5\,|\bar{a}|^2 + 5\,|\bar{c}|^2\right]$

$= \frac{5}{9}\left[AB^2 + BC^2\right]$

$= \frac{5}{9}\,AC^2 \qquad \because AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad m\angle B = \frac{\pi}{2}$

15. ΔABC માં A,B, C નાં સ્થાન સદિશ અનુક્રમે $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$, G એ ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર ઉગમબિંદુ લેતાં



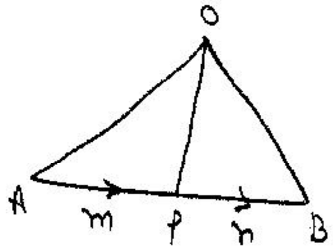
(A) $(\bar{O}) = \left(\frac{\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}}{3}\right)$

$\therefore\ \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z} = \bar{O}$

$\therefore\ \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \bar{O}$

16. $\overrightarrow{AP}$ અને $\overrightarrow{PB}$ ની દિશા સમાન છે.

(B) $\frac{AP}{PB} = \frac{m}{n}$



$\therefore\ n\,\overrightarrow{AP} = m\,\overrightarrow{PB}$

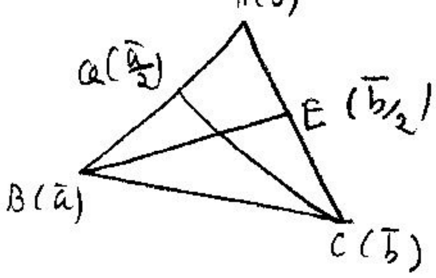
$n\left(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}\right) = m\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OP}\right)$

$\therefore (m + n)\,\overrightarrow{OP} = n\,\overrightarrow{OA} + m\,\overrightarrow{OB}$

17. $A(\bar{O})\ B(\bar{a})\ C(\bar{b})\ \Delta ABC$ ના શિરોબિંદુઓ

(A) $\overline{AB}$ અને $\overline{AC}$ નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D અને E

$D\left(\frac{\bar{a}}{2}\right),\ E\left(\frac{\bar{b}}{2}\right)$

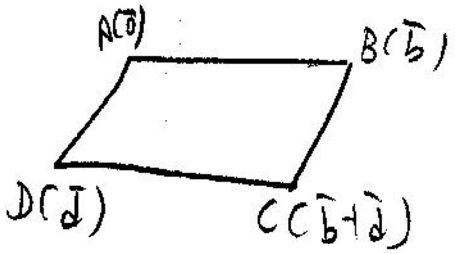


$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DC} = \left(\frac{\bar{b}}{2} - \bar{a}\right) + \left(\bar{b} - \frac{\bar{a}}{2}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(3\bar{b} - 3\bar{a}\right) = \frac{3}{2}\left(\bar{b} - \bar{a}\right)$

$= \frac{3}{2}\,\overrightarrow{BC}$

18. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણમાં $A(\bar{O})$ $B(\bar{a})$, $d(\bar{d})$ તો $C(\bar{b}+\bar{d})$ થ



(C) $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$

$= |\bar{b}|^2 + |\bar{d}|^2 + |-\bar{b}|^2 + |-\bar{d}|^2$

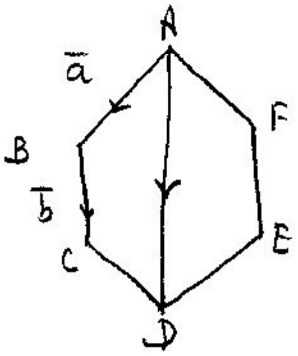
$= 2\left(|\bar{b}|^2 + |\bar{d}|^2\right)$

$AC^2 + BD^2 = |\bar{b}+\bar{d}|^2 + |\bar{d}-\bar{b}|^2 = 2\left(|\bar{b}|^2 + |\bar{d}|^2\right)$

$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = K\left(AC^2 + BD^2\right)$

$\therefore K = 2$

19. અહીં $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{AD}$



(A) $\bar{a} + \bar{b} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BC}$

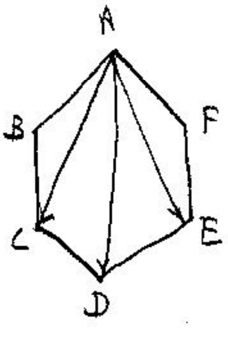
$\therefore \bar{a} + \bar{b} + \overrightarrow{AF} = 2\bar{b}$

$\therefore \overrightarrow{AF} = \bar{b} - \bar{a} \quad \left(\because \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}\right)$

20. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CD}$

(B) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AD}$

તથા $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$



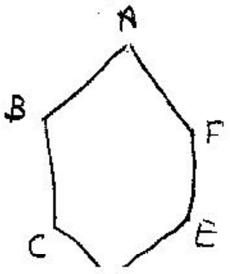
એ $AB^2 + AC^2 + AD^2 + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$

$= \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CD}$

$= \left(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}\right) + \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}\right) + \overrightarrow{AD}$

$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AD}$

21. નિયમિત ષટકોણ ABCDEF માં



(D) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FE}$

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF}$

$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{ED}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

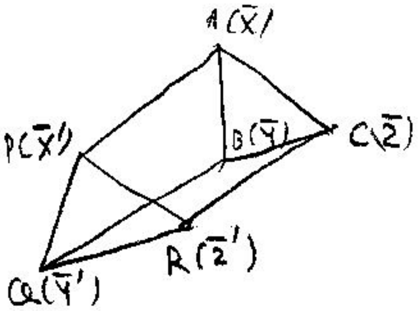
$= 2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}\right)$

$= 2\,\overrightarrow{AD}$

22. ΔABC અને ΔPQR નો મધ્યકેન્દ્ર અનુક્રમે G અને G′

(B) $A(\overline{X}), B(\overline{Y}), C(\overline{Z})$ તથા

$P(\overline{X}'), Q(\overline{Y}'), R(\overline{Z}')$



G સ્થાનસદિશ $\dfrac{\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}}{3}$

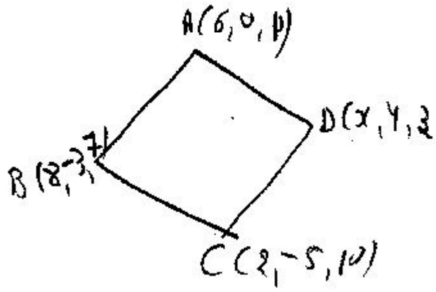
G ' નું સ્થાન સદિશ $\dfrac{\overline{X}' + \overline{Y}' + \overline{Z}'}{3}$

$\overline{AP} + \overline{BQ} + \overline{CR} = \left(\overline{X}' - \overline{X}\right) + \left(\overline{Y}' - \overline{Y}\right) + \left(\overline{Z}' - \overline{Z}\right)$

$$= 3\left[\frac{\left(\overline{X}' + \overline{Y}' + \overline{Z}'\right)}{3} - \frac{\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}}{3}\right]$$

$= 3\,\overrightarrow{GG'}$

23. $A(6, 0, 1), B(8, -3, 7), C(2, -5, 10)$



(B) $\overrightarrow{AB} = (2, -3, 6)\ \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{4 + 9 + 36} = 7$

$\overrightarrow{BC} = (-6, -2, 3)\ \left|\overrightarrow{BC}\right| = 7$

AB = BC

A,B, અને C એ સમભુજ ચતુષ્કોણના ત્રણ શિરોબિંદુ થશે. D (x, y, z) ચોથું શિરોબિંદુ લો.

$\square^m ABCD \therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$(x - 6, y - 0, z - 1) = (-6, -2, 3)$

$x = 0, y = -2, z = 4$

ચોથું શિરોબિંદુ $(0, -2, 4)$

24. જો સદિશ $\bar{r}$ એ X, Y, Z અસો સાથે અનુક્રમે α, β, γ ખૂણા બનાવે તેનું સૂત્ર $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma^2 = 1$

(B) $\therefore\ 1-\sin^2\alpha + 1 - \sin^2\beta + 1 - \sin^2\gamma = 1$

$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$

25. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

(C) $\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2} + \dfrac{1+\cos 2\beta}{2} + \dfrac{1+\cos 2\gamma}{2} = 1$

$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$

26. $\cos\alpha = \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2},\ \cos\gamma = \cos\dfrac{2\pi}{3} = \dfrac{-1}{2}$

(A) $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

$\dfrac{1}{4} + \cos^2\beta + \dfrac{1}{4} = 1\ \ \cos^2\beta = \dfrac{1}{2}$

$\cos\beta = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\beta = \dfrac{\pi}{4}\ \&\ \beta = \dfrac{3\pi}{4}$

27. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1,\ \ \cos\alpha = \dfrac{1}{2}$

(D) $\dfrac{1}{4} + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1\ \ \cos^2\beta + \cos^2\gamma = \dfrac{3}{4}$

$\cos\beta$, અને $\cos\gamma$ ની અસંખ્યા કિંમતો માટે,

28. સદિશની દિક્કોસાઈનું $\cos\dfrac{\pi}{3},\ \cos\dfrac{\pi}{6},\ \cos\dfrac{\pi}{4}$

(A) $\therefore\ \dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\dfrac{\overline{X}}{|\overline{X}|} = \left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ અને $|\overline{X}| = 4$

$\overline{X} = \left(2, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{2}\right)$

29. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ $\alpha = \beta = \gamma$

(C) $\therefore 3\cos^2\alpha = 1$ $\cos\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\alpha = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\alpha = \pi - \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$

30. $\overline{X} = (a, 3, -2), \overline{Y} = (a, -a, 2)$ $\overline{X} \perp \overline{Y} \Leftrightarrow \overline{X}\cdot\overline{Y} = 0$

(B) $(a, 3, -2)\cdot(a, -a, 2) = 0$

$a^2 - 3a - 4 = 0,\ (a-4)(a+1) = 0$

$a = 4$ અને $a = -1$

31. $\overline{X} = i + \sqrt{3}\,j = (1, \sqrt{3}), \overline{Y} = \sqrt{3}\,i + a\,j = (\sqrt{3}, a)$

(A) $(\overline{X}\,\hat{}\,\overline{Y}) = \frac{\pi}{3}, \cos(\overline{X}\,\hat{}\,\overline{Y}) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$\frac{\overline{X}\cdot\overline{Y}}{|\overline{X}||\overline{Y}|} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{\sqrt{3} + a\sqrt{3}}{\sqrt{1+3}\sqrt{3+a^2}} = \frac{1}{2},\ \sqrt{3}(a+1) = \sqrt{3+a^2}$

$3a^2 + 6a + 3 = 3 + a^2$ $\therefore 2a(a+3) = 0,\ \therefore a = 0,\ a = -3$

$a = 0$ માટે $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}(0)}{2\sqrt{3+0}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

$a = -3$ માટે $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}(-3)}{2\sqrt{3+9}} = \frac{-2\sqrt{3}}{2\sqrt{12}} = \frac{-1}{2} \neq \frac{1}{2}$

$a = 0$ શક્ય છે, $a = -3$ શક્ય નથી.

32. $\overline{X} = (2, -4, 3), \overline{Y} = (5, 0, 1)$

(D) $\overline{X} \times \overline{Y} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -4 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i(-4-0) - J(2-15) + K(0+20)$

$=(-4, 13, 20)$

$|\overline{X} \times \overline{Y}| = \sqrt{16 + 169 + 400} = \sqrt{585}$

બન્ને ને લંબ એકમ સદિશ $= \pm \dfrac{\overline{X} \times \overline{Y}}{|\overline{X} \times \overline{Y}|}$

$= \pm \left(\dfrac{-4}{\sqrt{585}}, \dfrac{13}{\sqrt{585}}, \dfrac{20}{\sqrt{585}} \right)$

33. XY - સમતલનો એકમ સદિશ (a, b, o) જે $(4, -3, 2)$ને લંબ છે.

(C) $\therefore (a, b, 0).(4, -3, 2) = 0$

$4a - 3b = 0 \qquad a = \dfrac{3b}{4} \qquad ...(1)$

(a, b, o) એકમ સદિશ

$\therefore a^2 + b^2 = 1 \qquad ....(2)$

$\dfrac{9b^2}{16} + b^2 = 1, \therefore 25b^2 = 16 \quad \therefore b = \pm \dfrac{4}{5}$

$\therefore a = \pm \dfrac{3}{5}$

$\therefore \pm \dfrac{1}{5}(3, 4, 0)$

34. એકમ સદિશો $\overline{a}, \overline{b}, \therefore |\overline{a}| = |\overline{b}| = 1 \qquad \overline{a} \hat{} \overline{b} = \alpha$

(A) $\cos\alpha = \overline{a}.\overline{b}$

$|\overline{a} - \overline{b}\cos\alpha|^2 = |a|^2 - 2\overline{a}.\overline{b}\cos\alpha + |\overline{b}|^2 \cos^2\alpha$

$= 1 - 2\overline{a}\cdot\overline{b}\cos\alpha + \cos^2\alpha$

$= 1 - 2. \cos\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha$

$$= 1 - \cos^2 \alpha$$

$$= \sin^2 \alpha$$

$$\therefore |\bar{a} - \bar{b} \cos\alpha| = \sin\alpha \qquad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

35. $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 1, \cos\theta = \bar{a} . \bar{b}$

(B) $\left|\bar{a} + \bar{b}\right|^2 = |\bar{a}|^2 + 2\,\bar{a}.\bar{b} + |\bar{b}|^2$

$$= 1 + 2\cos\theta + 1$$

$$= 2\left(2\cos^2\frac{\theta}{2}\right) \qquad 0 < \theta < \pi$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\bar{a} + \bar{b}| \qquad 0 < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{2}$$

36. $\left|\bar{a}\right| = \left|\bar{b}\right| = 1 \quad \cos\theta = \bar{a}.\bar{b}$

(D) $\left|\bar{a} - \bar{b}\right|^2 = \left|\bar{a}\right|^2 - 2\bar{a}.\bar{b} + |\bar{b}|^2$

$$= 1 - 2\cos\theta + 1$$

$$= 2(1 - \cos\theta)$$

$$= 2.2\sin^2\frac{\theta}{2} \qquad 0 < \theta < \pi$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\left|\bar{a} - \bar{b}\right| \qquad 0 < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{2}$$

37. $\bar{X} = (2, -6, 3), \ \bar{Y} = (1, 2, -2)$

(D) $\bar{X} \times \bar{Y} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -6 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 6i + 7j + 10k$

$$\left|\bar{X} \times \bar{Y}\right| = \sqrt{36 + 49 + 100} = \sqrt{185}$$

$$\left|\bar{x}\right| = \sqrt{4 + 36 + 9} = 7, \ \left|\bar{y}\right| = \sqrt{1 + 4 + 4} = 3$$

$$\sin\theta = \frac{|\bar{X} \times \bar{Y}|}{|\bar{X}|\,|\bar{Y}|} = \frac{\sqrt{185}}{21}$$

38. $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{6}$ તથા $|\bar{a}| = 4$, $|\bar{b}| = 2$

(A) $\therefore |\bar{a} \times \bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}| \sin\theta$

$|\bar{a} \times \bar{b}| = (4)(2)\frac{1}{2}$ $\qquad \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$|\bar{a} \times \bar{b}| = 4$

39. $\frac{|\bar{a} \times \bar{b}|}{\bar{a} \cdot \bar{b}} = \frac{|\bar{a}||\bar{b}| \sin\theta}{|\bar{a}||\bar{b}| \cos\theta} = \tan\theta$

(C)

40. $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$, $|\bar{c}| = 5$

(D) $\bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c}) = 0$, $\bar{b} \cdot (\bar{c} + \bar{a}) = 0$, $\bar{c} \cdot (\bar{a} + \bar{b}) = 0$

$2(\bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{c} \cdot \bar{a}) = 0$

$|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|^2 = |\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 + |\bar{c}|^2 + 2(\bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{c} \cdot \bar{a})$

$= 9 + 16 + 25 + 0 = 50$

$|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}| = 5\sqrt{2}$

41. $|\bar{a}| = 1$, $\qquad |\bar{b}| = 2$, $\qquad |\bar{c}| = 3$

(C) $|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|^2 = |\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 + |\bar{c}|^2 + 2(\bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{c} \cdot \bar{a})$

$= 1 + 4 + 9 + 2(|\bar{a}||\bar{b}| \cos\theta + |\bar{b}||\bar{c}| \cos\theta + |\bar{c}||\bar{a}| \cos\theta)$

$= 14 + 2(1(2) + 2(3) + 3(1)) \cos\frac{\pi}{3}$

$= 14 + 2(11)\frac{1}{2}$

$= 25$ $\qquad |\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}| = 5$

42. $|\bar{a}| = |\bar{b}| = |\bar{c}| = 1$ તથા $|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|^2 = 1$

(A) $(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) = 1$

$|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|^2 = 1 + 1 + 1 + 2(|\bar{b}||\bar{c}| \cos\beta + |\bar{c}||\bar{a}| \cos\alpha)$

$1 = 3 + 2((1)(1)\cos\beta + (1)(1)\cos\alpha)$

$2(\cos\alpha + \cos\beta) = -2$

$\cos.\alpha + \cos\beta = -1$

43. $(\bar{a} + \bar{b})(\bar{a} - \bar{b}) = 63$

(A) $|\bar{a}|^2 - \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{a}| - |\bar{b}|^2 = 63$

$|\bar{a}|^2 - |\bar{b}|^2 = 63$ ....(૧)

$|\bar{a}| = 8|\bar{b}|$ ...(૨)

$\therefore |\bar{a}|^2 - \frac{1}{64}|\bar{a}|^2 = 63$ ...(૩)

$\therefore |\bar{a}|^2\left(\frac{63}{64}\right) = 63$ $|\bar{a}|^2 = 64$

$\therefore |\bar{a}| = 8$

44. $|\bar{a} + \bar{b}| < 1$ $|\bar{a} + \bar{b}|^2 < 1$

(C) $|\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 + 2\bar{a}.\bar{b} < 1$

$1 + 1 + 2(1)(1)\cos\theta < 1$

$2\cos\theta < -1$

$\cos\theta < \frac{-1}{2}$ $-1 < \cos\theta < \frac{-1}{2}$ બીજા ચરણમાં cos ઘટતું વિધેય છે.

$\pi > \theta > \frac{2\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3} < \theta < \pi$

45. $|\bar{a} - \bar{b}| < 1$

(C) $\therefore |\bar{a} - \bar{b}|^2 < 1$

$|\bar{a}|^2 - 2\bar{a}.\bar{b} + |\bar{b}|^2 < 1$

$1 + 1 - 2\cos\theta < 1$

$1 < 2\cos\theta < 1,$ $\frac{1}{2} < \cos\theta < 1,$ $0 < \theta < 2$

$\frac{1}{2} < \cos\theta < 1$, cos પ્રથમ ચરણમાં ઘટતું વિધેય છે.

$\cos^{-1}\frac{1}{2} < \cos^{-1}(\cos\theta) < \cos^{-1}(1)$

$\frac{\pi}{3} < \theta < 0$

$\therefore \theta \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$

46. $|\bar{a}+\bar{b}| < |\bar{a}-\bar{b}|$

(A) $|\bar{a}+\bar{b}|^2 < |\bar{a}-\bar{b}|^2$

$|\bar{a}|^2 + 2\bar{a}.\bar{b} + |\bar{b}|^2 < |\bar{a}|^2 - 2\bar{a}\bar{b} + |\bar{b}|^2$

$4\bar{a}\bar{b} < 0, \therefore \bar{a}\,\bar{b} < 0$

$|\bar{a}||\bar{b}|\cos\theta < 0$ તથા $|\bar{a}||\bar{b}| > 0$

$\cos\theta < 0$ મળે

$\therefore \bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો ગુરુકોણ છે.

47. $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ એ X-અક્ષની ધન દિશા સાથે અનુક્રમે $\frac{\pi}{6}$ અને $\frac{2\pi}{3}$ માપનાં ખૂણા બનાવે તો

(C) $\widehat{\bar{a}\,\bar{b}} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

$\therefore \bar{a}.\bar{b} = 0$

$|\bar{a}+\bar{b}|^2 = |\bar{a}|^2 + 2\bar{a}.\bar{b} + |\bar{b}|^2$

$= 1 + 0 + 1$

$= 2$

$|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{2}$

48. અહીં YZ સમતલમાં એકમ સદિશ $(0, a, b)$ લેતાં જે $(2, 4, -3)$ને લંબ છે.

(B) $\therefore (0, a, b).(2, 4-3) = 0$

$4a - 3b = 0 \qquad \therefore a = \frac{3b}{4}$

પરંતુ, $\sqrt{a^2 + b^2} = 1 \qquad a^2 + b^2 = 1$

$\frac{9b^2}{16} + b^2 = 1$

$b^2 = \frac{16}{25}$ $\qquad b = \pm\frac{4}{5}$ $\qquad a = \pm\frac{3}{5}$

સદિશ $= \pm\frac{1}{5}(0, 3, 4)$

49. $\bar{a} = (-3, 4, 7), \bar{\ell} = (5, 2, 8)$

(B) $\bar{r} = \bar{a} + k\,\bar{\ell}, \quad k \in R$

$(x, y, z) = (-3, 4, 7) + k\,(5, 2, 8)$

$\frac{x+3}{5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{8}$

50. $\bar{a} = (-2, 4, 7)\ \bar{\ell} = (5, -9, 12)$

(B) $x = x_1 + k\ell_1$ $\qquad y = y_1 + k\ell_2$ $\qquad z = z_1 + k\,\ell_3$

$x = -2 + 5k,$ $\qquad y = 4 - 9k,$ $\qquad z = 7 + 12k,$ $\qquad k \in R$

51. રેખા Y-અક્ષને સમાંતર છે.

(B) ∴ રેખાની દિશા Y-અક્ષની દિશાનાં એકમ સદિશની દિશામાં હોય, $\bar{\ell} = (0, 1, 0)$,

બિંદુ $\bar{a} = (0, 0, 0)$

$\frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$

52. $\frac{x-4}{-7} = \frac{y-(-9)}{5} = \frac{z-\left(\frac{-8}{3}\right)}{\frac{2}{3}}$

(A) $\bar{\ell} = \left(-7, 5, \frac{2}{3}\right), |\bar{\ell}| = \sqrt{49 + 25 + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{670}{9}}$

દિક્કોસાઈન $\frac{-7}{\frac{\sqrt{670}}{3}}, \qquad \frac{5}{\frac{\sqrt{670}}{3}}, \qquad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{670}}{3}}$

$\therefore \frac{-21}{\sqrt{670}}, \qquad \frac{15}{\sqrt{670}}, \qquad \frac{2}{\sqrt{670}}$

53. $\frac{2x-5}{3} = y, \quad y = 35 - 5z$

(D) $\therefore \frac{x - \frac{5}{2}}{\frac{3}{2}} = y = \frac{z-7}{-\frac{1}{5}}, \ \overline{\ell} = \left(\frac{3}{2}, 1, \frac{-1}{5}\right)$

$\left|\overline{\ell}\right| = \sqrt{\frac{9}{4} + 1 + \frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{329}}{10}$

દિઠકોસાઈન $\frac{15}{\sqrt{329}}, \qquad \frac{10}{\sqrt{329}}, \qquad \frac{-2}{\sqrt{329}}$

54. $\overline{a} = (1, 2, 0), \quad \overline{b} = (3, 1, 1), \quad \overline{b} - \overline{a} = (2, -1, 1)$

(A) $\overline{r} = (1, 2, 0) + k\,(2, -1, 1)$

$\overline{r} = (1 + 2k, \ 2 - k, \ k) \qquad .....(1)$

આપેલાં વિકલ્પો, રેખા સમીકરણ (1) માં મૂકતો, સમધાન કરેતો દરેક માટે K અનન્ય મળે.

$(7, -1, 3)$ માટે, $(7, -1, 3) = (1 + 2k, 2 - k, \ k)$

$k = 3, \ k = 3, \ k = 3$

બિંદુ $(7, -1, 3)$એ રેખા પર છે.

55. $\ell + m + n = 0 \qquad .....(1) \qquad \ell^2 - m^2 + n^2 = 0 \qquad ....(2)$

(B) $m = -(\ell + m)$જે (2) મૂકતાં

$\therefore \ \ell^2 - (\ell + m)^2 + n = 0$

$\ell^2 - \ell^2 - n^2 - 2\ell n + n^2 = 0, \ \ell n = 0$

$\ell = 0$ કે $n = 0$

જો $\ell = 0$તો $m = -n$ અને તેથી પ્રથમ રેખાનાં દિક ગુણોત્તર $0, -n$ અને n મળે $(0, -n, n)$

જો $n = 0$ તો સમીકરણ (1) પરથી $m = -\ell$

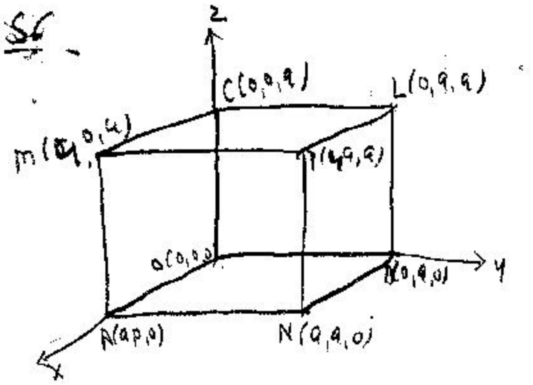
દ્વિતીય રેખાનાં દિક્ ગુણોત્તર $\ell, -\ell$ અને 0 મળે બે રેખાઓ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ θ હોય તો $(\ell, -\ell, 0)$

$$\cos\theta = \frac{(0, -n, n).(\ell, -\ell, 0)}{\sqrt{n^2 + n^2}\sqrt{\ell^2 + \ell^2}} = \frac{n\ell}{2n\ell} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

56. સમઘનનાં એક શિરોબિંદુ O તરીકે તથા $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ અને $\overrightarrow{OC}$ ને અનુક્રમે X-અક્ષ, Y-અક્ષ અને Z-અક્ષની ધનદિશા તરીકે લો. સમઘનની બાજુઓ OA = OB = OC = a

(B) ચાર વિકર્ણો $\overline{AL}$, $\overline{BM}$, $\overline{CN}$ અને $\overline{OP}$



$\overrightarrow{AL} = (-a, a, a)$, $\overrightarrow{BM} = (a, -a, a)$

વિકર્ણો $\overrightarrow{AL}$ અને $\overrightarrow{BM}$ વચ્ચેનાં ખૂણાનું માપ છે.

$$\cos\theta = \frac{\left|\overrightarrow{AL} \cdot \overrightarrow{BM}\right|}{\left|\overrightarrow{AL}\right|\left|\overrightarrow{BM}\right|} = \frac{\left|-a^2 - a^2 + a^2\right|}{\sqrt{3a^2}\sqrt{3a^2}} = \frac{a^2}{3a^2}$$

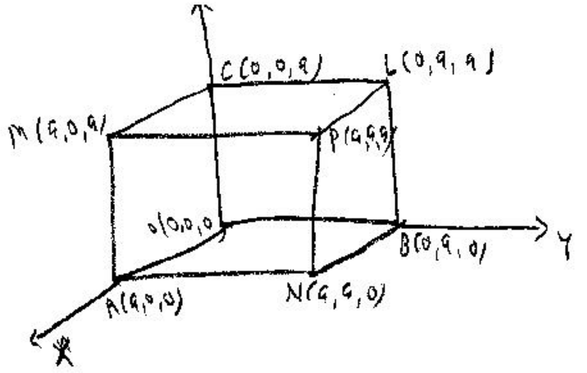
$$\cos\theta = \frac{1}{3} \qquad \theta = \cos^{-1}\frac{1}{3}$$

દરેક વિકર્ણો માટે આજ પ્રમાણે $\cos^{-1}\frac{1}{3}$

57. સમઘન માટે,

(C) OA = OB = OC = a

$\overline{AL}$, $\overline{BM}$, $\overline{CN}$, અને $\overline{OP}$ વિકર્ણો (બાજુ, a)



$\overrightarrow{OP} = (a, a, a)$

$\overrightarrow{AL} = (-a, a, a)$

$\overrightarrow{BM} = (a, -a, a)$

$\overrightarrow{CN} = (a, a, -a)$

ℓ, m અને n એ આપેલી રેખાનાં દિક્કોસાઈન, રેખા સમઘનનાં વિકર્ણો $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{AL}$, $\overrightarrow{BM}$ અને $\overrightarrow{CN}$ સાથે અનુક્રમે α, β, γ અને δ માપનાં ખૂણાઓ બનાવે છે.

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{OP}.\ \ell}{\left|\overrightarrow{OP}\right|\left|\ \ell\ \right|} = \frac{(a, a, a)\cdot(\ell, m, n)}{\sqrt{3a^2}\sqrt{\ell^2+m^2+n^2}} = \frac{a\,(\ell + m + n)}{\sqrt{3}a\,\sqrt{\ell^2+m^2+n^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\ell + m + n}{\sqrt{3}\,\sqrt{\ell^2+m^2+n^2}} = \frac{\ell + m + n}{\sqrt{3}}\ (\because \ell^2 + m^2 + n^2 = 1)$$

$$\cos\beta = \frac{-(\ell + m + n)}{\sqrt{3}},\ \cos\gamma = \frac{\ell - m + n}{\sqrt{3}},\ \cos\delta = \frac{\ell + m - n}{\sqrt{3}}$$

$\therefore \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta$

$$= \frac{4}{3}\left(\ell^2 + m^2 + n^2\right) = \frac{4}{3}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4}{3}$$

58. ઉપર મુજબ $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4}{3}$

(A) $\therefore \sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma + \sin^2\delta = 4 - \frac{4}{3}$

$$= \frac{8}{3}$$

59. ઉપર મુજબ $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4}{3}$

(A) $\therefore \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma + \cos 2\delta = 2\cos^2\alpha - 1 + 2\cos^2\beta - 1$

$$+ 2\cos^2\gamma - 1 + 2\cos^2\delta - 1$$

$$= 2\left(\frac{4}{3}\right) - 4$$

$$= -\frac{4}{3}$$

60. અહીં α, β અને γ એ કોઈ રેખાનાં દિક્ખૂણાઓ છે.

(B) $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

$$\frac{1+\cos 2\alpha}{2} + \frac{1+\cos 2\beta}{2} + \frac{1+\cos 2\gamma}{2} = 1$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$$

61. $\overline{\ell} = (2, 2, -1)$, $\overline{m} = (3, 0, 1)$ રેખાનાં દિક્કોસાઈન

(B) $\cos\alpha = \frac{|\overline{\ell}.\overline{m}|}{|\overline{\ell}||\overline{m}|}$, $\cos\alpha = \frac{5}{3\sqrt{10}}$

$$\alpha = \cos^{-1}\frac{5}{\sqrt{90}}$$

62. $\dfrac{x-3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \dfrac{y-2}{-\sqrt{2}} = \dfrac{z+1}{0}$, $\bar{\ell} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, -\sqrt{2}, 0\right)$

(A) $|\bar{\ell}| = \sqrt{\dfrac{1}{2} + 2 + 0} = \sqrt{\dfrac{5}{2}}$

રેખાની દિશા $\bar{\ell}$ ની દિશામાં એકમ સદિશ $= \dfrac{\bar{\ell}}{|\bar{\ell}|}$

$= \left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}, \dfrac{-2}{\sqrt{5}}, 0\right)$

રેખાની દિક્કોસાઈન $\dfrac{1}{\sqrt{5}}, \dfrac{-2}{\sqrt{5}}, 0$

63. $\dfrac{x-\frac{2}{3}}{-2} = \dfrac{y-(-1)}{2} = \dfrac{z-1}{2}$

(B) રેખાની દિશા $\bar{\ell} = (-2, 2, 2)$

$\therefore (-1, 1, 1)$

રેખાનો દિક્ગુણોત્તર $-1 : 1 : 1$

64. $\dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$ $\quad \bar{\ell} = (-2, 1, 2)$

(D) $\bar{\ell}$ ની દિશામાં એકમ સદિશ $= \dfrac{\bar{\ell}}{|\bar{\ell}|}$, $|\bar{\ell}| = \sqrt{4+1+4} = 3$

$= \left(\dfrac{-2}{3}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$

દિક્ગુણોત્તર $\dfrac{-2}{3} : \dfrac{1}{3} : \dfrac{-2}{3}$

65. રેખા $\dfrac{x-\frac{7}{2}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{y}{\frac{1}{3}} = \dfrac{z-3}{0}$ $\bar{x} = \left(\dfrac{1}{z}, \dfrac{1}{3}, 0\right)$

(B) $\therefore$ દિશા $(3, 2, 0)$

66. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $\frac{x+1}{\frac{-1}{2}} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{0}$

(D) $\overline{\ell} = (2, 1, -2)$, $\overline{m} = \left(\frac{-1}{2}, 1, 0\right)$

$\overline{\ell} . \overline{m} = -1 + 1 - 0 = 0$

રેખાઓ પરસ્પર લંબ થશે, તેમની વચ્ચેનો ખૂણો $\frac{\pi}{2}$

67. $\frac{x-1}{-c} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $\overline{\ell} = (-c, -1, 2)$

(B) $\frac{x-3}{6} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{-6}$, $\overline{m} = (6, 3, -6)$

$\overline{\ell} = k\overline{m}$ $(-C, -1, 2) = k(6, 3, -6)$

$-c = 6k$ $3k = -1$ $-6k = 2$ $\therefore K = -\frac{1}{3}$

$C = -6\left(\frac{-1}{3}\right) = 2$

$C = 2$

68. $\overline{\ell} = (3, 4, -6)$, $\overline{m} = (9, 2, 1)$, $\overline{\ell}.\overline{m} = 27 + 8 - 6 = 29$

(C) $|\overline{\ell}| = \sqrt{9 + 16 + 36} = \sqrt{61}$, $|\overline{m}| = \sqrt{81 + 4 + 1} = \sqrt{86}$

$\alpha = \cos^{-1}\left|\frac{\overline{\ell} . \overline{m}}{|\overline{\ell}||\overline{m}|}\right| = \cos^{-1}\frac{29}{\sqrt{5246}}$

69. રેખા અક્ષો સાથે સમાન માપનાં ખૂણાઓ બનાવે છે,

(A) $\alpha = \beta = \gamma$

રેખાની દિક્ કોસાઈન $= (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma) = \cos\beta(1, 1, 1)$

$\therefore$ ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થતી રેખા $\frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{1} = \frac{z-0}{1}$

$\therefore x = y = z$

70. રેખા $\frac{x-5}{7} = \frac{y-5}{K} = \frac{z-2}{5}$, $\overline{\ell} = (7, K, 5)$

(B) $\frac{x}{3}=\frac{y-21}{8}=\frac{z-\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}}$ $\quad \bar{m}=\left(3,8,\frac{5}{3}\right)$

રેખાઓ પરસ્પર લંબ હોવાથી $\bar{\ell}.\bar{m}=0$

$21+8K+\frac{25}{3}=0$

$8K=\frac{-88}{3}$

$K=\frac{-11}{3}$

71. રેખાઓ $\bar{r}=(\alpha,\beta,\gamma)+K(\ell,m,n)$, $\bar{a}=(\alpha,\beta,\gamma)$ $\bar{\ell}=(\ell,m,n)$

(A) $\bar{r}=(\ell,m,n)+K(\alpha,\beta,r)$, $\bar{b}=(\ell,m,n)$, $\bar{m}=(\alpha,\beta,\gamma)$

$$\bar{\ell}\times\bar{m}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ \ell & m & n \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}\neq 0$$

$(\ell\neq m\neq n,$ અને $\alpha\neq\beta\neq\gamma,(\alpha,\beta,\gamma)\neq(\ell,m,n))$

$\overrightarrow{AB}=(\ell-\alpha,\ m-\beta,\ n-\gamma)$

$$\overrightarrow{AB}.(\bar{\ell}\times\bar{m})=\begin{vmatrix} \ell-\alpha & m-\beta & n-\gamma \\ \ell & m & n \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} \ell & m & n \\ \ell & m & n \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}=0$$

રેખાઓ છેદક છે.

72. રેખા $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$, $\bar{a}=(1,2,3)$, $\bar{\ell}=(2,3,4)$

(D) $\frac{x-4}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-0}{1}$, $\bar{b}=(4,1,0)$, $\bar{m}=(5,2,1)$

$$\overline{\ell} \times \overline{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-5, 18, -11) \neq \overline{0}$$

$\overline{a} - \overline{b} = (-3, 1, 3)$

$(\overline{a} - \overline{b}) \cdot (\overline{\ell} \times \overline{m}) = 15 + 18 - 33 = 0$

રેખાઓ છેદક છે. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} = m$ લેતાં, $m \in R$

$(2m+1, 3m+2, 4m+3)$ ...(1)

$\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1} = n$ $\quad n \in R$

$(5n+4, 2n+1, n)$ ...(2)

રેખાઓ છેદક હોવાથી m, n દ્વારા જ છેદબિંદુ મળે.

$(2m+1, 3m+2, 4m+3) = (5n+4, 2n+1, n)$

$m = -1, \quad n = -1$

$\therefore$ કિંમત મુકતાં (1) (2) માં છેદબિંદુ $(-1, -1, -1)$

73. રેખા $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{1}$, $\overline{a} = (3, -2, 1)$. $\overline{\ell} = (1, -1, 1)$

(D) $\frac{x}{2} = \frac{z+3}{3} = \frac{y-1}{0}$

$\overline{b} = (0, 1, -3)$, $\overline{m} = (2, 0, 3)$

$(3+k, -2-k, 1+k) = (2m, -1, -3+3m)$

$3+k = 2m, \; -2-k = -1, \quad 1+k = -3+3m$

$k = -1$

$3 - 1 = 2m$

$m = 1 \qquad 1 + (-1) = -3 + 3m$

રેખાનું છેદબિંદુ $(3-1, -2+1, 1-1)$, $3 = 3m$

$m = 1$

$(2, -1, 0)$

74. $x = y = z, \bar{\ell} = (1, 1, 1), \ \bar{a} = (0, 0, 0)$

(B) $x-1 = y-2 = z-3, \bar{m} = (1, 1, 1), \bar{b} = (1, 2, 3)$

$\bar{b} - \bar{a} = (1, 2, 3)$

$$(\bar{b} - \bar{a}) \times \bar{\ell} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, 2, -1), \ |\bar{\ell}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$$\left| (\bar{b} - \bar{a}) \times \bar{\ell} \right| = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર $= \dfrac{|(\bar{b} - \bar{a}) \times \bar{\ell}|}{|\bar{\ell}|}$

$$= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

75. $\bar{r} = (-2, 2, 3) + k(4, -3, 0), \ k \in R$

(C) $\bar{r} = (2, -1, 3)$ લેતાં $(2, -1, 3) = (-2 + 4k, 2 - 3k, 3) \quad \therefore 2 = -2 + 4K, -1 = 2 - 3K$

$\therefore K = 1 \qquad\qquad K = 1$

$\therefore (2, -1, 3)$ એ રેખા પરનું બિંદુ છે.

રેખા પરથી $\bar{a} = (-2, 2, 3), \bar{\ell} = (4, -3, 0)$

રેખાનાં સદિશ સમીકરણમાં બિંદુ $(2, -1, 3)$ મૂકતાં

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{0} = k$$

$\bar{r} = (2, -1, 3) + k(4, -3, 0)$

$$|K|^2 = \frac{(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2}{16+9}$$

$|K|^2 = \dfrac{AP^2}{25}$, જ્યાં $P(x, y, z)$ એ રેખા પરનું બિંદુ છે.

$|K|^2 = 1 \qquad K = \pm 1$

$AP = 5$ આપેલ છે.

$K = 1$ સમી(1) મૂકતાં જે $\bar{r} = (2, -1, 3) + (4, -3, 0) = (6, -4, 3)$

$K = -1$ સમી (1) મૂકતાં જે $\bar{r} = (2, -1, 3) + (-4, 3, 0) = (-2, 2, 3)$

બિંદુઓ $(6, -4, 3), (-2, 2, 3)$

76. રેખા $\bar{r} = (1, 2, 1) + k\ (-1, -2, 1)$ (1) $k \in R$

(A) $\bar{r} = (2, 4, 0)$ મૂકતાં

$(2, 4, 0) = (1-k, 2-2k, 1+k)$

$k = -1, \quad k = -1, \quad k = -1$

$\therefore$ બિંદુ આપેલી રેખા સમીકરણ (1) પર છે. $\therefore$ બિંદુ $(2, 4, 0)$ સમી (1) માં મૂકતાં

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-0}{1} = k$$

$$|K|^2 = \frac{(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-0)^2}{1+4+1}, \ |K|^2 = \frac{AP^2}{6}$$

$\therefore AP = \sqrt{6} \qquad \therefore K = \mp 1$

$K = 1$ માટે જે $\bar{r} = (2, 4, 0) + (-1, -2, 1)$

$\bar{r} = (1, 2, 1)$

$K = -1$ માટે જે $\bar{r} = (2, 4, 0) - 1\,(-1, -2, 1)$

$= (3, 6, -1)$

રેખા પરનાં બિંદુઓ $(1, 2, 1), (3, 6, -1)$

77. $P(1, 3, 4)$, રેખા $\frac{x-5}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+7}{3}$

(C) $\bar{a} = (5, -6, -7), \bar{\ell} = (2, -1, 3)$

$$\overrightarrow{AP} \times \bar{\ell} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -4 & 9 & 11 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (38, 34, -14)$$

$$|\bar{\ell}| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$$

$$\text{બિંદુથી રેખાનું લંબઅંતર} = \frac{|\overrightarrow{AP} \times \ell|}{|\bar{\ell}|} = \frac{\sqrt{1444 + 1156 + 196}}{\sqrt{14}}$$

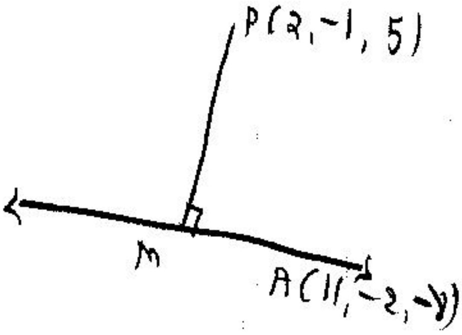
$$= \sqrt{\frac{1398}{7}} \text{ એકમ}$$

78. $\frac{x-11}{10}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z+8}{-11}=K;\ \bar{a}=(11,-2,-8)$

(B) $\bar{\ell}=(10,-4,-11)$

$\bar{r}=(10K+11,-4K-2,-11K-8)$

$P(2,-1,5)$માંથી રેખાપરનો લંબપાદ



$M=(10K+11,-4K-2,-11K-8)$

$\overrightarrow{PM}=(10K+9,-4K-1,-11K-13)$

$\overrightarrow{PM}\cdot\bar{\ell}=0$,

$10(10K+9)-4(-4K-1)-11(-11K-13)=0$

$237K=-237$

$\therefore K=-1$

$K=-1$લેતાં લંબપાદ $M=(1,2,3)$

લંબઅંતર $=|\overrightarrow{PM}|=\sqrt{1+9+4}=\sqrt{14}$

લંબપાદ $(1,2,3)$લંબઅતર $\sqrt{14}$

79. $\bar{r}=(4,7,1)+K(1,2,-2)$ $\quad k\in R$

(A) $\bar{r}=(4+k,7+2k,1-2k)$

$A(1,0,3)$

M નો સ્થાન સદિશ $(4+k,\ 7+2k,\ 1-2k)$

$\overrightarrow{AM}=(3+k,\ 7+2k,-2-2k)$ (1)

$\overrightarrow{AM}\perp\bar{\ell},\qquad \bar{\ell}=(1,2,-2)$

$\overrightarrow{AM}\cdot\bar{\ell}=0$

$(3+k,7+2k,-2-2k)\cdot(1,2,-2)=0$

$3+k+14+4k+4+4k=0$

$9k+21=0$

$k=\frac{-7}{3}$

લંબપાદ $M = \left(4 - \frac{7}{3},\ 7 - \frac{14}{3}, 1 + \frac{14}{3}\right)$

$M\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{3}\right)$

$K = \frac{-7}{3}$ સમી(1) માં મૂકતાં $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$

લંબઅંતર $AM = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{49}{9} + \frac{64}{9}} = \sqrt{\frac{117}{9}} = \sqrt{13}$

લંબઅંતર $\sqrt{13}$, લંબપાદ $\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{3}\right)$

80. $\frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z - \frac{2}{3}}{\frac{5}{3}}, \quad \bar{a} = \left(\frac{1}{2}, 1, \frac{2}{3}\right)$

(A) $\bar{\ell} = \left(\frac{3}{2}, -3, \frac{5}{3}\right)$

સમાંતર રેખા માટે દિશા $\bar{\ell}$ તથા બિંદુ $(1, 2, 3)$ માંથી પસાર થતી રેખા :

$\bar{r} = (1, 2, 1) + K\left(\frac{3}{2}, -3, \frac{5}{3}\right)$

$\frac{2x-2}{3} = \frac{2-y}{3} = \frac{3z-3}{5}$

81. $\bar{r} = (0, 2, 3) + K(2, 3, 4), \quad \bar{a} = (0, 2, 3), \ \bar{\ell} = (2, 3, 4)$

(B) $\bar{r} = (5, 3, 2) + K(0, 2, 3), \quad \bar{b} = (5, 3, 2), \ \bar{m} = (0, 2, 3)$

આ બંને રેખાઓને લંબરેખાની દિશા $\bar{n} = \bar{\ell} \times \bar{m}$

$$\bar{n} = \bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (1, -6, 4)$$

તથા રેખા $\bar{C} = (3, -1, 11)$ માંથી પસાર થાય છે.

રેખા $\bar{r} = \bar{c} + k\bar{n} \quad k \in R$ રેખા $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z-11}{4}$

82. રેખા $(x, y, z) = (0, 1, 2) + k (1, 2, 3)$

(C) લંબપાદ $M = (k, 2k + 1, 3k + 2)$

$\overrightarrow{PM} = (k - 1, 2k - 5, 3k - 1)$ $\quad\quad \bar{\ell} = (1, 2, 3)$

$\overrightarrow{PM} \perp \bar{\ell} \quad\quad \overrightarrow{PM} \cdot \bar{\ell} = 0$

$(k - 1) + 2 (2k - 5) + 3 (3k - 1) = 0$

$k - 1 + 4k - 10 + 9k - 3 = 0$

$k = 1$

$\therefore M (1, 3, 5)$ $\quad Q (x_1, y_1, z_1)$ એ $P (1, 6, 3)$ નું

રેખાને સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ છે. M એ $\overline{PQ}$ નું મધ્યબિંદુ

$$1 = \frac{x_1 + 1}{2}, \; 3 = \frac{y_1 + 6}{2}, \quad\quad 5 = \frac{z_1 + 3}{2}$$

$x_1 = 1, \;\; y_1 = 0 \quad z_1 = 1$

પ્રતિબિંબ $(1, 0, 7)$

83. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ $\quad\quad \bar{a} = (0, 0, 0) \quad\quad \bar{\ell} = (1, 2, -1)$

(A) $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{6}$ $\quad\quad \bar{b} = (1, 0, 0) \quad\quad \bar{m} = (3, 2, 6)$

$$\bar{n} = \bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} = (14, -9, -4)$$

$\bar{c} = (1, 2, 3)$માંથી પસાર થતી તથા $\bar{n} = (14, -9, -4)$ દિશાવાળી રેખાનાં સમીકરણ $\bar{r} = \bar{c} + k\bar{n}, \quad k \in R$

$$\frac{x-1}{14} = \frac{y-2}{-9} = \frac{z-3}{-4}$$

84. $\frac{x-b}{a} = y = \frac{z-d}{c}$ $\quad\quad \bar{a} = (b, 0, d), \; \bar{\ell} = (a, 1, c)$

(A) $|\bar{\ell}| = \sqrt{a^2 + 1 + c^2}$

$\therefore \bar{\ell}$ ની દિશામાં એકમ સદિશ $= \pm \frac{\bar{\ell}}{|\bar{\ell}|}$

$$= \pm \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{a^2 + c^2 + 1}}, \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2 + 1}} \right)$$

રેખાની દિક્કોસાઈન

$$\pm \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2 + 1}}, \pm \frac{1}{\sqrt{a^2 + c^2 + 1}}, \pm \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2 + 1}}$$

85. રેખા $L : \frac{x-b}{a} = \frac{y}{1} = \frac{z-d}{c}$ $\qquad \bar{a} = (b, 0, d)$

(A) $\quad M : \frac{x-b}{a'} = \frac{y}{1} = \frac{z-d'}{c'}$ $\qquad \bar{\ell} = (a, 1, c)$

$\bar{b} = (b, 0, d')$

$\bar{m} = (a', 1, c')$

$L \perp M$

$\therefore \bar{\ell} . \bar{m} = 0$

$(a, 1, c) . (a', 1, c^1) = 0$

$aa' + 1 + cc' = 0$

$aa' + cc' + 3 = 2$

86. $\bar{r} = (1, 3, 5) + K(-1, 2, 3),$ $\qquad \bar{a} = (1, 3, 5), \bar{\ell} = (-1, 2, 3)$

(B) $\bar{r} = (1, 3, 1) + K(1, -2, -3)$ $\quad \bar{b} = (1, 3, 1), \bar{m} = (1, -2, -3)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} = (0, 0, 0) = \bar{0}$$

$\therefore$ બે રેખાઓ સંપાતી કે સમાંતર હશે.

$\overrightarrow{AB} = \bar{b} - \bar{a} = (0, 0, -4)$ $\qquad |\bar{\ell}| = \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}$

$$\hat{\ell} = \frac{\bar{\ell}}{|\bar{\ell}|} = \left(-\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \hat{\ell} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -4 \\ \frac{-1}{\sqrt{14}} & \frac{2}{\sqrt{14}} & \frac{3}{\sqrt{14}} \end{vmatrix} = \left(\frac{8}{\sqrt{14}}, \frac{4}{\sqrt{14}}, 0\right)$$

$$\left| \overrightarrow{AB} \times \hat{\ell} \right| = \frac{\sqrt{64+16}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{80}{14}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \neq 0$$

$\therefore$ બે રેખાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર શૂન્ય નથી.

$\therefore$ રેખાઓ સંપાતી નથી.

$\therefore$ રેખાઓ સમાંતર છે.

87. $\bar{r} = (2, 1, 3) + k\,(1, -1, 1)$, $\quad \bar{a} = (2, 1, 3)$, $\bar{\ell} = (1, -1, 1)$

(A) $\bar{r} = (3, 0, 4) + k\,(-1, 1 -1)$ $\quad \bar{b} = (3, 0, 4)$, $\bar{m} = (-1, 1, -1)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0, 0, 0) = \bar{0}$$

$\overrightarrow{AB} = \bar{b} - \bar{a} = (1, -1, 1)$ $\qquad \bar{\ell} = (1, -1, 1)$

$\overrightarrow{AB} \times \bar{\ell} = \bar{0}$ $\qquad \left| \overrightarrow{AB} \times \bar{\ell} \right| = 0$

$\therefore$ બે સમાંતર રેખાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર શૂન્ય છે.

બે રેખાઓ સંપાતી થાય.

88. $\bar{r} = (1, 2, 6) + K\,(1, 3, 5)$ $\qquad \bar{a} = (1, 2, 6)$, $\bar{\ell} = (1, 3, 5)$

(D) $\bar{r} = (-1, 3, 5) + K\,(2, 1, 1)$ $\qquad \bar{b} = (-1, 3, 5)$, $\bar{m} = (2, 1, 1)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} \bar{I} & \bar{J} & \bar{K} \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-2, 9, -5) \neq \bar{0}$$

રેખાઓ છેદક કે વિષમતલીય છે.

$\overrightarrow{AB} = \bar{b} - \bar{a} = (-2, 1, -1)$

$\overrightarrow{AB} \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = (-2, 1, -1) \cdot (-2, 9, -5)$

$= 4 + 9 + 5 = 18 \neq 0$

$\therefore$ રેખાઓ વિષમતલીય છે.

89. $\bar{r} = (3, -1, 1) + K(1, -1, 1)$, $\bar{a} = (3, -1, 1)$, $\bar{\ell} = (1, -1, 1)$

(B) $\bar{r} = (0, 0, -3) + K(2, 0, 3)$, $\bar{b} = (0, 0, -3)$, $\bar{m} = (2, 0, 3)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix} = (-3, -1, 2) \neq \bar{0}$$

રેખાઓ છેદક કે વિષમતલીય થશે.

$\overrightarrow{AB} = \bar{b} - \bar{a} = (-3, 1, -4)$

$\overrightarrow{AB} \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = (-3, 1, -4) \cdot (-3, -1, 2) = 9 - 1 - 8 = 0$

બે રેખાઓ છેદક થશે.

90. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5}$ $\bar{a} = (1, -1, 1)$ $\bar{\ell} = (3, 2, 5)$

(D) $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$ $\bar{b} = (-2, 1, -1)$ $\bar{m} = (4, 3, -2)$

$\bar{a} - \bar{b} = (3, -2, 2)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = (-19, 26, 1) \neq \bar{0}$$

રેખાઓ છેદક કે વિષમતલીય થશે.

$\overrightarrow{AB} \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = (3, -2, 2) \cdot (-19, 26, 1)$

$= -57 - 52 + 2$

$= -107 \neq 0$

રેખાઓ વિષમતલીય થશે.

91. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$ $\bar{a} = (1, -1, 0)$ $\bar{\ell} = (1, 3, 0)$

(C) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{0}$ $\bar{b} = (1, 2, 2)$ $\bar{m} = (3, 1, 0)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1, 3, -8) \neq \bar{0}$$

$\bar{b} - \bar{a} = (0, 3, 2)$

ન્યૂનતમ અંતર$= \dfrac{|(\bar{b} - \bar{a}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m})|}{|\bar{\ell} \times \bar{m}|}$

$(\bar{b} - \bar{a}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = (0, 3, 2) \cdot (-1, 3, -8) = 0 + 9 - 16 = -7 \neq 0$

$|\bar{\ell} \times \bar{m}| = \sqrt{1 + 9 + 64} = \sqrt{74}$ એકમ

ન્યૂનતમ અંતર એકમ $= \dfrac{|-7|}{\sqrt{74}} = \dfrac{7}{\sqrt{74}}$

92. $x - 1 = \dfrac{y-1}{6} = \dfrac{z}{2}$ $\quad \bar{a} = (1, 1, 0), \quad \bar{\ell} = (1, 6, 2)$

(C) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-5}{15} = \dfrac{z+2}{6}, \ \bar{b} = (1, 5, -2), \ \bar{m} = (2, 15, 6)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 6 & 2 \\ 2 & 15 & 6 \end{vmatrix} = (6, -2, 3) \neq \bar{0}$$

$\bar{b} - \bar{a} = (0, 4, -2), \ (\bar{b} - \bar{a}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = (0, 4, -2).(6, -2, 3) = 0 - 8 - 6 = -14 \neq 0$

$|\bar{\ell} \times \bar{m}| = \sqrt{36 + 4 + 9} = \sqrt{49} = 7$

ન્યૂનતમ અંતર$= \dfrac{|-14|}{7} = 2$ એકમ

93. $\bar{r} = (4, -1, 0) + K(1, 2, -3), \bar{a} = (4, -1, 0), \bar{\ell} = (1, 2, -3)$

(A) $\bar{r} = (1, -1, 2) + K(2, 4, -5), \bar{b} = (1, -1, 2), \bar{m} = (2, 4, -5)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -5 \end{vmatrix} = (2, -1, 0) \neq \bar{0}$$

$\bar{b} - \bar{a} = (-3, 0, 2)$

$(\bar{b} - \bar{a}) \cdot (\bar{\ell} \times \bar{m}) = (-3, 0, 2) \cdot (-2, -1, 0) = -6 + 0 - 0$

$= -6$

$|\bar{\ell} \times \bar{m}| = \sqrt{4 + 1 + 0} = \sqrt{5}$

ન્યૂનત્તમ અંતર $= \frac{6}{\sqrt{5}}$ એકમ

94. રેખા L : $\bar{r} = (8, -9, 10) + K(3, -16, 7) = (8 + 3K_1, -9 - 16K_1 10 + 7K_1)$ $k_1 \in R$

(B) $P \in L$ $P = (8 + 3K_1, -9 - 16K_1, 10 + 7K_1)$ ...(1)

રેખા M : $\bar{r} = (15 + 3K_2, 29 + 8K_2, 5 - 5K_2)$ $K_2 \in R$

$Q \in M$, $Q(15 + 3K_2, 29 + 8K_2, 5 - 5K_2)$ ...(2)

$\overrightarrow{PQ} = (7 + 3K_2 - 3K_1, 38 + 8K_2 + 16K_1, -5 - 5K_2 - 7K_1)$

$\bar{\ell} = (3, -16, 7)$ તથા $\bar{m} = (3, 8, -5)$

PQ એ L અને M વચ્ચેનું ન્યૂનત્તમ અંતર હોવાથી

$\overrightarrow{PQ} \perp L$ તથા $\overrightarrow{PQ} \perp M$

$\overrightarrow{PQ} \cdot \bar{\ell} = 0$

$3(7 + 3K_2 - 3K_1) - 16(38 + 8K_2 + 16K_1) + 7(-5 - 5K_2 + 7K_1) = 0$

$\therefore 77K_2 + 157K_1 + 311 = 0$ ...(3)

આ જ પ્રમાણે $\overrightarrow{PQ} . \bar{m} = 0$

$3(7 + 3K_2 - 3K_1) + 8(38 + 8K_2 + 16K_1) - 5(-5 - 5K_2 - 7K_1)$

$49K_2 + 77K_1 + 1750 = 0$ ...(4)

સમીકરણ (3) અને (4) ઉકેલતાં અને

$K_1 = 1$ સમી (1) મૂકતાં $P(5, 7, 3)$

$K_2 = -2$ સમી (2) મૂકતાં $Q(9, 13, 15)$

$\overrightarrow{PQ} = (4, 6, 12)$

$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{16 + 36 + 144} = \sqrt{196} = 14$ એકમ

95. રેખા L : $\frac{x-23}{-6} = \frac{y-19}{-4} = \frac{z-25}{3} = K_1$ $k_1 \in R$

(D) $P \in L$: $P(-6K_1 + 23, -4K_1 + 19, 3K_1 + 25)$ ...(1)

M : $\frac{x-12}{-9} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-5}{2} = K_2$, $K_2 \in R$

$Q \in M$

$Q(-9K_2 + 12, 4K_2 + 1, 2K_2 + 5)$ ...(2)

$\overline{\ell} = (-6, -4, 3)$ $\overline{m} = (-9, 4, 2)$

$\overrightarrow{PQ} \cdot \overline{\ell} = 0, -6(-9K_2 + 6K_1 - 11) - 4(4K_2 + 4K_1 - 18) + 3(2K_2 - 3K_1 - 20) = 0$

$44K_2 - 61K_1 + 78 = 0 \qquad \ldots(3)$

$\overrightarrow{PQ} . \overline{m} = 0 - 9(-9K_2 + 6K_1 - 11) + 4(4K_2 - 4K_1 - 18) + 2(2K_2 - 3K_1 - 20) = 0$

$101K_2 - 44K_1 - 13 = 0 \qquad \ldots(4)$

સમી (3) અને (4) ઉકેલતાં

$K_2 = 1, K_1 = 2$

$K_1 = 2$ સમી (1) માં મૂકતાં $P(11, 11, 31)$

$K_2 = 1$સમી (2) માં મૂકતાં $Q(3, 5, 7)$

$\overrightarrow{PQ} = (-8, -6, -24)$

$\left|\overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{64 + 36 + 576} = \sqrt{676}$

$\left|\overrightarrow{PQ}\right| = 26$ એકમ

96. $\overleftrightarrow{00'}$નું સમીકરણ $\frac{x}{\alpha} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

(B) $\overleftrightarrow{00'}$ ને વિષમતલીય ધાર

$\overleftrightarrow{AB} : \frac{x-a}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z}{c}$

$\overline{a} = (0, 0, 0), \qquad \overline{b} = (a, 0, 0)$

$\overline{\ell} = (a, b, c), \qquad \overline{m} = (0, 0, c)$

$$\overline{\ell} \times \overline{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a & b & c \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = (bc, -ca, 0)$$

તથા $\overline{b} - \overline{a} = (a, 0, 0) \qquad |\overline{\ell} \times \overline{m}| = c\sqrt{a^2 + b^2}$

$(\overline{b} - \overline{a}) . (\overline{\ell} \times \overline{m}) = abc$

$\therefore$ વિષમતલીય રેખાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર $= \frac{abc}{c\sqrt{a^2 + b^2}}$

$= \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

97. $\overleftrightarrow{OO'}$ $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ અને $\overleftrightarrow{AB'}$ $\frac{x-1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}$

(B) $\bar{a} = (0, 0, 0), \bar{b} = (1, 0, 0)$

$\bar{\ell} = (1, 1, 1), \ \bar{m} = (0, 0, 1)$

$\bar{b} - \bar{a} = (1, 0, 0)$

$$\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1, -1, 0)$$

$(\bar{b} - \bar{a}) . (\bar{\ell} \times \bar{m}) = 1$ $\qquad | \bar{\ell} \times \bar{m} | = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

વિષમતલીય રેખાઓ વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

98. $\bar{a} = (1, 2, 3), \bar{b} = (2, 1, 0), \bar{c} = (3, 3, -1)$

(B) સમતલનું સમીકરણ $\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 0$

$7x - 2y + 3z = 12$

99. અક્ષો પર અંતઃખંડ કાપતાં સમતલનું સમી. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

(D) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{7} = 1$

$28x - 21y - 12z = 84 \qquad ...(1)$

સમીકરણ (1) માં આપેલાં વિકલ્પો મૂકતાં,

(A) $(2, -3, 1) \Rightarrow 56 + 63 - 12 \neq 84$

(B) $(1, 1, -2) \Rightarrow 28 - 21 + 24 \neq 84$

(C) $(1, -1, -3) \Rightarrow 28 + 21 + 36 = 85 \neq 84$

(D) એક પણ બિંદુ નહી.

100. $4x - 81y + 9z = 1$

(A) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

X- અક્ષ પરનો અંતઃખંડ $a = \frac{1}{4}$

Y- અક્ષ પરનો અંતઃખંડ $b = \frac{-1}{81}$

Z- અક્ષ પરનો અંતઃખંડ $c = \frac{1}{9}$

$$a + b + c = \frac{1}{4} - \frac{1}{81} + \frac{1}{9} = \frac{729 - 36 + 324}{2916}$$

$$= \frac{1017}{2916}$$

101.

(B) X-અક્ષ પરનો અંતઃખંડ = Y-અક્ષ પરનો અંતઃખંડ = a

Z-અક્ષ પરનો અંતઃખંડ = 14

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{14} = 1 \qquad ...(1)$$

બિંદુ (2, 1, 3)સમતલ પર છે. સમી(1) માં મુકતાં

$$\frac{2}{a} + \frac{1}{a} + \frac{3}{14} = 1 \qquad \frac{3}{a} = \frac{11}{14}, \qquad a = \frac{42}{11}$$

સમતલ સમીકરણ $\frac{11x}{42} + \frac{11y}{42} + \frac{z}{14} = 1$

$\therefore 11x + 11y + 3z = 42$

102. $2x - y + z = 2$ $\qquad \bar{n}_1 = (2, -1, 1), |\bar{n}_1| = \sqrt{6}$

(B) $x + y + 2z = 3$ $\qquad \bar{n}_2 = (1, 1, 2)$ $\qquad |\bar{n}_2| = \sqrt{6}$

$$\cos\alpha = \frac{|\bar{n}_1 . \bar{n}_2|}{|\bar{n}_1||\bar{n}_2|}, \cos\alpha = \frac{|(2 - 1 + 2)|}{\sqrt{6}\,\sqrt{6}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

103. રેખા $\bar{r} = (-1, 1, 2) + K(3, 2, 4)$ $\qquad k \in R$

(B) $\bar{a} = (-1, 1, 2),$ $\qquad \bar{\ell} = (3, 2, 4)$

સમતલ $2x + y - 3z + 4 = 0$ $\qquad \bar{n} = (2, 1, -3)$

રેખા અને સમતલ વચ્ચેનો ખૂણો α

$$\sin\alpha = \frac{|\bar{\ell}\cdot\bar{n}|}{|\bar{\ell}||\bar{n}|} \qquad \bar{\ell}\cdot\bar{n} = (3, 2, 4)\cdot(2, 1, -3)$$

$$= 6 + 2 - 12$$

$$= -4$$

$$|\bar{\ell}| = \sqrt{9 + 4 + 16} = \sqrt{29}$$

$$|\bar{n}| = \sqrt{4 + 1 + 9} = \sqrt{14}$$

$$\sin\alpha = \left|\frac{-4}{\sqrt{29}\,\sqrt{14}}\right| = \frac{4}{\sqrt{406}}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{406}}\right)$$

104. રેખા $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ $\qquad \bar{\ell} = (2, 2, 1)$

(C) સમતલ $2x - 2y + z = 1$ $\qquad \bar{n} = (2, -2, 1)$

$$\bar{\ell}\cdot\bar{n} = (2, 2, 1)\cdot(2, -2, 1) = 4 - 4 + 1 = 1$$

$$|\bar{\ell}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3 \qquad |\bar{n}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3 \qquad \sin\alpha = \frac{\bar{\ell}\cdot\bar{n}}{|\bar{\ell}||\bar{n}|}$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{9} \therefore \alpha = \sin^{-1}\frac{1}{9}$$

105. $A(1, 2, 3)$ $\qquad x - 2y + 2z - 5 = 0,\ \bar{n} = (1, -2, 2), d = 5$

(C) બિંદુથી સમતલનું લંબઅંતર $= \frac{|1 - 4 + 6 - 5|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{|-2|}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

લંબપાદનો સ્થાન સદિશ $= \bar{a} + k_1\,\bar{n}$

જ્યાં $K = \frac{d - \bar{a}\cdot\bar{n}}{|\bar{n}|^2}$ $\qquad d - \bar{a}\cdot\bar{n} = 5 - (1, 2, 3)\cdot(1, -2, 2)$

$$= 5 - (1 - 4 + 6)$$

$$= 2$$

$$K_1 = \frac{2}{9} \qquad |\bar{n}|^2 = 9$$

લંબપાદ $= \bar{a} + k_1 \bar{n} = (1, 2, 3) + \frac{2}{9}(1, -2, 2)$

$= \left(\frac{11}{9}, \frac{14}{9}, \frac{31}{9}\right)$

106. $x + 2y - 3z = 6$ $\qquad \bar{n}_1 = (1, 2, -3),$ $\qquad d_1 = 6$

(A) $2x + y + z = 7$ $\qquad \bar{n}_2 = (2, -1, 1),$ $\qquad d_2 = 7$

$$\bar{n} = \bar{n}_1 \times \bar{n}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -7, -5)$$

સમતલોની સામાન્ય છેદ રેખાની દિશા $= (1, 7, 5)$

સમતલોનું સામાન્ય બિંદુ મેળવવા માટે $z = 0$ મૂકતા

સમીકરણો $x + 2y = 6,\ 2x - y = 7$ ઉકેલતાં

$x = 4,\ y = 1$

$\therefore$ સામાન્ય છેદબિંદુ $(4, 1, 0)$

છેદરેખાનું સમી. $\frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z}{5}$

107. સમતલ $2x - y + z + 3 = 0,\quad \bar{n} = (2, -1, 1),$ $\qquad d = -3$

(D) બિંદુ $A(1, 3, 4),\ \bar{a} = (1, 3, 4)$

M નો સ્થાન સદિશ $= \bar{a} + k_1\ \bar{n}$

$$k_1 = \frac{d - \bar{a}\ \bar{n}}{|\bar{n}|^2}$$

$$k_1 = \frac{-3 - (2-3+4)}{6} = -1$$

M નો સ્થાન સદિશ $= (1, 3, 4) - 1(2, -1, 1)$

$= (-1, 4, 3)$

B નો સ્થાન સદિશ $= (x, y, z)$ હોય તો $\overline{AB}$ મધ્યબિંદુ

$\frac{x+1}{2} = -1,\quad \frac{y+3}{2} = 4,\quad \frac{z+4}{2} = 3$

$x = -3,\quad y = 5,\ z = 2$

$(1, 3, 4)$નું સમતલને સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ $(-3, 5, 2)$

108. $\bar{a} = (2, -1, 2)$ સમતલ $2x - 3y + 4z = 44$

(B) $\bar{n} = (2, -3, 4)$, $d = 44$

બિંદુ A માંથી સમતલ પરનાં લંબપાદ M નો સ્થાન સદિશ

$$\bar{m} = \bar{a} + k_1 \bar{n} \qquad K_1 = \frac{d - \bar{a}\,\bar{n}}{|\bar{n}|^2}$$

$$K_1 = \frac{44 - ((2, -3, 4).(2, -1, 2))}{4 + 9 + 16}$$

$$= \frac{44 - (4+3+8)}{29} = \frac{29}{29} = 1$$

$\bar{m} = \bar{a} + k_1 \bar{n}$ માં મૂકતાં

$= (2, -1, 2) + 1(2, -3, 4) = (4, -4, 6)$ લંબપાદ

બિંદુ A માંથી પસાર થતી લંબરેખા $\bar{\ell}$ ની દિશા $\overrightarrow{AM}$ છે.

$\bar{\ell} = \overrightarrow{AM} = (4, -4, 6) - (2, -1, 2) = (2, -3, 4)$

લંબની લંબાઈ $= \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}$

લંબની લંબાઈ $= \sqrt{29}$, લંબપાદ $= (4, -4, 6)$

109. સમતલનું સમી $2x - 2y + z = -3$

(A) $-x\left(\frac{2}{3}\right) + y\left(\frac{2}{3}\right) - z\left(\frac{1}{3}\right) = 1$

$$x\left(-\frac{2}{3}\right) + y\left(\frac{2}{3}\right) + z\left(-\frac{1}{3}\right) = 1$$

આ સમીકરણને $x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = P$ સાથે રાખવાતા,

$$\cos\alpha = \frac{-2}{3}, \quad \cos\beta = \frac{2}{3}, \quad \cos\gamma = \frac{-1}{3} \qquad P = 1$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = 1$$

તથા $P = 1 \geq 0$

ઉગમબિંદુમાંથી સમતલ પર દોરેલા લંબની લંબાઈ $=1$

લંબના લંબપાદના યામ $(P\cos\alpha, P\cos\beta, P\cos\gamma)$

$= \left(\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)$

લંબની દિક્કોસાઈન $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$

$\therefore \frac{-2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}$

110. A $(1, 2, 3)$ B $(5, 4, 1)$, $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ M નો સ્થાન સદિશ

(B) $M\left(\frac{5+1}{2}, \frac{4+2}{2}, \frac{3+1}{2}\right)$, M $(3, 3, 2)$

$\overline{AB}$ નું લંબદ્વિભાજક સમતલ M $(3, 2, 2)$ માંથી પસાર થાય છે અને $\overline{AB}$ ને લંબ છે.

$\overrightarrow{AB} = (4, 2, -2)$, $(\bar{r} - \bar{a})\bar{n} = 0$

$\bar{n} = \overrightarrow{AB} = (4, 2, -2)$, $\bar{r} = (x, y, z)$. $\bar{a} = (3, 3, 2)$

$(x-3, y-3, z-2).(4, 2, -2) = 0$

$4x - 12 + 2y - 6 - 2z + 4 = 0$

$2x + y - z = 7$

111. $3x + y - z = 0$ $\quad\quad \bar{n}_1 = (3, 1, -1)$, $\quad\quad d_1 = 0$

(C) $x + 2y + 3z = 5$ $\quad\quad \bar{n}_2 = (1, 2, 3)$, $\quad\quad d_2 = 5$

માંગેલ સમતલ આપેલા બંને સમતલને લંબ છે.

$$\bar{n} = \bar{n}_1 \times \bar{n}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (5, -10, 5)$$

$\bar{n}$, તથા $\overline{n_1} \times \overline{n_2}$ સમદિશ છે. $\bar{n} = (5, -10, 5)$

$\bar{a} = (1, 3, 5)$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું સમી.

$(x-1, y-3, z-5).(5, -10, 5) = 0$

$5x - 5 - 10y + 30 + 5z - 25 = 0$

$x - 2y + z = 0$

112. $\bar{r}\ (2, -b, 1) = 4$ $\quad \bar{n}_1 = (2, -b, 1)$

(B) $\bar{r}\ (4, -1, c) = 6$ $\quad \bar{n}_2 = (4, -1, c)$

સમતલો સમાંતર હોવાથી $\bar{n}_1 = k\ \bar{n}_2$

$(2, -b, 1) = k\ (4, -1, c)$

$2 = 4k, \qquad -b = -k, \qquad 1 = kc$

$k = \frac{1}{2}, \qquad b = \frac{1}{2}, \qquad 2 = c$

$b = \frac{1}{2}$

113. સમતલો $3x - 2y + z - 1 = 0, \qquad 6x - 4y + 2z - k = 0$

(A) સમાંતર $6x - 4y + 2z - 2 = 0$,

$6x - 4y + 2z - k = 0$

સમાંતર સમતલો વચ્ચેનું લંબઅંતર $= \frac{|\ 2 - k\ |}{\sqrt{36 + 36 + 4}}$

$\frac{3}{2\sqrt{4}} = \frac{|k - 2|}{\sqrt{56}}$

$K - 2 = 3 \qquad k - 2 = -3$

$K = 5 \qquad k = -1$

114. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ $\qquad \bar{a} = (1, 3, 0), \quad \bar{\ell} = (2, 4, 1)$

(B) $\frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ $\qquad \bar{b} = (4, 1, 1), \quad \bar{m} = (3, -2, 1)$

$\bar{a} - \bar{b} = (-3, 2, 1)$ તથા $\bar{\ell} \times \bar{m} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

$= (6, 1, -16)$

$(\bar{a} - \bar{b}).(\bar{\ell} \times \bar{m}) = (-3, 2, -1).(6, 1, -16)$

$= -18 + 2 + 16 = 0$ રેખાઓ સમતલીય છે.

સમતલ સમીકરણ : $(\bar{r} - \bar{a}).(\bar{\ell} \times \bar{m}) = 0$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$(x-1)(6)-(y-3)(-1)+z(-16)=0$

$6x - 6 + y - 3 - 16z = 0$

$6x + y - 16z = 9$

115. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$, $\quad \bar{a}=(0, 1, -2)$, $\qquad \bar{\ell}=(2,1, 2)$

(B) $\dfrac{x+\frac{3}{2}}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ $\quad \bar{b}=\left(\dfrac{-3}{2}, 3, 0\right)$, $\qquad \bar{m}=(2, 1, 2)$

$\bar{\ell}=\bar{m}$ સમાતંર રેખાઓ છે.

સમતલ સમી. $\begin{vmatrix} x-0 & y-1 & z+2 \\ -\frac{3}{2}-0 & 3-1 & 0+2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

$x(4-2)-(y-1)(-3-4)+(z+2)\left(\dfrac{-3}{2}-4\right)=0$

$2x + 7y - 7 - \dfrac{11z}{2} - \dfrac{22}{2} = 0$

$4x + 14y - 14 - 11z - 22 = 0$

$4x + 14y - 11z - 36 = 0$

116. રેખા $\bar{r} = (1, 1, 1) + k(2, 1, 2)$, $\bar{a} = (1, 1, 1)$

(A) $\bar{\ell} = (2, 1, 2)$

$\bar{b} = (1, -1, 2)$

$\overrightarrow{AB} = \bar{b} - \bar{a}$

$= (0, -2, 1)$

સમતલનો અભિલંબ $\bar{n} = \overrightarrow{AB} \times \bar{\ell}$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-5, 2, 4)$$

સમતલનું સમીકરણ $\bar{r}.\bar{n} = \bar{a}.\bar{n}$

$(x, y, z).(-5, 2, 4) = (1, 1, 1).(-5, 2, 4)$

$-5x + 2y + 4z = -5 + 2 + 4$

$5x - 2y - 4z + 1 = 0$

117. L : $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{4}$, $\quad \bar{a} = (1, 2, 3)$, $\quad \bar{\ell} = (2, 3, 4)$

(C) M: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-5}{4}$, $\quad \bar{b} = (1, 0, 5)$, $\quad \bar{m} = (2, 3, 4)$

$\bar{\ell} = \bar{m}$ હોવાની $\bar{\ell} \times \bar{m} = \bar{0}$

$(1, 2, 3) \in L$, પરંતુ $\dfrac{1-1}{2}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{3-5}{4}$ સમાન નથી.

$(1, 2, 3) \notin M$

L તથા M સમાતંર રેખાઓ છે.

સમતલ સમી $(\bar{r} - \bar{b}).\left[(\bar{b} - \bar{a}) \times \bar{\ell}\right] = 0$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y & z-5 \\ 0 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0, (x-1)(-8-6) - y(-4) + (z-5)(4) = 0$$

$7x - 2y - 2z + 3 = 0$ સમતલ સમીકરણ

118. L : $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z-7}{-3}$

(B) $\bar{a} = (-3, -5, 7)$

$\bar{\ell} = (2, 3, -3)$

$\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+1}{5} = \dfrac{z+1}{-1}$, $\quad \bar{b} = (-1, -1, -1)$

$\bar{m} = (4, 5, -1)$

$$\left(\bar{b}-\bar{a}\right).\left(\bar{\ell}\times\bar{m}\right)=\begin{vmatrix}2 & 4 & -8\\ 2 & 3 & -3\\ 4 & 5 & -1\end{vmatrix}=24-40+16=0$$

આપેલ રેખાઓ સમતલીય છે.

આ રેખાઓને સમાવતાં સમતલનું સમી.

$$(\bar{r}-\bar{a}).(\bar{\ell}\times\bar{m})=0$$

$$\begin{vmatrix}x+3 & y+5 & z-7\\ 2 & 3 & -3\\ 4 & 5 & -1\end{vmatrix}=0$$

$12x+36-10y-50-2z+14=0$

$6x-5y-z=0$

119. $\bar{a}=(1, 2, 3)$, $\bar{b}=(3, -1, 2)$ સમતલ $x+3y+2z=7$

(A) સમતલ પર બિંદુ $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ માટે

$\bar{n}=(1, 3, 2)$

$d=7$

$\bar{b}-\bar{a}=(2, -3, -1)$

માંગેલા સમતલ પરના બે સદિશો $\overrightarrow{AB}$ અને $\bar{n}$ થશે સમતલનો અભિલંબ $\bar{m}=\overrightarrow{AB}\times\bar{n}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 2 & -3 & -1\\ 1 & 3 & 2\end{vmatrix}$

$=(-3, -5, 9)$

સમતલ સમી. $\bar{r}.\bar{m}=\bar{a}.\bar{m}$

$(x, y, z).(-3, -5, 9)=(1, 2, 3).(-3, -5, 9)$

$-3x-5y+9z=-3-10+27$

$3x+5y-9z+14=0$

120. સમતલ $\pi_1: x+2y+2z=1$ ...(1)

(C) π_1 સમતલને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ π_2; $x+2y+2z=K,\ K\in R-\{-1\}$

π_1 અને π_2 સમતલો સમાંતર છે તથા તેમની વચ્ચેનું લંબઅંતર 2 એકમ $=\dfrac{|1-K|}{\sqrt{1+4+4}}$

$|1-k|=6$

$1-k=6$

કે $1-k=-6$

$\therefore K=-5,$

$K=7$

સમતલ સમીકરણો $x+2y+2z=7$

$x+2y+2z=-5$

121. બિંદુ $A(1, 6, -4)$ રેખા $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-1}$

(A) $\bar{a}=(1,2,3)$ રેખા પરનું બિંદુ

$\bar{\ell}=(2,-3,-1)$

સમતલ $A(\bar{b})$ માટે $\bar{b}=(1, 6, -4)$

$\overrightarrow{AB}=\bar{b}-\bar{a}=(0, 4, -7)$

સમતલનો અભિલંબ $\bar{n}=\overrightarrow{AB}\times\bar{\ell}$

$$\bar{n}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & -7 \\ 2 & -3 & -1 \end{vmatrix}=(-25, -14, -8)$$

સમતલનું સમીકરણ $\bar{r}.\bar{n}=\bar{a}.\bar{n}$

$(x, y, z)(-25, -14, -8)=(1, 2, 3)(-25, -14, -8)$

$-25x-14y-8z=-25-28-24$

$25x+14y+8z=77$

122. સમતલ $2x+4y+8z=17$ $\quad \bar{n}=(2, 4, 8)$ $\quad d=17$

(C) રેખા $\dfrac{x-3}{2}=y=\dfrac{z-8}{-1}$, $\quad \bar{a}=(3, 0, 8)$, $\bar{\ell}=(2, 1, -1)$

રેખાની દિશા $\bar{\ell}=(2, 1, -1)$

$\bar{\ell}.\bar{n}=(2, 1, -1).(2, 4, 8)=4+4-8=0$

રેખા પરનું બિંદુ $(3, 0, 8)$ આપેલા સમતલનાં સમીકરણનું સમાધાન કરતું નથી.

રેખા એ સમતલને સમાંતર છે.

સમતલ $2x+4y+8z=17$ ને સમાંતર સમતલ સમી. $2x+4y+8z=k$ $\quad k\in R-\{-17\}$

માગેલ સમતલ આપેલી રેખાને સમાવતું હોવાથી

રેખા પરનું કોઈપણ બિંદુ $(3+2t,\ t,\ 8-t)$

એ સમતલ $2x + 4y + 8z = k$ નું સમાધાન કરે.

$2(3+2t) + 4t + 8(8-t) = k$

$6 + 4t + 4t + 64 - 8t = k$

$k = 70$

સમતલ $2x + 4y + 8z = 70$

$x + 2y + 4z = 35$

123. સમતલ $\pi_1 : x+y+z+1=0$ $\quad\quad \pi_2 : x-3y+z+3=0$

(A) સમતલોની છેદરેખામાંથી પસાર થતા સમતલ

$\ell(x+y+z+1) + m(x-3y+z+3) = 0 \quad ...(1)$

$x(\ell+m) + y(\ell-3m) + z(\ell+m) + \ell + 3m = 0$

$\bar{n} = (\ell+m,\ \ell-3m,\ \ell+m)$

રેખા $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = z$ ની દિશા $\bar{\ell} = (1, 2, 1)$

રેખા સમતલને સમાતંર હોય તો $\bar{\ell}.\bar{n} = 0$ અને $\bar{a}.\bar{n} \neq d$

$\ell + m + 2\ell - 6m + \ell + m = 0$

$4\ell - 4m = 0 \therefore \ell = m$

$\ell = 1$, તો $m = 1$ જે સમીકરણ (1) મૂકતાં

$x+y+z+1+x-3y+z+3=0$

$x - y + z + 2 = 0$

124. સમતલો $\pi_1 : x - y + z - 1 = 0,$ $\quad\quad \pi_2 : x + y - z - 1 = 0$

(B) $\ell(x-y+z-1) + m(x+y-z-1) = 0 \quad ...(1)$

$(\ell+m)x + (-\ell+m)y + (\ell-m)z - \ell - m = 0$

સમતલ $x - 2y + z = 2$ ને લંબ છે.

$\bar{n}_1 = (\ell+m,\ m-\ell,\ \ell-m),\ \bar{n}_2 = (1, -2, 1)$

$\bar{n}_1 . \bar{n}_2 = 0$

$(\ell+m) + (-2)(m-\ell) + 1(\ell-m) = 0$

$4\ell - 2m = 0$

$\frac{\ell}{m} = \frac{1}{2}$

$\ell = 1$, તો $m = 2$ લેતાં

સમી $(x - y + z - 1) + 2(x + y - z - 1) = 0$

$3x + y - z = 3$

125. સમતલ $\pi_1 : x - y + z - 1 = 0, \qquad \pi_2 : x + y - z - 1 = 0$

(B) $(x - y + z - 1) + \lambda(x + y - z - 1) = 0 \qquad ...(1)$

$(1 + \lambda)x + (\lambda - 1)y + (1 - \lambda)z - 1 - \lambda = 0$

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{-\left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right)} + \frac{z}{\frac{1+\lambda}{1-\lambda}} = 1$$

Y-અક્ષ પર કપાતો અંતઃખંડ $= -\frac{1+\lambda}{1-\lambda} = 3$

$-1 - \lambda = 3 - 3\lambda$

$\lambda = 2$

126. સમતલ અક્ષોને A $(a, 0, 0)$, B $(0, b, 0)$ અને C $(0, 0, C)$ માં છેદે છે,

(B) સમતલનું સમી. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

આ સમતલનું ઉગમબિંદુથી અંતર 3P

$$\frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = 3P$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{9p^2} \qquad ...(1)$$

ΔABC નું મધ્યકકેન્દ્ર $\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3}\right)$ મળે, આપેલા વિકલ્પો મધ્યકેન્દ્ર સમીકરણ સમાધાન કરે, તો ચકાસણીએ

$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{P^2}$ માટે

$$\frac{1}{\frac{a^2}{9}} + \frac{1}{\frac{b^2}{9}} + \frac{1}{\frac{c^2}{9}} = 9\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)$$

$$= 9\left(\frac{1}{9p_2}\right)$$

$$= \frac{1}{p_2}$$

$\therefore$ ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર એ સમીકરણ

$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{P^2}$ નું સમાધાન કરે છે.

127. અહીં A (a, 0, 0) B (0, b, 0), C (0, 0, C) ΔABC નું મધ્યકેન્દ્ર $\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3}\right)$

(B) અહીં મધ્યકેન્દ્ર (2, 1, 3) આવેલ છે.

$a = 6, b = 3\ c = 9$

સમી. $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1$

$\therefore 3x + 6y + 2z = 18$

128. સમતલ યામાક્ષોને A (a, 0, 0), B (0, b, 0), C (0, 0, C) માં છેદે છે

(C) Δ ABC નું મધ્યકેન્દ્ર $\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3}\right) = (\alpha, \beta, \gamma)$

$a = 3\alpha, b = 3\beta, c = 3\gamma$

$$\frac{x}{3\alpha} + \frac{y}{3\beta} + \frac{z}{3\gamma} = 1$$

સમતલનું સમીકરણ $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 3$

129. અક્ષોને A(a, 0, 0), B (0, b, 0), C (0, 0, C) માં છેદતું સમતલ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ એ બિંદુ (α, β, γ)

માંથી પસાર થાય તો $\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} + \frac{\gamma}{c} = 1$ અહીં A, B, C માંથી યામ - સમતલોને સમાંતર સમતલો

(B) $x = a, y = b, z = c$

જેમનું છેદબિંદુ $(x, y, z) = (a, b, c)$

$\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} + \frac{\gamma}{c} = 1$ પરથી આપણને

છેદબિંદુ નો બિંદુગણ $\frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{y} + \frac{\gamma}{z} = 1$

130. અક્ષો પરનાં બિંદુ $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ ΔABCનું મધ્યકેન્દ્ર $(x_1, y_1, z_1) = \left(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3}\right)$

(A) અહી સમતલ એ A, B અને C નું સમાધાન કરે છે.

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ આ સમતલનું $(0, 0, 0)$થી અંતર p

$$P = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$$

$$\therefore \frac{1}{P^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

$$\frac{1}{P^2} = \frac{1}{9x_1^2} + \frac{1}{9y_1^2} + \frac{1}{9z_1^2}$$

ΔABCનું મધ્યકેન્દ્ર $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{9}{P^2}$

131. એક ચલ સમતલ પર ઊગમબિંદુથી દોરેલાં લંબરેખાખંડ નાં દિક્ ખૂણાઓ α, β અને γ છે તથા લંબરેખાખંડની લંબાઈ p આપેલી છે.

(B) $x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma = P$

આ સમતલ અક્ષોને $A\left(\frac{P}{\cos\alpha}, 0, 0\right)$, $B\left(0, \frac{P}{\cos\beta}, 0\right)$, $C\left(0, 0, \frac{P}{\cos\gamma}\right)$

A, B, C માંથી યામ-સમતલને સમાંતર સમતલો

$$x = \frac{P}{\cos\alpha}\ y = \frac{P}{\cos\beta},\ z = \frac{P}{\cos\gamma}$$

આ ત્રણ સમતલોનું છેદબિંદુ

$$(x_1, y_1, z_1) = \left(\frac{P}{\cos\alpha}, \frac{P}{\cos\beta}, \frac{P}{\cos r}\right)$$

$\cos\alpha = \frac{P}{x_1}$, $\cos\beta = \frac{P}{y_1}$ $\cos r = \frac{P}{z_1}$

α, β, γ એ દિક્ ખૂણાઓ હોવાથી

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

$\frac{P^2}{x_1^2} + \frac{P^2}{y_1^2} + \frac{P^2}{z_1^2} = 1$

$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{y_1^2} + \frac{1}{z_1^2} = \frac{1}{P^2}$

A, B અને C માંથી - યામ સમતલને સમાંતર

સમતલોનું છેદબિંદુ $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{P^2}$ પર

132. સમતલો $\pi_1 : 2x + y + 2z = 1$ $\quad \overline{n}_1 = (2, 1, 2)$, $\quad d_1 = 1$

(C) $\quad \pi_2 : x + 2y - 2z = 1$ $\quad \overline{n}_2 = (1, 2, -2)$, $\quad d_2 = 1$

$$\overline{\ell} = \overline{n}_1 \times \overline{n}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (-6, 6, 3)$$

સમતલ સમી. π_1 અને π_2 છેદબિંદુ મેળવવા માટે $z=0$ મુકતાં,

$\therefore 2x + y = 1$ તથા $x + 2y = 1$

સમીકરણો ઉકેલતાં $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{3}$, $\overline{a} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0\right)$

એ બે સમતલોનું એક સામાન્ય બિંદુ છે.

તેમની છેદરેખાનાં સમીકરણ $\overline{r} = \overline{a} + k\overline{\ell}$, $\quad k \in R$

$$\overline{r} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0\right) + K\,(-6, 6, 3) \qquad ...(1)$$

$\pi_3 : 6x + 2y + 3z = 1$ $\quad \overline{n}_3 = (6, 2, 3)$

$\pi_4 : 6x + 2y - 3z = 1$ $\quad \overline{n}_4 = (6, 2, -3)$

$$\overline{m} = \overline{n}_3 \times \overline{n}_4 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & -3 \end{vmatrix} = (-12, 36, 0)$$

સમતલ સમીકરણો π_3 અને π_4 નાં છેદબિંદુ માટે એક ચલ $x = 0$ લેતાં

$2y+3z=1, \qquad 2y-3z=1$

સમીકરણો ઉકેલતાં, $y=\frac{1}{2}, z=0$

છેદબિંદુ $\bar{b}=\left(0, \frac{1}{2}, 0\right)$ બે સમતલો π_3 અને π_4 નું એક સામાન્ય બિંદુ છે.

છેદરેખાનું સમી. $\bar{r}=\bar{b}+k\,\bar{m}$

$\bar{r}=\left(0, \frac{1}{2}, 0\right)+k\,(-12, 36, 0) \qquad ...(2)$

રેખાસમીકરણો (1) અને (2) પરથી

$\bar{\ell}=(-6, 6, 3)$

$\bar{m}=(-12, 36, 0)$

$$\bar{\ell}\times\bar{m}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -6 & 6 & 3 \\ -12 & 36 & 0 \end{vmatrix}=(-108, -36, -144)\neq\bar{0}$$

બંને છેદરેખાઓ પરસ્પર સમાંતર નથી.

$\bar{\ell}\times\bar{m}\neq\bar{0}$ હોવાની રેખાઓ છેદક કે વિષમતલીય છે.

$(\bar{a}-\bar{b}).(\bar{\ell}\times\bar{m})=\left(\frac{1}{3}, \frac{-1}{6}, 0\right).(-108, -36, -144)$

$=-36+6-0=-30\neq 0$ રેખાઓ વિષમતલીય છે.

રેખાઓ એકપણ બિંદુમાં છેદતી નથી.

133. રેખા $\bar{r}=(2, -2, 3)+K\,(1, -1, 4) \qquad k\in R$

(B) સમતલ $\bar{r}.(1, 5, 1)=5$

$\bar{r}=(1, -1, 4), \bar{n}=(1, 5, 1)$

$\bar{\ell}.\bar{n}=(1, -1, 4).(1, 5, 1) \quad =1-5+4 \quad =0$

$\therefore$ રેખા સમતલને સમાંતર છે.

રેખા પરનાં બિંદુ $(2, -2, 3)$થી સમતલ $x+5y+z-5=0$ નું લંબઅંતર

$P=\frac{|2+5(-2)+3-5|}{\sqrt{1+25+1}}=\frac{10}{\sqrt{27}} \qquad =\frac{10}{3\sqrt{3}}$ એકમ

જવાબો

1.	(B)	44.	(C)	87.	(A)	130.	(A)
2.	(A)	45.	(C)	88.	(D)	131.	(B)
3.	(B)	46.	(A)	89.	(B)	132.	(C)
4.	(B)	47.	(C)	90.	(D)	133.	(B)
5.	(B)	48.	(B)	91.	(C)		
6.	(A)	49.	(B)	92.	(C)		
7.	(C)	50.	(B)	93.	(A)		
8.	(C)	51.	(B)	94.	(B)		
9.	(D)	52.	(A)	95.	(D)		
10.	(A)	53.	(D)	96.	(B)		
11.	(D)	54.	(A)	97.	(B)		
12.	(B)	55.	(B)	98.	(B)		
13.	(D)	56.	(B)	99.	(D)		
14.	(A)	57.	(C)	100.	(A)		
15.	(A)	58.	(A)	101.	(B)		
16.	(B)	59.	(A)	102.	(B)		
17.	(A)	60.	(B)	103.	(B)		
18.	(C)	61.	(B)	104.	(C)		
19.	(A)	62.	(A)	105.	(C)		
20.	(B)	63.	(B)	106.	(A)		
21.	(D)	64.	(D)	107.	(D)		
22.	(B)	65.	(B)	108.	(B)		
23.	(B)	66.	(D)	109.	(A)		
24.	(B)	67.	(B)	110.	(B)		
25.	(C)	68.	(C)	111.	(C)		
26.	(A)	69.	(A)	112.	(B)		
27.	(D)	70.	(B)	113.	(A)		
28.	(A)	71.	(A)	114.	(B)		
29.	(C)	72.	(D)	115.	(C)		
30.	(B)	73.	(D)	116.	(A)		
31.	(A)	74.	(B)	117.	(C)		
32.	(D)	75.	(C)	118.	(B)		
33.	(C)	76.	(A)	119.	(A)		
34.	(A)	77.	(C)	120.	(C)		
35.	(B)	78.	(B)	121.	(A)		
36.	(D)	79.	(A)	122.	(C)		
37.	(D)	80.	(A)	123.	(A)		
38.	(A)	81.	(B)	124.	(B)		
39.	(C)	82.	(C)	125.	(B)		
40.	(D)	83.	(A)	126.	(B)		
41.	(C)	84.	(A)	127.	(B)		
42.	(A)	85.	(A)	128.	(C)		
43.	(A)	86.	(B)	129.	(B)		

UNIT -13

સદિશનું બીજગણિત

અગત્યના મુદાઓ :

સદિશ : જે રાશિને માન તથા દિશા હોય તેવી રાશિને સદિશ રાશિ કહે છે. દા.ત. વેગ, પ્રવેગ, બળ સદિશ દર્શાવ વા માટે સદિશનાં અક્ષરનાં ઉપરનાં ભાગમાં બાર (—) ચિન્હ કરવામાં આવે છે.

નોંધ:

$R^2 = \{(x, y) \mid x \in R, y \in R\}$

$R^3 = \{(x, y, z) \mid x \in R,\ y \in R,\ z \in R\}$.

R^2 અને R^3 નાં સદિશોને $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ વડે દર્શાવાય છે.

સદિશોની સમાનતા : જો $\bar{x} = (x_1,\ y_1,\ z_1)$ અને $\bar{y} = (x_2,\ y_2,\ z_2)$.

જો $\bar{x} = \bar{y} \Leftrightarrow (x_1,\ y_1,\ z_1) = (x_2,\ y_2,\ z_2)$

$\Leftrightarrow x_1 = x_2,\ y_1 = y_2,\ z_1 = z_2$

સદિશોનો સરવાળો :

જો $\bar{x} = (x_1,\ y_1,\ z_1)$ અને $\bar{y} = (x_2,\ y_2,\ z_2)$.

$\bar{x} + \bar{y} = (x_1,\ y_1,\ z_1) + (x_2,\ y_2,\ z_2) = (x_1 + x_2,\ y_1 + y_2,\ z_1 + z_2)$

સદિશનું માન : જો $\bar{x} = (x_1,\ y_2,\ z_3)$ તો સદિશ $\bar{x}$ નું માન $= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$.

તેને $|\bar{x}|$ વડે દર્શાવાય છે. તો $|\bar{x}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$.

નોંધ : જે સદિશનું માન 1 હોય તેને એકમ સદિશ કહે છે.

સદિશની દિશા : ધારો કે $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ એ R^2 અથવા R^3 ના શૂન્યેતર સદિશ છે તથા $k \in R$

(2) $\bar{x} = k\bar{y}, k < 0$, તો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ની દિશા વિરુદ્ધ છે.

(3) કોઈપણ શૂન્યેતર અદિશ $k \in R$ તથા $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ સદિશમાટે

$\bar{x} \neq k\bar{y}$, તો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ભિન્ન દિશાના સદિશો છે.

સમરેખ સદિશ : જો શૂન્યેતર સદિશો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ની દિશા સમાન હોય અથવા પરસ્પર વિરુદ્ધ હોય તો તેમને સમરેખ સદિશ કહે છે.

નોંધ : જો $\bar{x} = k\bar{y}$ તો અને તો જ $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ સમરેખ છે.

પ્રમેય 1 : : જો શૂન્યેતર સદિશ $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ સમાન હોય તો અને તો જ $|\bar{x}| = |\bar{y}|$

તથા $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ સમદિશ છે.

પ્રમેય 2 : જો $\bar{x} \neq \bar{0}$ તો $\bar{x}$ થી નિર્દિષ્ટ થતી દિશામાં અનન્ય એકમ સદિશ હોય છે.

નોંધ :

* જો $\bar{x}$ એ શૂન્યેતર સદિશ હોય, તો $\frac{1}{|\bar{x}|} \cdot \bar{x}$ એ $\bar{x}$ ની દિશામાં એકમ સદિશ છે, તેને $\hat{x}$ વડે દર્શાવાય છે.

* $\bar{y} = \frac{k\bar{x}}{|\bar{x}|}$, $k > 0$ એ $\bar{x}$ ની દિશામાં k માનવાળો સદિશ છે.

* $\bar{y} = \frac{k\bar{x}}{|\bar{x}|}$, $k > 0$ એ $\bar{x}$ ની વિરુદ્ધ દિશાનો k માનવાળો સદિશ છે.

પ્રમેય 3 :

(1) R^2 ના પ્રત્યેક સદિશને $\hat{\imath}$ તથા $\hat{\jmath}$ ના સુરેખ સંયોજન તરીકે અનન્ય રીતે દર્શાવી શકાય.

(2) R^3 ના પ્રત્યેક સદિશને $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ તથા $\hat{k}$ ના સુરેખ સંયોજન તરીકે અનન્ય રીતે દર્શાવી શકાય.

સદિશના સરવાળાનો ત્રિકોણનો નિયમ :

$A,\ B,\ C$ ના સ્થાન સદિશ અનુક્રમે $\bar{a},\ \bar{b}$ અને $\bar{c}$ હોય તો,

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (\bar{b} - \bar{a}) + (\bar{c} - \bar{b}) \ = \bar{c} - \bar{a} \ = \overrightarrow{AC}$

સદિશના સરવાળાનો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો નિયમ :

ધારો કે O, A, B, C ના સ્થાન સદિશ અનુક્રમે $\bar{o}$, $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ હોય તો,

તેથી $\overrightarrow{OA} = \bar{a}$ and $\overrightarrow{OB} = \bar{b}$ બે ભિન્ન સદિશો છે.

તેથી $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \bar{a} + \bar{b}$

R^2 અને R^3 માં સદિશોનું અંતઃગુણન :

* જો $\bar{x} = (x_1, x_2)$ અને $\bar{y} = (y_1, y_2)$ એ R^2 ના સદિશો હોય તો તેમનું અંતઃગુણન

$x_1y_1 + x_2y_2$ તરીકે વ્યાખ્યાયિત થાય છે તથા તેને $\bar{x} \cdot \bar{y}$ વડે દર્શાવાય છે.

આમ, $\bar{x} \cdot \bar{y} = x_1y_1 + x_2y_2$

* જો $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$, $\bar{y} = (y_1, y_2, y_3) \in R^3$ હોય તો

$\bar{x} \cdot \bar{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$ અંતઃગુણનને અદિશ ગુણાકાર અથવા ડોટ ગુણાકાર

પણ કહે છે.

R^3 માં સદિશોનું બહિર્ગુણન : જો $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ અને $\bar{y} = (y_1, y_2, y_3)$

એ R^3 નાં સદિશો હોય તો તેમનું બહિર્ગુણન

$\bar{x} \times \bar{y} = (x_2y_3 - x_3\,y_2,\ x_3\,y_1 - x_1\,y_3, x_1\,y_2 - x_2\,y_1)$. વ્યાખ્યાયિત છે.

નોંધ : બહિર્ગુણનને સદિશ ગુણાકારની પ્રકિયા અથવા ક્રોસ ગુણાકાર પણ કહે છે.

અંતઃગુણન અને બહિર્ગુન વચ્ચેનો તફાવત :

(1) અંતઃગુણન એ અદિશ રાશિ છે, જ્યારે બહિર્ગુણન એ સદિશ રાશિ છે.

(2) અંતઃગુણન એ R^2 તેમજ R^3 માં વ્યાખ્યાયિત છે, જ્યારે બહિર્ગુણન એ R^2 માં વ્યાખ્યાયિત નથી.

(3) અંતઃગુણન સમક્રમી છે, જ્યારે બહિર્ગુણન ક્રમનો ગુણધર્મ ધરાવતું નથી.

સદિશોનું પેટીગુણન તથા ત્રિગુણન : જો $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \in R^3$ હોય તો $\bar{x} \cdot (\bar{y} \times \bar{z})$

ને સદિશો $\bar{x}$, $\bar{y}$ અને $\bar{z}$ નું પેટીગુણન (*Box Product*) કહે છે, તેને સંકેતમાં $[\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}]$

વડે દર્શાવાય છે.

નોંધ : $[\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}] = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix}$

* સદિશો $\bar{x}, \bar{y}$ અને $\bar{z}$ ના ગુણાકાર $\bar{x} \times (\bar{y} \times \bar{z})$ ને સદિશનું ત્રિગુણન કહે છે.

નોંધ :

* $\bar{x} \times (\bar{y} \times \bar{z}) = (\bar{x} \cdot \bar{z})\bar{y} - (\bar{x} \cdot \bar{y})\bar{z}$

* $(\bar{x} \times \bar{y}) \times \bar{z} = (\bar{z} \cdot \bar{x})\bar{y} - (\bar{z} \cdot \bar{y})\bar{x}$

* $\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$ તથા $\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = 0, \hat{\jmath} \cdot \hat{k} = 0, \hat{k} \cdot \hat{\imath} = 0$

* $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}, \quad \hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}, \quad \hat{k} \times \hat{\imath} = j$ તથા $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \bar{0}, \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \bar{0}, \hat{k} \times \hat{k} = \bar{0}$

* $\hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -k, \quad \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath}, \quad \hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath}$

લાગ્રાન્જનો નિત્યસમ : જો $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3 \in R$ હોય તો, $(x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2 + (x_1 y_3 - x_3 y_1)^2 + (x_2 y_3 - x_3 y_2)^2$
$= (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)$ આ નિયમને લાગ્રાન્જનો નિયમ કહે છે.

* જો $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ અને $\bar{y} = (y_1, y_2, y_3)$ તો $|\bar{x} \cdot \bar{y}|^2 + |\bar{x} \times \bar{y}|^2 = |\bar{x}|^2|\bar{y}|^2$

કોશી સ્વાર્ઝની અસમતા : $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ એ R^2 અથવા R^3 ના સદિશો હોય તો

$|\bar{x} \cdot \bar{y}| \le |\bar{x}||\bar{y}|$ અસમતા ને કોશી સ્વાર્ઝની અસમતા કહે છે.

ત્રિકોણીય અસમતા : R^2 તથા R^3 ના સદિશો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ માટે $|\bar{x} + \bar{y}| \le |\bar{x}| + |\bar{y}|$ અસમતા ને ત્રિકોણીય અસમતા કહે છે.

પ્રમેય 4 : R^2 નાં શૂન્યેતર સદિશો $\bar{x} = (x_1, x_2)$ અને $\bar{y} = (y_1, y_2)$

સમરેખ હોય તો અને તો જ $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$

પ્રમેય 5 : R^3 નાં શૂન્યેતર સદિશો $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ અને $\bar{y} = (y_1, y_2, y_3)$

સમરેખ હોય તો અને તો જ $\bar{x} \times \bar{y} = \bar{0}$

સમતલીય સદિશો : $\bar{x}, \bar{y}$ અને $\bar{z}$ એ R^3 ના સદિશો છે. જો $\alpha, \ \beta, \ \gamma \in R$ પૈકી ઓછામાં ઓછો એક શૂન્યેતર હોય અને $\alpha\bar{x} + \beta\bar{y} + \gamma\bar{z} = \bar{0}$ થાય તો $\bar{x}, \bar{y}$ અને $\bar{z}$ ને સમતલીય સદિશો કહે છે.

સુરેખ સ્વાયત સદિશો : જો $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ સમતલીય ન હોય, તો તેમને અસમતલીય સદિશો અથવા સુરેખ સ્વાયત સદિશો કહે છે.

નોંધ : આમ, જો $\bar{x}, \bar{y}$ અને $\bar{z}$ અસમતલીય સદિશો હોય તો $\alpha\bar{x} + \beta\bar{y} + \gamma\bar{z} = \bar{0} \Rightarrow$ $\alpha = 0, \beta = 0$ અને $\gamma = 0$

પ્રમેય 6 : R^3 નાં ભિન્ન શૂન્યેતર સદિશો $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ સમતલીય હોય તો અને તો જ $[\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}] = 0$

બે શૂન્યતર સદિશો વચ્ચેનો ખૂણો : ધારો કે, $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ બે શૂન્યેતર સદિશો છે.

(1) જો $\bar{x} = k\bar{y}, \ k > 0$ તો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ની દિશા સમાન છે. તેથી તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ 0 છે.

(2) જો $\bar{x} = k\bar{y}, k < 0$ તો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ની દિશા વિરુદ્ધ છે. તેથી તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ π છે.

(3) જો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ની દિશા ભિન્ન હોય , α એ $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ હોય તો

તથા $\alpha = (\bar{x} \wedge \bar{y})$ તો $\alpha = cos^{-1} \frac{\bar{x} \cdot \bar{y}}{|\bar{x}||\bar{y}|}, \alpha \in (0, \pi)$

લંબ સદિશો : જો $\bar{x} \neq \bar{0}$ તથા $\bar{y} \neq \bar{0}$ અને $\left(\bar{x} \wedge \bar{y}\right) = \frac{\pi}{2}$

હોય તો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ને પરસ્પર લંબ સદિશો કહે છે, તેને સંકેતમાં $\bar{x} \perp \bar{y}$ વડે દર્શાવાય છે.

પ્રમેય 7 : જો $\bar{x}, \bar{y} \in R^3, \bar{x} \neq \bar{0}, \bar{y} \neq \bar{0}$ અને $\left(\bar{x}, \wedge \bar{y}\right) = \alpha$ હોય તો,

(1) $\bar{x} \cdot \bar{y} = |\bar{x}||\bar{y}|cos\alpha$

(2) $|\bar{x} \times \bar{y}| = |\bar{x}||\bar{y}| \sin \alpha$

(3) $\bar{x} \perp (\bar{x} \times \bar{y}), \quad \bar{y} \perp (\bar{x} \times \bar{y})$

નોંધ : $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ બંનેને લંબ એકમ સદિશ $\pm \frac{\bar{x} \times \bar{y}}{|\bar{x} \times \bar{y}|}$ છે.

સદિશનો પ્રક્ષેપ : જો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ પરસ્પર લંબ ન હોય તેવા શૂન્યેતર સદિશો હોય તો $\bar{a}$ નો $\bar{b}$ પરનો પ્રક્ષેપ સદિશ (*Projection Vector*) $\left(\frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|^2}\right) \bar{b}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે, તેને સંકેતમાં $Proj_{\bar{b}}{}^{\bar{a}}$ વડે દર્શાવાય છે.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ : Δ ABC માં $\overrightarrow{AB} = \bar{c}$, $\overrightarrow{BC} = \bar{a}$, અને $\overrightarrow{CA} = \bar{b}$

∴ Δ ABC નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}|\bar{b} \times \bar{c}| = \frac{1}{2}|\bar{a} \times \bar{b}| = \frac{1}{2}|\bar{c} \times \bar{a}|$

(નોંધ : આ સૂત્રનો ઉપયોગ ફક્ત R^3 માટે જ શક્ય છે.)

∴ Δ ABC નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\sqrt{|\bar{b}|^2|\bar{c}|^2 - |\bar{b} \cdot \bar{c}|^2}$

(નોંધ : આ સૂત્રનો ઉપયોગ R^2 તથા R^3 બન્ને માટે શક્ય છે.)

■ ABCD માં $\overrightarrow{AC} = \bar{x}$ અને $\overrightarrow{BD} = \bar{y}$ નો $■^m$ABCD નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}|\bar{x} \times \bar{y}|$

સમાંતર ફલક : જે ઘન પદાર્થના છ પૃષ્ઠ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ હોય તેવા ઘન પદાર્થને સમાંતર ફલક (*Parallelopiped*) કહે છે. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ એ સમાંતર ફલકની પાસપાસેની ધારો છે.

∴ સમાંતર ફલકનું ઘનફળ $= |[\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}]|$

પ્રશ્નબેંક

1. જો $|\bar{a}| = 3.5$ તો $|\bar{a} \times \bar{i}|^2 + |\bar{a} \times \bar{j}|^2 + |\bar{a} \times \bar{k}|^2$ ની કિંમત ....

(a) 7 (b) 13.5 (c) 18.5 (d) 24.5

2. શૂન્યેતર સદિશ $\bar{a}$ નું માન $|\bar{a}|$ છે અને m શૂન્યેતર અદિશ છે. જો $m\bar{a}$ એ એકમ સદિશ હોય, તો ....

(a) $m = \pm 1$ (b) $m = |\bar{a}|$ (c) $m = \pm \frac{1}{|\bar{a}|}$ (d) $m = \pm 2$

3. સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ત્રિકોણના લઘુકોણમાંથી દોરેલી બે મધ્યગાઓ વચ્ચેના ગુરુકોણનું માપ θ હોય તો $\cos\theta =$ ....

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $-\frac{3}{4}$ (d) $-\frac{4}{5}$

4. $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ અસમરેખ સદિશો છે. $2\bar{u} - \bar{v} = \bar{w}$ થાય, જો $\bar{u} = x\bar{a} + 2y\bar{b}$, $\bar{v} = -2y\bar{a} + 3x\bar{b}$ અને $\bar{w} = 4\bar{a} - 2\bar{b}$ હોય, તો x અને y ની કિંમતો = ...

(a) $x = \frac{8}{7}, y = \frac{2}{7}$ (b) $x = 2, y = 3$

(c) $x = \frac{4}{7}, y = \frac{6}{7}$ (d) $x = \frac{10}{7}, y = \frac{4}{7}$

5. બે શૂન્યતર સદિશોનો સદિશ ગુણાકાર એ શૂન્ય છે તેવા સદિશો .... છે.

(a) સમરેખ (b) સમદિશ સદિશ

(c) એક બિંદુમાંથી ઉદ્દભવતા (d) સમાન અંત્યબિંદુવાળા

6. શૂન્યતર સદિશ $\bar{x}, \bar{y}$ માટે $\bar{x} = k\bar{y}, k < 0$ તો $\bar{x} \cdot \bar{y} =$ ....

(a) $= |\bar{x} + \bar{y}|$ (b) $= |\bar{x}|\ |\bar{y}|$ (c) $> |\bar{x}|\ |\bar{y}|$ (d) $< |\bar{x}|\ |\bar{y}|$

7. $(\bar{x} \cdot \bar{y}) \cdot \bar{z}$ શું છે

(a) અર્થહીન (b) સદિશ (c) અદિશ (d) એકમ સદિશ

8. જો $\bar{a} + m\bar{b} + 3\bar{c}$, $-2\bar{a} + 3\bar{b} - 4\bar{c}$ અને $\bar{a} - 3\bar{b} - 5\bar{c}$ સમતલીય સદિશો હોય તો $m =$ ....

(a) 2 (b) -1 (c) 1 (d) $-9/7$

9. શૂન્યેતર સદિશ $\bar{x}$ માટે અસમતા $|(5-k)\,\bar{x}| < 2|\bar{x}|$ ને સંતોષતી પ્રત્યેક વાસ્તવિક સંખ્યા k એવી છે કે જેથી ....

(a) $0 < k < 3$ (b) $-7 < k < -3$

(c) $3 < k < 7$ (d) $-7 < k < 3$

10. સદિશો $\bar{u}$, $\bar{v}$ અને $\bar{w}$ એવા છે કે જેથી $|\bar{u}| = 1, |\bar{v}| = 2, |\bar{w}| = 3$.

$\bar{v}$ ના $\bar{u}$ પરના પ્રક્ષેપનું માન અને $\bar{w}$ ના $\bar{u}$ પરના પ્રક્ષેપનું માન એ બંને સમાન છે તથા $\bar{v}$ અને $\bar{w}$ પરસ્પર લંબ છે, તો $|\bar{u} - \bar{v} + \bar{w}| =$ ....

(a) 2 (b) $\sqrt{7}$ (c) $\sqrt{14}$ (d) 14

11. એક કણ પર બળ $\bar{F} = (2, 1, -1)$ લગાડતાં તેનું સ્થાનાંતર $A(2, -1, 0)$ થી $B(2, 1, 0)$ પર થાય તો બળ વડે થતું કાર્ય .... એકમ છે.

(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 18

12. જો $\bar{a}, \bar{b}$ અને $\bar{c}$ એ એકમ સદિશો હોય, તો $|\bar{a} - \bar{b}|^2 + |\bar{b} - \bar{c}|^2 + |\bar{c} - \bar{a}|^2$ ની કિંમત .... કરતાં વધારે ન હોઈ શકે.

(a) 4 (b) 9 (c) 8 (d) 6

13. જો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ સદિશો માટે $\bar{a} \cdot \bar{b} < 0$ અને $|\bar{a} \cdot \bar{b}| = |\bar{a} \times \bar{b}|$ તો સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો = ...

(a) π (b) $\frac{7\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{3\pi}{4}$

14. $\bar{x} \times (\bar{y} \cdot \bar{z})$ શું કહેવાય છે ? જ્યાં $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \in R^3$

(a) પેટી ગુણાકાર (b) સદિશ (c) અદિશ (d) અર્થહીન

15. $\bar{i} \times (\bar{x} \times \bar{i}) + \bar{j} \times (\bar{x} \times \bar{j}) + \bar{k} \times (\bar{x} \times \bar{k}) =$ ....

(a) $\bar{x}$ (b) $2\bar{x}$ (c) $3\bar{x}$ (d) 0

16. $\bar{a} = (3, -5, 0), \bar{b} = (6, 3, 0)$ તથા $\bar{c} = \bar{a} \times \bar{b}$ તો $|\bar{a}| : |\bar{b}| : |\bar{c}|$

= ....

(a) $\sqrt{34} : \sqrt{45} : \sqrt{39}$ (b) $\sqrt{34} : \sqrt{45} : 39$

(c) 34 : 39 : 45 (d) 39 : 35 : 34

17. એક ઢાળ 10 મીટર લાંબો છે. તેની પર 25 કિગ્રા વજનનું બોક્ષ ખસેડીને ઉપર લઈ જવું છે. સમક્ષિતિજ સાથે $\frac{\pi}{2}$ માપના ખૂણે બળ લગાડતાં થતું કાર્ય .... જુલ છે.

(a) 125 (b) $125\sqrt{3}$ (c) 250 (d) આમાંથી એકપણ નહિ

18. $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ એકમ સદિશો છે અને θ તેમની વચ્ચેનો ખૂણો છે.

$|\bar{a} + \bar{b}| < 1$ તો તે .... છે.

(a) $\theta = \frac{\pi}{2}$ (b) $\theta < \frac{\pi}{3}$ (c) $\theta > \frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{2\pi}{3}$

19. સદિશ $\bar{x} + \bar{y}$ અને $\bar{x} - \bar{y}$ સમાન થાય તે માટેની શરત લખો.

(a) ક્યારેય નહીં (b) જો $\bar{x} = \bar{y}$

(c) જો $\bar{x} = \bar{0}$ (d) જો $\bar{y} = \bar{0}$

20. $\bar{a} \times (\bar{a} \times (\bar{a} \times \bar{b})) =$.............

(a) $|\bar{a}|^2(\bar{a} \times \bar{b})$ (b) $|\bar{a}|^2(\bar{b} \times \bar{a})$ (c) $|\bar{a}|^2(\bar{a} \times \bar{a})$ (d) 0

21. $\bar{a} = (1, 0, -1),\ \bar{b} = (x, 1, 1 - x)$ અને $\bar{c} = (y, x, 1 + x - y)$ હોય,

તો $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ એ .... પર આધારિત છે.

(a) માત્ર x (b) માત્ર y (c) x અને y એ બંને (d) ન તો x કે ન તો y

22. ધારો કે $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ કોઈ બે એકમ સદિશો છે. જો સદિશો $\bar{c} = \bar{a} + 2\bar{b}$ અને $\bar{d} = 5\bar{a} - 4\bar{b}$ પરસ્પર લંબ હોય તો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ = ...

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

23. $\bar{y} = (x, -3, 1)$ અને $\bar{z} = (2x, x, -1)$ વચ્ચેનો ખૂણો લઘુકોણ છે,

સદિશ $\bar{z}$ અને $y-$ અક્ષ વચ્ચેનો ખૂણો ગુરુકોણ છે તો $x =$ ....

(a) $1, 2$ (b) $-2, 3$ (c) $\forall\, x < 0$ (d) $\forall\, x > 0$

24. જો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ સદિશો સમાંતર હોય અને માન સમાન હોય તો તે માટેની શરત લખો.

(a) $\bar{x} = \bar{y}$ (b) $\bar{x} \neq \bar{y}$

(c) $\bar{x} + \bar{y} = \bar{0}$ (d) $\bar{x} = \bar{y}$ or $\bar{x} + \bar{y} = \bar{0}$

25. $(\bar{A} \times \bar{B}) \cdot [(\bar{B} \times \bar{C}) \times (\bar{C} \times \bar{A})] =$.....................

(a) $[\bar{A}\ \bar{B}\ \bar{C}]^2$ (b) $2\bar{A} \cdot (\bar{B} \times \bar{C})$

(c) $(\bar{B} \times \bar{C}) \cdot [\bar{C} \times \bar{A} + \bar{A} \times \bar{B}]$ (d) એક પણ નહી.

26. જો $\bar{v} = (2, 1, -1), \bar{w} = (1, 0, 3)$ અને $\bar{u}$ એ કોઈ એકમ સદિશ હોય તો

$[\bar{u}\ \ \bar{v}\ \ \bar{w}]$ નું મહતમ મૂલ્ય .... છે.

(a) -1 (b) $\sqrt{10} + \sqrt{6}$ (c) $\sqrt{59}$ (d) $\sqrt{60}$

27. ધારો કે $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ બે એકમ સદિશો હોય અને $\left(\bar{a}\,^\wedge\,\bar{b}\right) = \theta$ અને

$|\bar{a} - \bar{b}| < 1$ તો $\theta \in$ ..... .

(a) $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ (b) $\left[\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{4\pi}{3}\right]$ (c) $\left[\frac{\pi}{8} \cdot \frac{\pi}{2}\right]$ (d) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$

28. જો બે એકમ સદિશોનો સરવાળો એકમ સદિશ હોય તો બે સદિશો વચ્ચેનો ખૂણો .... છે.

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

29. એકમ સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ θ હોય, તો $\cos\frac{\theta}{2}$ =.......$0 < \theta < \pi$

(a) $\frac{1}{2}\,|\,\bar{a}+\bar{b}|$ (b) $\frac{1}{2}\,|\,\bar{a}-\bar{b}\,|$

(c) $\frac{1}{2}\,(\bar{a}\cdot\bar{b})$ (d) $\frac{|\,\bar{a}\times\bar{b}|}{2|\bar{a}||\bar{b}|}$

30. $|\bar{A}| = 3, |\bar{B}| = 4, |\bar{C}| = 5, \bar{A} \perp (\bar{B}+\bar{C}), \bar{B} \perp (\bar{C}+\bar{A}),$

$\bar{C} \perp (\bar{A}+\bar{B})$ તો $|\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}|$ = ...

(a) $5\sqrt{2}$ (b) $7\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) $3\sqrt{2}$

31. $m\bar{a} = n\bar{b}$; $m, n \in N$ તો $\bar{a}\cdot\bar{b} - |\bar{a}||\bar{b}|$ = ...

(a) 0 (b) 1 (c) $m-n$ (d) $m+n$

32. $\bar{a} = (2,-3,6)$ અને $\bar{b} = (-2,\ 2,-1)$ છે.

જો $\lambda = \bar{a}$ ના $\bar{b}$ પરના પ્રક્ષેપનું માન/$\bar{b}$ ના $\bar{a}$ પરના પક્ષેપનું માન હોય તો λ = ... (a) $\frac{3}{7}$ (b) 7 (c) 3 (d) $\frac{7}{3}$

33. $\bar{a} = \bar{u}-\bar{v}, \bar{b} = \bar{u}+\bar{v}, |\bar{u}| = |\,\bar{u}\,|^2$ તથા $|\bar{u}| = |\bar{v}| = 2$ તો

$|\bar{a}\times\bar{b}|$ = ...

(a) $2\sqrt{16-(\bar{u}\cdot\bar{v})^2}$ (b) $2\sqrt{4-(\bar{u}\cdot\bar{v})^2}$

(c) $\sqrt{16-(\bar{u}\cdot\bar{v})^2}$ (d) $\sqrt{4-(\bar{u}\cdot\bar{v})^2}$

34. જો બે એકમ સદિશનો તફાવત એકમ સદિશ હોય તો તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ = ...

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

35. જો $\bar{p} = p_1\bar{i}+p_2\bar{j}+p_3\bar{k}, \bar{q} = q_1\bar{i}+q_2\bar{j}+q_3\bar{k}$ અને

$\bar{r} = r_1\bar{i}+r_2\bar{j}+r_3\bar{k}$ તો $[\,n\bar{p}+\bar{q}\quad n\bar{q}+\bar{r}\quad n\bar{r}+\bar{p}]$ = ...

(a) $(n^3+1)[\bar{p}\quad\bar{q}\quad\bar{r}]$ (b) $(n^3-1)[\bar{p}\quad\bar{q}\quad\bar{r}]$

(c) $2(n^3+1)[2\bar{p}\quad\bar{q}\quad\bar{r}]$ (d) $2(n^3+1)[\bar{p}\quad\bar{q}\quad\bar{r}]$

36. $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ એવા ત્રણ એકમ સદિશો છે કે જેથી, $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$

તો $\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a}=$ ....

(a) 1 (b) 3 (c) $-\frac{3}{2}$ (d) આમાંથી એકપણ નહિ.

37. જો $2\bar{i}+4\bar{j}-5\bar{k}$ અને $\bar{i}+2\bar{j}+3\bar{k}$ એ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસપાસેની બાજુઓ હોય, તો તેના વિકર્ણોની લંબાઈ = ...

(a) $7, \sqrt{69}$ (b) $6, \sqrt{59}$ (c) $5, \sqrt{65}$ (d) $8, \sqrt{45}$

38. $\bar{a}=(x, y, z)$ અને $\bar{c}$ તથા $\bar{b}=(0, 1, 0)$ જમણા હાથના તંત્રનું નિર્માણ કરે છે, તો $\bar{c}=$ ....

(a) $(z, 0, -x)$ (b) $\bar{0}$ (c) $(0, y, 0)$ (d) $(-z, 0, x)$

39. સદિશ $\bar{b}=(0,3,4)$ ને બે સદિશો $\bar{b}_1$ અને $\bar{b}_2$ થી દર્શાવીએ કે જેમાં $\bar{b}_1$ એ $\bar{a}=(1,1,0)$ ની દિશામાં અને $\bar{b}_2$ એ તેની લંબ દિશામાં હોય, તો $\bar{b}_2=$ ....

(a) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$ (b) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 4\right)$

(c) $\left(0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ (d) આમાંથી એકપણ નહિ.

40. જો $\bar{a}\perp\bar{b}$ તો $\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times\{\bar{a}\times(\bar{a}\times\bar{b})\}\right\}\right\}=$.............

(a) $-|\bar{a}|^2\bar{b}$ (b) $-|\bar{a}|^4\bar{b}$ (c) $-|\bar{a}|^6\bar{b}$ (d) $|a|^6\bar{b}$

41. નીચેના પૈકી .... અભિવ્યક્તિ અર્થપૂર્ણ છે.

(a) $\bar{u}\cdot(\bar{v}\times\bar{w})$ (b) $(\bar{u}\cdot\bar{v})\cdot\bar{w}$ (c) $(\bar{u}\cdot\bar{v})\times\bar{w}$ (d) $(\bar{u}\times\bar{v})\,\bar{w}$

42. $\bar{a}=(2,1,-2)$ અને $\bar{b}=(1,1,0)$. $\bar{c}$ એ એવો સદિશ છે કે જેથી $\bar{a}\cdot\bar{c}=|\bar{c}|$, $|\bar{c}-\bar{a}|=2\sqrt{2}$ અને $(\bar{a}\times\bar{b})$ અને $\bar{c}$ વચ્ચેનો ખૂણો 30° થાય, તો $\left|(\bar{a}\times\bar{b})\times\bar{c}\right|=$ ......

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) 2 (d) 3

43. $\bar{a} = (2, 1, 1)$, $\bar{b} = (1, 2, -1)$ અને એકમ સદિશ $\bar{c}$ એ સમતલીય સદિશો હોય

તથા $\bar{c}$ એ $\bar{a}$ ને લંબ હોય, તો $\bar{c}$ = ...

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0, −1, 1) (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (0, −1, −1)

(c) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (1, −2, 0) (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (1, −1, − 1)

44. $\bar{a} \cdot (2\bar{b} + 2\bar{c}) \times (3\bar{a} + 3\bar{b} + 3\bar{c})$ = ...

(a) $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ (b) $3[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ (c) $6[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ (d) 0

45. ΔABCમાં A, B અને C ના સ્થાન સદિશો અનુક્રમે $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ હોય તો A માંથી $\overline{BC}$ પરના વેધ ની લંબાઈ .... છે.

(a) $\frac{|\bar{b} \times \bar{c}|}{|\bar{b} - \bar{c}|}$ (b) $\frac{|\bar{c} \times \bar{a}|}{|\bar{c} - \bar{a}|}$

(c) $\frac{|\bar{a} \times \bar{b} + \bar{b} \times \bar{c} + \bar{c} \times \bar{a}|}{|\bar{b} - \bar{c}|}$ (d) $\frac{|\bar{a} \times \bar{b} + \bar{b} \times \bar{c} + \bar{c} \times \bar{a}|}{|\bar{b} + \bar{c}|}$

46. જો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ લંબ સદિશો ન હોય તથા $\bar{c}$ અને $\bar{d}$ માટે $\bar{b} \times \bar{c} = \bar{b} \times \bar{d}$ અને

$\bar{a} \cdot \bar{d} = 0$, તો સદિશ $\bar{d}$ = ...

(a) $\bar{c} + \left(\frac{\bar{a} \cdot \bar{c}}{\bar{a} \cdot \bar{b}}\right)\bar{b}$ (b) $\bar{b} + \left(\frac{\bar{b} \cdot \bar{c}}{\bar{a} \cdot \bar{b}}\right)\bar{c}$

(c) $\bar{c} - \left(\frac{\bar{a} \cdot \bar{c}}{\bar{a} \cdot \bar{b}}\right)\bar{b}$ (d) $\bar{b} - \left(\frac{\bar{b} \cdot \bar{c}}{\bar{a} \cdot \bar{b}}\right)\bar{c}$

47. $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ બે એકમ સદિશો હોય કે જેથી $\bar{a} + 2\bar{b}$ અને $5\bar{a} - 4\bar{b}$ પરસ્પર લંબ થાય,

તો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ = ...

(a) 15° (b) 60° (c) $cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ (d) $cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right)$

48. જો $(\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}) \cdot \{(\bar{a} - \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b} - \bar{c})\}$ =..............

(a) $2[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ (b) $3[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ (c) $-[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ (d) 0

49. $\bar{a} \cdot \left((\bar{b} + \bar{c}) \times (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \right) = 0$

(a) 0 (b) $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}] + [\bar{b}\ \bar{c}\ \bar{a}]$ (c) $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ (d) આમાંથી એકપણ નહિ

50. જો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\frac{5\pi}{6}$ અને $\bar{a}$ ના $\bar{b}$ પરના પ્રેક્ષપનું માન $\frac{6}{\sqrt{3}}$ હોય તો $|\bar{a}| =$ .... $(\bar{a}, \bar{b} \neq \bar{0})$

(a) 12 (b) 6 (c) 4 (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

51. જો સદિશો $\bar{a} = \bar{\imath} - \bar{\jmath} + 2\bar{k}, \bar{b} = 2\bar{\imath} + 4\bar{\jmath} + 4\bar{k}$ અને $\bar{c} = \lambda\bar{\imath} + \bar{\jmath} + \mu\bar{k}$ પરસ્પર લંબ હોય તો $(\lambda, \mu) =$ ....

(a) $(-3, 2)$ (b) $(2, -3)$ (c) $(-2, 3)$ (d) $(3, -2)$

52. $\bar{a} = (1, 1, 1)$; $\bar{c} = (0, 1, -1)$ $\bar{a} \cdot \bar{b} = 3$ અને $\bar{a} \times \bar{b} = \bar{c}$ તો $\bar{b} =$ ....

(a) (2/3, 2/3, 5/3) (b) (2/3, 5/3, 2/3)

(c) (5/3, 2/3, 2/3) (b) એક પણ નહી

53. કોઈ રેખાની દિક્કોસાઈન $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ હોય તો $c =$ ....

(a) $\pm\frac{1}{3}$ (b) ± 3 (c) $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\pm\sqrt{3}$

54. $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ ત્રણ સદિશો માટે $\bar{a} \neq \bar{0}$, $\bar{a} \times \bar{b} = 2\bar{a} \times \bar{c}$, $|\bar{a}| = |\bar{c}| = 1$, $|\bar{b}| = 4$ અને $|\bar{b} \times \bar{c}| = \sqrt{15}$ છે. જો $\bar{b} - 2\bar{c} = \lambda\bar{a}$ હોય, તો $\lambda =$ ....

(a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) ± 4

55. જો $\bar{a} = \frac{1}{\sqrt{10}}(3\bar{\imath} + \bar{k})$ $\bar{b} = \frac{1}{7}(2\bar{\imath} + 3\bar{\jmath} - 6\bar{k})$ તો $(2\bar{a} - \bar{b}) \cdot [(\bar{a} \times \bar{b}) \times (\bar{a} + 2\bar{b})]$ ની કિંમત ....

(a) -3 (b) 5 (c) 3 (d) -5

56. A, B, C અને D એ કોઈ ચાર બિંદુઓ હોય તો $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} =$........

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) આમાંથી એકપણ નહિ.

57. જો $|\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}| = 2$ હોય અને ઉગમબિંદુ આગળના સદિશો $2\bar{a} + \bar{b}$, $2\bar{b} + \bar{c}$ તથા $2\bar{c} + \bar{a}$ હોય તેવા સમાંતરફલક નું ઘનફળ = ...

(a) 9 ઘન એકમ (b) 8 ઘન એકમ (c) 18 ઘન એકમ (d) 16 ઘન એકમ

58. જો $2\bar{i} + 4\bar{j} - 5\bar{k}$ અને $\bar{r} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસેપાસેની બાજુઓ હોય તો તેના વિકર્ણોની લંબાઈ = ...

(a) $7, \sqrt{69}$ (b) $6, \sqrt{59}$ (c) $5, \sqrt{65}$ (d) $8, \sqrt{45}$

59. R^3 માં X- અક્ષની ધન દિશા સાથે $\frac{\pi}{3}$ માપનો ખૂણો બનાવતા સદિશોની સંખ્યા .... છે.

(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) અસંખ્ય

60. $ABCD$ ચતુષ્કોણ માટે $\overline{AB} = \alpha, \overline{AD} = \beta$ અને $\overrightarrow{AC} = 2\alpha + 3\beta$ હોય અને તેનું ક્ષેત્રફળ જેની પાસેપાસેની બાજુઓ $\overrightarrow{AB}$ અને $\overrightarrow{AD}$ હોય તેવા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ કરતાં λ ગણું હોય તો $\lambda =$ ....

(a) 5 (b) 1 (c) $\frac{5}{2}$ (d) $\frac{1}{5}$

61. જો $\bar{u}$ અને $\bar{v}$ એકમ સદિશો હોય અને તેમની વચ્ચેના લઘુકોણનું માપ θ હોય તો θ ની .... માટે $2\bar{u} \times 3\bar{v}$ એકમસદિશ છે.

(a) અપ્રાપ્ય કિંમત (b) બરાબર એક કિંમત

(c) બરાબર બે કિંમત (d) બે કરતાં વધુ કિંમત

62. R^2 માં $\bar{x} = (3, 4)$ને લંબ એકમ સદિશ એ Y-અક્ષની ધન દિશા સાથે લઘુકોણ બનાવે તો તે .... છે.

(a) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ (b) $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ (c) $\left(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ (d) $\left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

63. $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ અસમરેખ સદિશો છે તથા $5\bar{u} - 3\bar{v} = \bar{w}$ છે. જો $\bar{u} = m\bar{a} + 2n\bar{b}$

અને $\bar{v} = -2n\bar{a} + 3m\bar{b}$ અને $\bar{w} = 4\bar{a} - 2\bar{b}$ હોય તો $m =$........... $n =$...........

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$

64. એકમ સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{3}$ છે, તો .... મળે.

(a) $|\bar{a} + \bar{b}| > 1$ (b) $|\bar{a} + \bar{b}| < 1$ (c) $|\bar{a} - \bar{b}| > 1$ (d) $|\bar{a} - \bar{b}| < 1$

65. સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ માટે $|\bar{a} + \bar{b}| < |\bar{a} - \bar{b}|$ હોય તો સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો .... છે.

(a) લઘુકોણ (b) કાટકોણ (c) ગુરૂકોણ (d) આમાંથી એકપણ નહિ.

66. સદિશો $\bar{a} = (2, -m, 3m)$ અને $\bar{b} = (1 + m, -2m, 1)$ વચ્ચેનો ખૂણો લઘુકોણ હોય

તો ....

(a) પ્રત્યેક $m \in R$

(b) $m \in (-\infty, -2) \cup (-\frac{1}{2}, \infty)$

(c) $m = -\frac{1}{2}$

(d) $m \in \left[-2, -\frac{1}{2}\right]$

67. સદિશો $\bar{a} = (c\bar{x}, -6, -3)$ અને $\bar{b} = (x, 2, 2cx)$ એ બંને વચ્ચેનો ખૂણો ગુરૂકોણ હોય,

તો c એ અંતરાલ .... માં છે.

(a) $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ (b) $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ (c) $\left(-\frac{3}{4}, 0\right)$ (d) $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$

68. સદિશો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ માટે .... ન મળે.

(a) $|\bar{x} \cdot \bar{y}| \leq |\bar{x}| \cdot |\bar{y}|$

(b) $|\bar{x} + \bar{y}| \leq |\bar{x}| + |\bar{y}|$

(c) $|\bar{x} - \bar{y}| \leq |\bar{x}| - |\bar{y}|$

(d) $\left|\overline{|x|} - \overline{|y|}\right| \leq |\bar{x} - \bar{y}|$

69. સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ θ હોય, તો $\frac{|\bar{a} \times \bar{b}|}{\bar{a} \cdot \bar{b}} =$ ....

(a) $\tan\theta$ (b) $-\tan\theta$ (c) $\cot\theta$ (d) $-\cot\theta$

70. જેમના સ્થાન સદિશો $10\bar{\imath} + 3\bar{\jmath}$, $12\bar{\imath} - 5\bar{\jmath}$ અને $a\bar{\imath} + 11\bar{\jmath}$ હોય તેવાં બિંદુઓ સમરેખ હોય તો

$a =$....................

(a) −8 (b) 4 (c) 8 (d) 12

71. $\bar{a} = (1,-1,0)$, $\bar{b} = (0,1,-1)$ અને $\bar{c} = (-1,0,1)$ હોય તથા એ એવો એકમ સદિશ છે કે જેથી $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0 = [\bar{b}\ \bar{c}\ \bar{d}]$ તો $\bar{d} =$ ....

(a) $\pm\frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,-2)$ (b) $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1)$

(c) $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)$ (d) $\pm(0,0,1)$

72. શૂન્યતર સદિશો $\bar{a}, \bar{b}$ અને $\bar{c}$ માટે $\bar{a} = 8\bar{b}$ અને $\bar{c} = -7\bar{b}$ હોય તો $\bar{a}$ અને $\bar{c}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ = ...

(a) π (b) 0 (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

73. $\bar{a} \times \bar{b} = \bar{c}$ અને $\bar{b} \times \bar{c} = \bar{a}$ તથા $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ નાં માન અનુક્રમે a, b અને c હોય, તો ....

(a) $a = 1$; $b = c$ (b) $b = 1$; $c = a$

(c) $c = 1$; $a = b$ (d) $b = 2$; $c = 2a$

74. અસમતલીય એકમ સદિશો $\bar{a}$, $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ એવા છે કે જેથી $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{b} + \bar{c})$ તથા $(\bar{a} \,\hat{,}\, \bar{b}) = \alpha$ અને $(\bar{a} \,\hat{,}\, \bar{c}) = \beta$ હોય, તો $\alpha =$ .... અને $\beta =$..........., મળે.

(a) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{4}$ (d) $\frac{7\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$

75. $\bar{a}$ એ $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ એ બંનેને લંબ સદિશ હોય, તો ....

(a) $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = 1$ (b) $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = \bar{0}$

(c) $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = -1$ (b) આમાંથી એકપણ નહિ.

76. બિંદુ Aનું સ્થાન સદિશ $\bar{a}+2\bar{b}$ છે. Pનું સ્થાન સદિશ $\bar{a}$ છે તથા P એ $\overline{AB}$નું A તરફથી $2:3$ ગુણોતરમાં વિભાજન કરે છે, તો Bનું સ્થાન સદિશ .... છે.

(a) $2\bar{a}-\bar{b}$ (b) $\bar{b}-2\bar{a}$ (c) $\bar{a}-3\bar{b}$ (d) $\bar{b}$

77. સમદ્વિબાજુ કાટકોટ ત્રિકોણના લઘુકોણમાંથી દોરેલી બે મધ્યગાઓ વચ્ચેના ગુરૂકોણનું માપ θ હોય તો $\cos\theta =$ ....

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $-\frac{3}{4}$ (d) $-\frac{4}{5}$

સૂચનો

1. $Hint$: – ધારો કે $\bar{a} = (a_1, a_2, a_3)$

$\therefore |\bar{a}| = 3.5$

$\sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2} = 3.5$

$\therefore {a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2 = (3.5)^2$

2. $Hint$: – $m\bar{a}$ એ એકમ સદિશ છે. $\therefore |m\bar{a}| = 1$

3. $Hint$: –

સમદ્વિબાજુ કાટકોણ $\Delta\, OAB$માં O, A અને B ના સ્થાન સદિશો અનુક્રમે $\bar{0}, 2\bar{\imath}$ અને $2\bar{\jmath}$ લેતાં C અને Dના સ્થાન સદિશો અનુક્રમે $\bar{\imath}$ અને $\bar{\jmath}$ મળે.

હવે, $\overrightarrow{AD} = -2\bar{\imath} + \bar{\jmath} = (-2, 1)$ અને $\overrightarrow{BC} = \bar{\imath} - 2\bar{\jmath} = (1, -2)$

4. $Hint$: – $2\bar{u} - \bar{v} = \bar{w}$

$\Rightarrow 2(x\bar{a} + 2y\bar{b}) - (-2y\bar{a} + 3x\bar{b}) = 4\bar{a} - 2\bar{b}$

5. $Hint$: – $\bar{a} \times \bar{b} = 0$, $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ સમાન્તર

6. $Hint$: – $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ પરસ્પર વિરુધ્ધ દિશાનાં સદિશો લો.

7. $Hint$: – સ્વયંસ્પષ્ટ છે.

8. $Hint$: – આપેલા સદિશો સમતલીય છે.

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & m & 3 \\ -2 & 3 & -4 \\ 1 & -3 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

9. $Hint$: – અહીં, $|(5-k)\bar{x}| < 2|\bar{x}|$

$\therefore |5-k|\,|\bar{x}| < 2\,|\bar{x}|$ પણ $|\bar{x}| \neq 0$ કારણ કે $\bar{x} \neq \bar{0}$

$\therefore |5-k| < 2$

10. $Hint$: – $|\bar{u} - \bar{v} + \bar{w}|^2 = (\bar{u} - \bar{v} + \bar{w}) \cdot (\bar{u} - \bar{v} + \bar{w})$

$= |\bar{u}|^2 + |\bar{v}|^2 + |\bar{w}|^2 - 2\,\bar{u} \cdot \bar{v} + 2\,\bar{w} \cdot \bar{u} \quad (\because \bar{v} \cdot \bar{w} = 0)$

$= 1 + 4 + 9 + 2(|\bar{w}||\bar{u}|\cos\alpha - |\bar{u}||\bar{v}|\cos\beta)$

11. $Hint$: – $\therefore$ કાર્ય $w = \bar{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

12. $Hint$: – $|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|^2 = |\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 + |\bar{c}|^2 + 2(\bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{c} \cdot \bar{a}) \geq 0$

$\Rightarrow \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{c} \cdot \bar{a} \geq -\frac{3}{2}$

13. *Hint* : – અહીં $|\bar{a}\cdot\bar{b}| = |\bar{a}\times\bar{b}|$

$\Rightarrow\ |\bar{a}|\ |\bar{b}|\ |\cos\theta| = |\bar{a}|\ |\bar{b}|\ \sin\theta$

$\Rightarrow\ |\cos\theta| = \sin\theta$

14. *Hint* : – $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ કોઈપણ ઉદાહરણ લઈ સકાશો. (સ્વયંસ્પષ્ટ છે.)

15. *Hint* : $-\bar{\imath}\times(\bar{x}\times\bar{\imath}) + \bar{\jmath}\times(\bar{x}\times\bar{\jmath}) + \bar{k}\times(\bar{x}\times\bar{k})$

$= (\bar{\imath}\cdot i)\,\bar{x} - (\bar{\imath}\cdot\bar{x})\bar{\imath} + (\bar{\jmath}\cdot j)\bar{x} - (\bar{\jmath}\cdot\bar{x})j + (\bar{k}\cdot\bar{x})\bar{x} - (\bar{k}\cdot\bar{x})\bar{k}$

16. *Hint* : – અહીં, $|\bar{a}| = \sqrt{34}$, $|\bar{b}| = \sqrt{45}$ છે.

હવે, $\bar{c} = \bar{a}\times\bar{b} = \left(\begin{vmatrix}-5 & 0\\ 3 & 0\end{vmatrix}, -\begin{vmatrix}3 & 0\\ 6 & 0\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}3 & -5\\ 6 & 3\end{vmatrix}\right) = (0,0,39)$

17. *Hint* : – $w = \vec{F}\cdot\vec{d} = |\vec{F}|\,|\vec{d}|\cos\frac{\pi}{3}$

18. *Hint* : – $|\bar{a}+\bar{b}| < 1 \Rightarrow |\bar{a}+\bar{b}|^2 < 1$

19. *Hint* : – $\bar{x}+\bar{y} = \bar{x}-\bar{y}$

20. *Hint* : – $\bar{a}\times\left(\bar{a}\times\left(\bar{a}\times\bar{b}\right)\right)$

$= \bar{a}\times[(\bar{a}\cdot\bar{b})\bar{a} - (\bar{a}\cdot\bar{a})b]$

21. *Hint* : – અહીં $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}] = \begin{vmatrix}1 & 0 & -1\\ x & 1 & 1-x\\ y & x & 1+x-y\end{vmatrix}$

22. *Hint* : – $\bar{c} = \bar{a}+2\bar{b}, \bar{d} = 5\bar{a}-4\bar{b}$

$\therefore \bar{c}\cdot\bar{d} = 0$ પરથી આગળ વધો.

23. *Hint* : – અહીં, $\bar{y}$ અને $\bar{z}$ વચ્ચેનો ખૂણો લઘુકોણ છે.

$\therefore\ \bar{y}\cdot\bar{z} > 0$

અહીં, $\bar{z}$ અને y અક્ષ વચ્ચેનો ખૂણો ગુરૂકોણ છે.

$\bar{z}\cdot\hat{\jmath} < 0$

24. *Hint* : –

અહીં $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ સમાંતર સદિશો છે.

$\therefore\ \bar{x} = k\,\bar{y}, k\in R-\{0\}$

તથા $|\bar{x}| = |\bar{y}|$ આપેલું છે.

25. *Hint* : – $(\bar{A}\times\bar{B})\cdot[(\bar{B}\times\bar{C})\times(\bar{C}\times\bar{A})]$

$= (\bar{A}\times\bar{B})[(\bar{B}\times\bar{C}).\bar{A}]\bar{C} - [(\bar{B}\times\bar{C}).\bar{C}]\bar{A}$

26. *Hint* : − $[\bar{u}\ \bar{v}\ \bar{w}] = \bar{u}\cdot(\bar{v}\times\bar{w}) \le |\bar{u}||\bar{v}\times\bar{w}| = |\bar{v}\times\bar{w}|$ $(\because |\bar{u}| = 1)$

$(\because \bar{x}\cdot\bar{y} \le |\bar{x}|\ |\bar{y}|)$

$\therefore [\bar{u}\ \bar{v}\ \bar{w}] \le |\bar{v}\times\bar{w}|$

27. *Hint* : − અહીં $|\bar{a}-\bar{b}| < 1$

$\therefore |\bar{a}-\bar{b}|^2 < 1$

28. *Hint* : − $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ માટે $|\bar{a}+\bar{b}| = 1$

$\therefore |\bar{a}+\bar{b}|^2 = 1$

29. *Hint* : − અહીં, $|\bar{a}+\bar{b}|^2 = (\bar{a}+\bar{b})\cdot(\bar{a}+\bar{b})$

30. *Hint* : − $|\bar{A}| = 3, |\bar{B}| = 4, |\bar{C}| = 5$

$\therefore |\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}|^2 = |\bar{A}|^2 + |\bar{B}|^2 + |\bar{C}|^2 + 2(\bar{A}\cdot\bar{B} + \bar{B}\cdot\bar{C} + \bar{C}\cdot\bar{A})$

31. *Hint* : − અહીં, $m\bar{a} = n\bar{b}$

$\therefore \bar{a} = \frac{n}{m}\bar{b}$ મળે.

હવે, $\bar{a}\cdot\bar{b} = \left(\frac{n}{m}\bar{b}\right)\cdot\bar{b}$

32. *Hint* : − અહીં, $\lambda = \frac{\frac{|\bar{a}\cdot\bar{b}|}{|\bar{b}|}}{\frac{|\bar{a}\cdot\bar{b}|}{|\bar{a}|}}$

33. *Hint* : − અહીં $\bar{a} = \bar{u}-\bar{v}, \bar{b} = \bar{u}+\bar{v}$

$\therefore \bar{a}\times\bar{b} = (\bar{u}-\bar{v})\times(\bar{u}+\bar{v})$

$= \bar{u}\times\bar{u} + \bar{u}\times\bar{v} - \bar{v}\times\bar{u} - \bar{v}\times\bar{v}$

$= 2(\bar{u}\times\bar{v})$

$\therefore |\bar{a}\times\bar{b}| = 2|\bar{u}\times\bar{v}|$

34. *Hint* : − એકમ સદિશો $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ માટે $|\bar{x}-\bar{y}| = 1$

$\therefore |\bar{x}-\bar{y}|^2 = |\bar{x}|^2 - 2\bar{x}\cdot\bar{y} + |\bar{y}|^2$

35. *Hint* : − $\therefore [n\bar{p}+\bar{q}\quad n\bar{q}+\bar{r}\quad n\bar{r}+\bar{p}]$

$= (n\bar{p}+\bar{q})\cdot[(n\bar{q}+\bar{r})\times(n\bar{r}+\bar{p})]$

$= (n\bar{p}+\bar{q})\cdot[n^2(\bar{q}\times\bar{r}) + n(\bar{q}\times\bar{p}) + (\bar{r}\times\bar{p})]$

36. $Hint:-$ અહીં, $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$ $\therefore |\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}|^2=0$

$\therefore (\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})\cdot(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})=0$

37. $Hint:-$ ધારો કે $\overrightarrow{AB}=2\bar{\imath}+4\bar{\jmath}-5\bar{k}$ અને $\overrightarrow{AD}=\bar{\imath}+2\bar{\jmath}+3\bar{k}$ એ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસપાસેની બાજુઓ છે.

$\therefore$ વિકર્ણો

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ અને $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$

38. $Hint:-$ $\bar{a}$, $\bar{c}$ અને $\bar{b}$ જમણા હાથના તંત્રનું નિર્માણ કરે છે.

$\therefore \bar{c}=\bar{b}\times\bar{a}$

39. $Hint:-$ અહીં, $\bar{b}_1$ એ $\bar{b}$ નો $\bar{a}$ પરનો પ્રક્ષેપ છે.

$\therefore \bar{b}_1=\left(\frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|^2}\right)\bar{a}$

40. $Hint:-$ અહીં $\bar{a}\cdot\bar{b}=0$

$\therefore \bar{a}\cdot(\bar{a}\times\bar{b})=(\bar{a}\cdot\bar{b})\bar{a}-(\bar{a}\cdot\bar{a})\bar{b}=-|\bar{a}|^6\bar{b}$

હવે. $\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times(\bar{a}\times\bar{b})\right\}\right\}\right\}\right\}$

$=\bar{a}\cdot\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times(\bar{a}\times\bar{b})\right\}\right\}\right\}\cdot\bar{a}-(\bar{a}\cdot\bar{a})\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times\left\{\bar{a}\times(\bar{a}\times\bar{b})\right\}\right\}\right\}$

41. $Hint:-$ $\bar{u}\cdot\bar{v}\in R, \bar{w}\in R^3$ તેથી $(\bar{u}\cdot\bar{v})\cdot\bar{w}$ અને $(\bar{u}\cdot\bar{v})\times\bar{w}$ અર્થહીન છે.

વળી, $\bar{u}\times\bar{v}\in R^3$ $\therefore (\bar{u}\times\bar{v})\bar{w}$ પણ અર્થહીન છે. છેલ્લે $\bar{u}\in R^3, \bar{v}\times\bar{w}\in R^3$

$\therefore \bar{u}\cdot(\bar{v}\times\bar{w})$ અર્થપૂર્ણ છે.

42. $Hint:-\bar{a}\times\bar{b}=\begin{vmatrix}\bar{\imath} & \bar{\jmath} & \bar{k}\\ 2 & 1 & -2\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}=(2,-2,1)$

43. $Hint:-$ $\bar{c}$ એ $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ સાથે સમતલીય હોવાથી, $\bar{c}=\alpha\bar{a}+\beta\bar{b}$, જ્યાં α,β અચળ છે.

અને $\bar{c}\perp\bar{a}\Rightarrow\bar{c}\cdot\bar{a}=0$

$\therefore \bar{c}\cdot\bar{a}=\alpha\bar{a}\cdot\bar{a}+\beta\bar{a}\cdot\bar{b}$

44. $Hint:-$ અહીં $\bar{a}\cdot(2\bar{b}+2\bar{c})\times(3\bar{a}+3\bar{b}+3\bar{c})$

$=\bar{a}\cdot2(\bar{b}+\bar{c})\times3(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})$

$=6\,\bar{a}\cdot(\bar{b}+\bar{c})\times(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})$

45. $Hint:-$ $\Delta=\frac{1}{2}\ |\bar{a}\times\bar{b}+\bar{b}\times\bar{c}+\bar{c}\times\bar{a}|$

હવે, $\Delta = \frac{1}{2}\ AD \cdot BC$ પરથી $AD = \frac{2\Delta}{BC} = \frac{2\Delta}{|\vec{BC}|}$

46. $Hint$: – $\bar{b} \times \bar{c} = \bar{b} \times \bar{d}$ (આપેલ છે)

$\Rightarrow \bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = \bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{d})$

47. $Hint$: – $\bar{a} + 2\bar{b}$ અને $5\bar{a} - 4\bar{b}$ પરસ્પર લંબ સદિશો હોવાથી,

$(\bar{a} + 2\bar{b}) \cdot (5\bar{a} - 4\bar{b}) = 0$ પરથી $\therefore\ \bar{a} \cdot \bar{b} = \frac{1}{2}$

48. $Hint$: – અહીં $(\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}) \cdot \{\bar{a} \times \bar{a} - \bar{a} \times \bar{b} - \bar{a} \times \bar{c} - \bar{b} \times \bar{a} + \bar{b} \times \bar{b} + \bar{b} \times \bar{c}\}$

$= (\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}) \cdot \{-\bar{a} \times \bar{b} - \bar{a} \times \bar{c} - \bar{b} \times \bar{a} + \bar{b} \times \bar{c}\}$

49. $Hint$: – $\bar{a} \cdot \left((\bar{b} + \bar{c}) \times (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \right) = [\bar{a},\ \bar{b} + \bar{c}\ \ \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}]$

50. $Hint$: – $\cos\frac{5\pi}{6} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|}$

$\therefore\ \bar{a} \cdot \bar{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ |\bar{a}|\,|\bar{b}|$

51. $Hint$: – $\bar{a} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}, \bar{b} = 2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 4\hat{k},\ \bar{c} = \lambda\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \mu\hat{k}$

$\bar{a} \perp \bar{c}\ \Rightarrow\ \bar{a} \cdot \bar{c} = 0$

52. $Hint$: – અહીં $\bar{a} = (1, 1, 1)$, ધારો કે $\bar{b} = (b_1, b_2, b_3), \bar{c} = (0, 1, -1)$

હવે $\bar{a} \cdot \bar{b} = 3$

$\therefore b_1 + b_2 + b_3 = 3$

53. $Hint$: – રેખાની દિક્‌કોસાઈન $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ એ $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ છે.

હવે, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

54. $Hint$: – જો $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ α હોય, તો

$|\bar{b} \times \bar{c}| = \sqrt{15}$

$\Rightarrow |\bar{b}|\,|\bar{c}| \sin\alpha = \sqrt{15}$

55. $Hint$: – $\bar{a} = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(3, 0, 1)$, $\bar{b} = \frac{1}{7}\,(2, 3, -6)$

$|\bar{a}| = \sqrt{\frac{9+0+1}{10}} = 1$, $|\bar{b}| = \sqrt{\frac{4+9+36}{49}} = 1$

$\bar{a} \cdot \bar{b} = \frac{1}{7\sqrt{10}}(6 + 0 - 6) = 0$

56. $Hint$: − ધારો કે, A, B, C અને D ના સ્થાન સદિશો અનુક્રમે $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ અને $\bar{0}$ છે.

હવે, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD}$

57. $Hint$: − સમાંતરફલકનું ઘનફળ

$$= \begin{vmatrix} 2\bar{a} & \bar{b} & 0 \\ 0 & 2\bar{b} & \bar{c} \\ \bar{a} & 0 & 2\bar{c} \end{vmatrix}$$ નો માનાંક

58. $Hint$: − ધારો કે $\overrightarrow{AB} = 2\bar{i} + 4\bar{j} - 5\bar{k}$

$\overrightarrow{AD} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસપસેની બાજુઓ છે.

∴ વિકર્ણો $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ અને $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

59. $Hint$: − $\bar{x}$ એ X-અક્ષની ધન દિશા સાથે $\alpha = \frac{\pi}{3}$ માપનો ખૂણો બનાવે. ∴ $cos\alpha = \frac{1}{2}$

હવે, $cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$ પરથી $\frac{1}{4} + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$

$\therefore cos^2\beta + cos^2\gamma = \frac{3}{4}$

60. $Hint$: − જો A ને ઉગમબિંદુ લેવામાં આવે તો B નો સ્થાન સદિશ $= \alpha$ અને C નો સ્થાન સદિશ $=$ $2\bar{\alpha} + 3\bar{\beta}$ અને D નો સ્થાન સદિશ $\bar{\beta}$ છે.

∴ ચતુષ્કોણ $ABCD$ નું ક્ષેત્રફળ

$= \lambda\ |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}|$

61. $Hint$: − $|2\bar{u} \times 3\bar{v}| = 1 \Longrightarrow 6|\bar{u}||\bar{v}||sin\,\theta| = 1$

62. $Hint$: − અહીં, $\bar{x} = (3, 4)$ને લંબ એકમ સદિશ $\bar{y} = (y_1, y_2)$ લઈએ.

અહીં, $\bar{x} \cdot \bar{y} = 0 \quad \therefore 3y_1 + 4y_2 = 0 \quad \therefore y_2 = -\frac{3}{4}y_1$

હવે, $|\bar{y}| = 1 \quad \therefore {y_1}^2 + {y_2}^2 = 1$

63. $Hint$: − અહીં $5\bar{u} - 3\bar{v} = \bar{w}$

$5(m\bar{a} + 2n\bar{b}) - 3(-2n\bar{a} + 3m\bar{b}) = 4\bar{a} - 2\bar{b}$

64. $Hint$: − $|\bar{a} + \bar{b}|^2 = (\bar{a} + \bar{b}) \cdot (\bar{a} + \bar{b})$

65. $Hint$: − અહીં, $|\bar{a} + \bar{b}| < |\bar{a} - \bar{b}|$

$\therefore |\bar{a} + \bar{b}|^2 < |\bar{a} - \bar{b}|^2$ પરથી $\therefore \cos\theta < 0$ મળે.

∴ $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો ગુરુકોણ છે.

66. $Hint$: − $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો લઘુકોણ છે. ∴ $\bar{a} \cdot \bar{b} > 0$

$\therefore 2(1 + m) + 2m^2 + 3m > 0$

67. $Hint$: – $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો ગુરૂકોણ હોવાથી $\bar{a} \cdot \bar{b} < 0$

$\therefore cx^2 - 6\,cx - 12 < 0$

68. $Hint$: – $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ માટે કોઈપણ ઉદાહરણ લઈ ચકાશો.

69. $Hint$: – $\frac{|\bar{a} \times \bar{b}|}{\bar{a} \cdot \bar{b}} = \frac{|\bar{a}|\,|\bar{b}| \sin\theta}{|\bar{a}|\,|\bar{b}| \cos\theta} = \tan\theta$ મળે.

70. $Hint$: – અહીં, બિંદુઓ A, B, અને C ના સ્થાને સદિશો $(10,3), (12,-5)$ અને $(a, 11)$ છે.

$\therefore \overrightarrow{AB} = (2,-8)$ અને $\overrightarrow{AC} = (a - 10, 8)$ મળે.

હવે A, B અને C સમરેખ હોય, તો $\overrightarrow{AB}$ અને $\overrightarrow{AC}$ સમરેખ છે.

71. $Hint$: – $\bar{a} \cdot \bar{d} = 0$ અને $[\bar{b} \quad \bar{c} \quad \bar{d}] = 0$

$\therefore \bar{d}$ એ $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ ને સમતલીય અને $\bar{a}$ ને લંબ છે.

$\therefore \bar{d}$ એ $\bar{b} \times \bar{c}$ અને $\bar{a}$ ને લંબ છે અને એકમ સદિશ છે.

$\therefore \bar{d} = \pm \frac{\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c})}{|\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c})|} \neq \bar{0}$

72. $Hint$: – સ્વયંસ્પષ્ટ છે.

73. $Hint$: – $\bar{a} = \bar{b} \times \bar{c} = \bar{b} \times (\bar{a} \times \bar{b}) \ \ (\because \bar{c} = \bar{a} \times \bar{b})$

$= (\bar{b} \cdot \bar{b})\bar{a} - (\bar{b} \cdot \bar{a})\bar{b}$

બંને બાજુ સરખાવતાં,

$\bar{b} \cdot \bar{b} = 1$ અને $\bar{b} \cdot \bar{a} = 0$

74. $Hint$: – $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\bar{b} + \bar{c})$

$\therefore (\bar{a} \cdot \bar{c})\bar{b} - (\bar{a} \cdot \bar{b})\bar{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\bar{b} + \bar{c})$

$\therefore \bar{a} \cdot \bar{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ અને $\bar{a} \cdot \bar{b} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

75. $Hint$: – $\bar{a}$ એ $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ એ બંનેને લંબ છે.

પણ $\bar{b}$ અને $\bar{c}$ એ બંનેને લંબ તો $\bar{b} \times \bar{c}$ સદિશ છે.

76. $Hint$: – ધારો કે, Bનું સ્થાન સદિશ $\bar{x}$ છે.

$P(\bar{a})$ એ $\overrightarrow{AB}$ નું A તરફથી $2 : 3$ ગુણોતરમાં વિભાજન કરે છે.

$\frac{2\bar{x} + 3\,(\bar{a} + 2\bar{b})}{}$

હવે, $\overrightarrow{AB} = -2\bar{i} + \bar{j} = (-2, 1)$ અને $\overrightarrow{BC} = \bar{i} - 2\bar{j} = (1, -2)$

Answer		
1 - (d)	31- (a)	61- (b)
2- (c)	32- (d)	62- (b)
3- (d)	33- (a)	63- (a)
4- (d)	34- (b)	64- (a)
5- (a)	35- (a)	65- (c)
6- (d)	36- (c)	66- (b)
7- (a)	37- (a)	67- (d)
8- (d)	38- (a)	68- (c)
9- (c)	39- (b)	69- (a)
10- (c)	40- (c)	70- (c)
11- (a)	41- (a)	71- (a)
12- (b)	42- (b)	72- (a)
13- (d)	43- (a)	73- (b)
14- (d)	44- (d)	74- (b)
15- (b)	45- (c)	75- (b)
16- (b)	46- (c)	76- (b)
17- (a)	47- (b)	77- (d)
18- (c)	48- (b)	
19- (d)	49- (a)	
20- (b)	50- (c)	
21- (d)	51- (a)	
22- (a)	52- (c)	
23- (c)	53- (d)	
24- (d)	54- (d)	
2?- (a)	55- (d)	
26- (c)	56- (b)	
27- (a)	57- (c)	
28- (d)	58- (a)	
29- (a)	59- (d)	
30- (a)	60- (c)	

એકમ નંબર - 14

આંકડાશાસ્ત્ર અને સંભાવના

<u>અગત્યના મુદ્દા</u>

૧. મધ્યક (mean) :- મધ્યક એ મધ્યવર્તી સ્થિતિનું એક માપ છે. જે માહિતીના મધ્યમાં કેન્દ્રિત થયેલુ હોય છે. મધ્યક $\bar{x}$ સંકેતથી દર્શાવાય છે.

★ અવર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યક નીચેના સુત્રથી મળે છે.

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ જ્યાં x_1 x_2..........x_n એ માહિતીનાં n અવલોકનો છે.

★ વર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યક નીચેના સુત્રથી મળે છે.

$\bar{x} = \frac{\sum fixi}{n}$ જ્યાં xi= અસતત ચલ xની ;ચલકિંમત અથવા સતત ચલ x ના i મા વર્ગની મધ્યકિમત x_1ને

અનુરૂપ આવૃતિ, n= $\sum fi$ = કુલ આવૃતિ

૨. મધ્યસ્થ(median) માહિતીના અવલોકનોને તેમની કિમતો અનુસાર ચઢતા કે ઉતરતા ક્રમમાં ગોઠવતા બરાબર વચ્ચે આવતા અવલોકનની કિમતને મધ્યસ્થ કહે છે.અને તેને M સંકેતથી દર્શાવાય છે.
અવર્ગીકૃત માહિતીમાં કુલ n અવલોકનો હોયતો તેનો મધ્યસ્થ નીચે પ્રમાણે ગણી શકાય છે.

(i) જો n અયુગ્મ હોયતો મધ્યસ્થ $M = \frac{n+1}{2}$ મા અવલોકનની કિમત

(ii) જો n યુગ્મ પૂર્ણાક હોયતો.

મધ્યસ્થ $M = \frac{1}{2}$ [$\left(\frac{n}{2}\right)$ મા અવલોકનની કિંમત + $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ મા અવલોકનની કિંમત]

★ વર્ગીકૃત સતત માહિતી માટે મધ્યસ્થ નીચે પ્રમાણે ગણવામા આવે છે. જો આવૃતિઓનો સરવાળો n= $\sum f_i$ હોય તો સંચયી આવૃતિ નાં સ્તંભપરથી $\frac{n}{2}$ મું અવલોકન જે વર્ગમાં આવતુ હોય તે વર્ગને મધ્યસ્થ વર્ગ કહે છે ત્યારબાદ મધ્યસ્થની ગણતરી નીચેના સુત્ર દ્વારા કરવામા આવે છે.

$$M = L + \frac{\left(\frac{n}{2} - F\right)}{f} \times c$$

જ્યા`L = મધ્યસ્થ વર્ગનું અધઃસીમા બિંદુ $n = \sum fi =$ કુલ આવૃતિ F= મધ્યસ્થ વર્ગની અગાઉનાં વર્ગની સંચયી આવૃતિ, f =મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃતિ c=મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગ લંબાઈ

અસતત વર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યસ્થ

$M = \frac{n+1}{2}$ (માં સંચય આવૃતિનુ અવલોકન છે.) જ્યાં $n=\sum fi$

(3) પ્રસારમાનઃ- (Dispersion)

માહિતીના અવલોકનો તેના મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપની આસપાસ કેટલા વ્યાપમાં પ્રસરેલાં છે તે દર્શાવતા સંખ્યાત્મક માપને પ્રસારમાન કહે છે.

પ્રસારમાનના મુખ્ય માપ નીચે પ્રમાણે છે.

(1)વિસ્તાર (2) સરેરાશ વિચલન (3) પ્રમાણિત વિચલન

(4) વિસ્તાર (Range) માહિતીના સૌથી મોટા અને સૌથી નાના અવલોકનના તફાવતને વિસ્તાર કહેવામા આવે છે.અને તેને સંકેત R વડે દર્શાવાય છે.

વિસ્તાર R = સૌથી મોટુ અવલોકન - સૌથી નાનુ અવલોકન

(5) સરેરાશ વિચલન(Mean deviation)

માહિતી ના અવલોકનો અને તેના મધ્યક વચ્ચેના ધન તફાવતોની સરેરાશ કિંમતને સરેરાશ વિચલન કહે છે. તેને $\delta\overline{x}$ સંકેતથી દર્શાવાય છે.

અવર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યકથી સરેરાશ વિચલન નીચેના સુત્રથી મળે છે.

$\delta\overline{x} = \frac{\Sigma f_i |x_i - \overline{x}|}{n}$ જ્યાં $\overline{x}$ એ માહિતી નો મધ્યક છે.

* વર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યકથી સરેરાશ વિચલન નીચેના સુત્રથી મળે છે.

$\delta\overline{x} = \frac{\Sigma f_i |x_i - \overline{x}|}{n}$ જ્યાં $n=\sum fi$ =કુલ આવૃતિ

જ્યાં $n=\sum fi$ આવૃતિઓનો સરવાળો

xi=i મા વર્ગની મધ્યકિંમત, મધ્યક $\overline{x} = \frac{\sum fidi}{n}$

*જો માહિતીના અવલોકનો અને તેના મધ્યસ્થ વચ્ચેના ધન તફાવતો લઈ તેની સરેરાશ કિમત મેળવવામાં આવે તો આવી સરેરાશ કિમતને મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન કહેવામા આવે છે તેને δM સંકેતથી દર્શાવાય છે.

$\delta M = \frac{\sum |xi - M|}{n}$ જ્યાં M એ માહિતીનો મધ્યસ્થ છે.

વર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યસ્થ થી સરેરાશ વિચલન નીચેના સુત્રથી મળે છે.

$\delta M = \frac{\sum |xi - M|}{n}$ જ્યાં $n = \sum fi$ =કુલ આવૃતિ

સતત આવૃતિ વિતરણ માટે x_i એ i મા વર્ગની મધ્યકિમત છે.

(6) વિચરણ (variance)

આપેલી માહિતીના અવલોકનોના તેમના મધ્યકથી મેળવેલા વિચલનો (તફાવતો) ના વર્ગોની સરેરાશને વિચરણ કહે છે.અને તેને સંકેત s^2 વડે દર્શાવાય છે.

અવર્ગીકૃત માહિતી માટે વિચરણ $s^2 = \frac{\Sigma(\overline{x} - x_i)^2}{n}$ સુત્રથી મળે છે.

વર્ગીકૃત માહિતી માટે $s^2 = \frac{\Sigma f_i(\overline{x} - x_i)^2}{n}$ જ્યાં $n=\sum fi$

વિચરણના ધનવર્ગમુળને પ્રમાણિત વિચલન કહે છે.

(7)પ્રમાણિત વિચલન (Standard Deviation)

આપેલી માહિતીના અવલોકનોના તેમના મધ્યકથી લીધેલા વિચલનોનાં વર્ગોની સરેરાશ કિમતના ધનવર્ગમુળને પ્રમાણિત વિચલન કહેવામા આવે છે. અને તેને સંકેત s વડે દર્શાવાય છે.

જો આપેલા અવલોકનો $x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots x_n$ નો મધ્યક $\bar{x}$ હોય તો તેમનુ પ્રમાણિત વિચલન નીચેના સુત્રથી મળે છે.

$s = \sqrt{\dfrac{\Sigma\left(\bar{x}-x_i\right)^2}{n}}$ આ સુત્રને નીચે પ્રમાણે પણ લખી શકાય છે.

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma f_i x_i^{\,2}}{n} - \left(\frac{\Sigma f_i x_i}{n}\right)^2}$$

વર્ગીકૃત માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન નીચેના સુત્રોથી મળે છે, જ્યાં x_i =i મું અવલોકન અથવા i મા વર્ગની મધ્યકિમત

f_i= x_i ની અનુરૂપ આવૃતી

n=Σf_i= કુલ આવૃતિ.

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma fi(x_i-\bar{x})^2}{n}}$$

જ્યાં $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{n}$ અથવા $\sqrt{\dfrac{\Sigma f_i x_i^{\,2}}{n} - \left(\dfrac{\Sigma f_i x_i}{n}\right)^2}$

(8) પ્રમાણિત વિચલન ગણવાની ટુંકીરીત :ધારો કે $x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots x_n$ આપેલ માહિતી ના અવલોકનો છે. આ માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન નીચેના સુત્રથી મળે છે.

$s = \sqrt{\dfrac{\Sigma d_i^{\,2}}{n} - \left(\dfrac{\Sigma d_i}{n}\right)^2}$ જ્યાં $d_i = x_i - A$ A= ધારેલો મધ્યક

વર્ગીકૃત માહિતી માટેનુ પ્રમાણિત વિચલન ટુંકી રીતે ગણવા નીચેના સુત્રનો ઉપયોગ થાય છે.

જો અસતત આવૃતિ વિતરણના ચલ X ની કિમતો $x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots x_k$ હોય અને તેમને અનુરૂપ આવૃતિઓ $f_1, f_2 \ldots\ldots\ldots f_k$ હોયતો

$s = \sqrt{\dfrac{\Sigma f_i d_i^2}{n} - \left(\dfrac{\Sigma f_i d_i}{n}\right)^2}$ જ્યાં $d_i = x_i - A$ A= ધારેલો મધ્યક

જો સતત આવૃતિ વિતરણના k વર્ગોની મધ્યકિમતો $x_1, x_2 \ldots\ldots x_K$ હોય અને તેમને અનુરૂપ આવૃતિઓ $f_1, f_2 \ldots\ldots\ldots f_k$ હોયતો.

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{n}\right)^2} \times c$$

જ્યાં $di = \frac{x_i - A}{c}$ A=ધારેલો મધ્યક c = વર્ગલંબાઈ અને

$n = \sum fi$

(9) ચલનાક (Coefficient of Variation)આ પ્રમાણિત વિચલનનું ટકાવારી સાપેક્ષ માપ છે. પ્રમાણિત વિચલન ને મધ્યક વડે ભાગી 100 વડે ગુણવાથી ચલનાંક મળે છે.

$$\text{ચલનાંક (C.V.)} = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

ચલનાંક નું મુલ્ય ઓછું તે સમુહ વધુ સાતત્ય ધરાવે છે.
ચલનાંક નું મુલ્ય વધારે તે સમુહ વધારે વિચલન દર્શાવે છે.

*$y=ax+b \quad \Rightarrow \quad \bar{y}=a\bar{x}+b$

*$y=ax+b \quad \Rightarrow \quad s_y=|a|s_x$

*ખરો $\sum x_i = n\bar{x}$ - (ખોટા અવલોકનોનો સરવાળો) + (ખરા અવલોકનોનો સરવાળો)

*(ખરો) $\sum x_i^2 = n(s^2 + \bar{x}^2)$ -(ખોટા અવલોકનોના વર્ગોનો સરવાળો) + (ખરા અવલોકનોના વર્ગોનો સરવાળો)

*1,2,3,....n માટ વિચરણ: $s^2 = \frac{n^2 - 1}{12}$

*2,4,6....2n માટે વિચરણ : $s^2 = \frac{n^2 - 1}{3}$

*1,3,5....(2n-1) માટે વિચરણ: $s^2 = \frac{n^2 - 1}{3}$

*1,2,3....n માટે ચલનાંક= $\sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)} \times 100$

પ્રશ્ન બેંક

(1) સાત ભિન્ન અવલોકનોનો મધ્યસ્થ 10.5 છે. જો છેલ્લા ત્રણ અવલોકનો મા 3 ઉમેરવામા આવેતો નવો મધ્યસ્થ =....................

(a) 2 ઘટે (b) બમણો થાય (c) તેનો તેજ રહે (d) 2 વધે

(2) માહિતી ના------- માટે તેનાથી ઓછી કિંમત વાળા અવલોકનોની સંખ્યા અને તેનાથી વધારે કિંમતવાળા અવલોકનોની સંખ્યા સમાન હોય છે.

(a) મધ્યક (b) મધ્યસ્થ (c) બહુલક (d) વિસ્તાર

(3) 8 વિદ્યાર્થીઓનો રોજિંદો ખિસ્સા ખર્ચ રૂ .20, 17, 8, 15, 22, 9, 10, 14 છે.
આ માહિતીનો મધ્યસ્થ રૂ..........છે.

(a)14.5 (b)14 (c)15 (d)15.5

(4) પ્રથમ $n+3$ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો મધ્યસ્થ.........છે.

(a) $\frac{n+4}{2}$ (b) $\frac{n-4}{2}$ (c) $\frac{n+1}{2}$ (d) $\frac{n+3}{2}$

(5) એક પરીક્ષામાં એક વિષયમા પાસ થવા માટે ૩૩ ગુણ છે. પરીક્ષા આપી હોય તેવા 9 વિદ્યાથીઓના એક સમુહમાંથી 4 વિદ્યાર્થી નાપાસ થયા અને બાકીના વિદ્યાર્થીઓના ગુણ 78,40,97,64,50 હતા આ માહિતીનો મધ્યસ્થ......ગુણ છે.

(a) 40 (b) 64.5 (c) 50 (d) 55.5

(6) જો અવલોકનો x, $\frac{x}{5}, \frac{x}{2}, \frac{x}{3}, \frac{x}{7}, \frac{x}{4}, \frac{x}{8}$, $(x>0)$ નો મધ્યસ્થ 10 હોયતો x નું મુલ્યઃ .....થાય.

(a) 30 (b) 20 (c) 50 (d) 40

(7) માહિતી 3,3,3,3,3 માટે નીચેના પૈકી કયું સાચું છે.

(a) $\delta M > \delta \bar{x}$ (b) $\delta M = \delta \bar{x}$

(c) $\delta M < \delta \bar{x}$ (d) $\delta M + \delta \bar{x} = 6$

(8) 10 અવલોકનોનો સરવાળો 150 છે. અને તેમના વર્ગોનો સરવાળો 2700 છે. માહિતીનું પ્રમાણિત વિચલન......છે.

(a) $3\sqrt{5}$ (b) $5\sqrt{3}$ (c) 15 (d) 5

(9) 7,7,7,7,7 નું પ્રમાણિત વિચલન અને ચલનાંક અનુક્રમે ....છે.

(a) 0 ,7 (b) 7 ,0 (c) 7 ,7 (d) 0 ,0

(10) જો n=10 $\bar{x}=12$ અને $\sum xi^2 = 1530$ હોયતો ચલનાંક ની કિંમત ....છે.

(a) 25% (b) 20% (c) 30% (d) 40%

(11) જો x અને y એ 4x-3y=10 વડે સંકળાયેલા હોય અને x નું સરેરાશ વિચલન 10 હોયતો y નું સરેરાશ વિચલન.......

(a) 13 (b) 12.3 (c) 13.3 (d) 13.5

(12) એક માહિતી માટે $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 15) = 0$ અને $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 15)^2 = 160$ હોય તો ચલનાંક......................

(a) 26.6 (b) 25.6 (c) 26.5 (d) 25.4

(13) 15 અવલોકનોની એક માહિતીનો વિસ્તાર 0 છે. તેનું વિચરણ ....

(a) 8.25 (b) $\sqrt{15}$ (c) 2.85 (d) 0

(14) એક ચલ x ના અવલોકનો 2, 5,14 છે.અને બીજા ચલ y નાં અવલોકનો 7, 5, 9 છે. તો નીચેના પૈકી કયું સાચું છે. ?

(a) $cv_x > cv_y$ (b) $cv_x < cv_y$

(c) $cv_x = cv_y$ (d) $cv_x \geq cv_y$

(15) $n = 100, \bar{x} = 3$ અને $s^2 = 11$ હોયતો $\frac{\sum x_i^2}{\sum x_i}$ =.................

(a) 10 (b) 20 (c) 6.66 (d) 2000

(16) નીચેના અપૂર્ણ આવૃતિ વિતરણનો મધ્યસ્થ 4 છે.

x_i	1	2	3	4	5
f	2	3	4	1	-

તો અવલોકન5 ની આવૃતિ ....છે.

(a) 9 (b) 10 (c) 5 (d) 8

(17) ધારોકે $x_1 x_2 \dots x_n$ એ n અવલોકનો એવા છે. $\sum x_i^2 = 200$ અને $\sum x_i = 60$ થાય તો નીચેના પૈકી n ની શક્ય કિમત ....છે.

(a) 16 (b) 19 (c) 18 (d) 10

(18) પ્રાપ્તાંકો 1, 2, 3, 4, 5, 6, અને 7 નું પ્રમાણિત વિચલન 2 હોયતો 13, 24, 35, 46, 57, 68, અને 79 નું પ્રમાણિત વિચલન .....છે.

(a) 2 (b) 22 (c) 11 (d) 23

(19) 10 અવલોકનોનાં તેમના મધ્યક30 માંથી લીધેલા વિચલનોના વર્ગોનો સરવાળો 90 થાય છે. માહિતીનો ચલનાંક....

(a) 20% (b)10% (c) 11% (d)12%

(20) ચલ x ના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે b અને a હોયતો ચલ $\frac{x-b}{a}$ નું પ્રમાણિત વિચલન ......છે.

(a) 1 (b) $\frac{a}{b}$ (c) $\frac{b}{a}$ (d) ab

(21) ચલ x ના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 40 અને 4 છે. તો ચલ $\frac{x-40}{4}$ નો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે.........છે.

(a) 1,0 (b) 1,1 (c) 0,1 (d) 0,-1

(22) જો x અને y પરસ્પર $2x+5y=15$ વડે સંકળાયેલા હોય અને મધ્યક થી સરેરાશ વિચલન 10 હોયતો x નો મધ્યકથી સરેરાશ વિચલન ......?

(a) 25 (b) 50 (c) 20 (d) 24

(23) જો x નુ વિચરણ 4 હોયતો $3+5x$ નું વિચરણ ....થાય.

(a)100 (b)103 (c) 20 (d) 23

(24) 5, 9, 13, 17, 25 આપેલા અવલોકનો છે.મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન.......છે.

(a) 5.5 (b) 5.8 (c) 13 (d) 5.6

(25) જો માહિતીનો ચલનાંક70 અને મધ્યક10 હોયતો વિચરણ........થાય.

(a)49 (b)7 (c)100 (d)80

(26) n સંખ્યાઓ $y_1, y_2, y_3 .... y_n$ નો મધ્યક M છે. જો અવલોકન y_n ને સ્થાને અવલોકન y^1 લેવામા આવે તો નવો મધ્યક....થાય.

(a) $\frac{M - y_n - y^1}{n}$ (b) $\frac{(n-1)M + y^1}{n}$

(c) $\frac{nM - y_n + y^1}{n}$ (d) $M - y_n - y^1$

(27) શ્રેણી a, a + d, a + (n+1)d, ... a + (2n+1)d નો મધ્યક.......છે.

(a) $a + \frac{(2n+1)}{2}d$ (b) a+(n+1)d

(c) a+(2n+1)d (d) $a + \frac{(2n-1)}{2}d$

(28) કોઈ અસતતચલ $x + 2, x - \frac{5}{2}, x - \frac{3}{2}, x - 3, x - 2, x + 3, x + 5, x + 4$ (x>0) કિંમતો ધારણ કરેતો તેનો મધ્યસ્થ.......થાય

(a) $x - \frac{3}{2}$ (b) x+2 (c) $x + \frac{1}{4}$ (d) $x + \frac{1}{8}$

(29) જો સંખ્યાઓ 20 + x, 24 + x, 82 + x, 100 + x, 149 + x નો મધ્યક 75 હોયતો 130 + x, 126 + x, 68 + x, 50 + x અને 1 + x નો મધ્યક......થાય.

(a) 75 (b)76 (c) 73 (d) 70

(30) a ,b, 8, 5, 10 નો મધ્યક 6 અને વિચરણ 6.80 છે તો નીચેના પૈકી a અને b ની શક્ય કિંમતો ?

(a) a = 3 , b = 4 (b) a = 0, b = 7 (c) a =5, b = 2 (d) a = 1, b = 6

(31) 50 સંખ્યાઓનો મધ્યક 38 છે.જો બે સંખ્યાઓ 55 અને 45 ભુલથી લેવાઈ ગયેલ છે.તો આ સંખ્યાઓ દુર કરતા મળતો નવો મધ્યક........છે.

(a) 38.5 (b) 37.5 (c) 36.5 (d) 38

(32) 35 વિદ્યાર્થીઓના વર્ગના વિદ્યાર્થીઓનું સરેરાશ વજન મધ્યક 40 કિલો છે.જો શિક્ષકનુ વજન ઉમેરવામા આવેતો વિદ્યાર્થીઓના વજનનો મધ્યક $\frac{1}{2}$ કિલો વધે છે.તો શિક્ષકનુ વજન........ કિલો છે.

(a) 40.5 (b) 50 (c) 41 (d) 58

(33) નીચેની આવૃતિ વિતરણનો મધ્યક 2.6 છે.તો y =.........................

x_i	1	2	3	4	5
f_i	4	5	y	1	2

(a) 24 (b) 13 (c) 8 (d) 3

(34) જો x_1, x_2, x_3 .... x_n નો મધ્યક $\bar{x}$ હોયતો $x_i + 2i (1 \leq i \leq n)$ નો મધ્યક =.......... છે.

(a) $(a)\ \bar{x} + 2n$ (b) $\bar{x} + n + 1$ (c) $\bar{x} + 2$ (d) $\bar{x} + n$

(35) જો a થી શરૂ થતી 7 ક્રમિક પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો મધ્યક m છે.તો a + 2 થી શરૂ થતી 11 ક્રમિક સંખ્યાઓનો મધ્યક =.................. છે.

(a) 2a (b) 2m (c) a+4 (d) m+4

(36) જો 9 પદોનો મધ્યક 15 છે. જો એક પદ ઉમેરવામા આવેતો નવો મધ્યક16 થાય છે. તો ઉમેરેલું પદ = ... છે.

(a) 30 (b) 27 (c) 25 (d) 23

(37) a,2a,............50a નું મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન 50 હોયતો |a| =...........

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

(38) જો $3x_i - 2$ નું પ્રમાણિત વિચલન 8 હોયતો $\frac{2}{3}x_i$ નું વિચરણ.......... છે.

(a) $\frac{144}{81}$ (b) $\frac{81}{144}$ (c) $\frac{16}{9}$ (d) $\frac{4}{3}$

(39) જો logx, log2x, log8. log4x, log4, logx નો મધ્યક log8 છે.તો x =.........(જ્યાં x>0).

(a) 4 (b) 2 (c) 8 (d) 16

(40) x,y,z, નો મધ્યક તથા y,z,r નો મધ્યક સમાન હોયતો નીચેના પૈકી કયું સાચુ ?

(a) x = y = z (b) y = z = r (c) y = z (d) x = r

(41) x અને $\frac{1}{x}$ નો મધ્યક m હોયતો x^3 અને $\frac{1}{x^3}$ નો મધ્યક =.............છે.

(a) $4m^3 - 3m$ (b) $\frac{8m^3 + 3m}{2}$ (c) $\frac{3m^3 - 8m}{2}$ (d) $\frac{3m^3 + 8m}{2}$

(42) જો પ્રથમ n પ્રાકૃતિક અયુગ્મ સંખ્યાઓનો મધ્યક n હોયતો n=..........

(a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) કોઈપણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા

(43) જો L=44.5,N=50,F=15,f=5, અને c=10 તો માહિતીનો મધ્યસ્થ............છે.

(a) 84.5 (b) 74.5 (c) 64.5 (d) 54.5

(44) જો $\sum x_i^2$=10000, $\sum x_i$=400 અને ચલનાંક 50% હોયતો અવલોકનોની સંખ્યા ....છે.

(a) 5 (b) 40 (c) 20 (d) 25

(45) n અવલોકનોનો મધ્યક m છે.જો (n - 3) અવલોકનોનો સરવાળો b હોયતો બાકીનાં 3 અવલોકનોનો મધ્યક.......છે..

(a) nm+b (b) $\frac{nm - b}{3}$ (c) $\frac{nm + b}{3}$ (d) nm-b

(46) 12, 3, 18, 17, 4, 9, 17, 19, 20, 15, 8, 17, 2, 3, 16, 11, 3, 1, 0, 5 નુ સરેરાશ વિચલન $\delta\overline{x}$ =.........છે.

(a) 10 (b) 6.2 (c) 5.6 (d) આમાંથી એકપણ નહી

(47) -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7 નું પ્રમાણિત વિચલન.......છે.

(a) -4 (b) 4 (c) 2 (d) -2

(48) જો $\sum_{i=1}^{10}(xi - 8) = 9$ અને $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 8)^2 = 9$ તો $x_1, x_2, x_3...x_{10}$ નું પ્રમાણિત વિચલન.........છે.

(a) 19.2 (b)2.92 (c) 1.82 (d) 1.92

(49) નીચેના આવૃતિ વિતરણનો મધ્યક 9.3 છે,તો k=..............

x_i	4	6	7	k	12	14
f	5	6	8	10	2	9

(a) 11 (b) 12 (c) 10 (d) 13

(50) 1, 2, 4, 8, 16...2^{n-1} શ્રેણીનો મધ્યક.......છે.

(a) $\frac{2^n-1}{n}$ (b) $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$ (c) $\frac{2^n+1}{n}$ (d) $\frac{2^n-1}{n+1}$

(51) બે અવલોકનો નું પ્ર.વિ 3.5 છે.એક અવલોકન 3 હોયતો બીજુ અવલોકન........છે.

(a) 9 (b) 10 (c) 7 (d) 3

(52) x_1, x_2..........x_n n અવલોકનો માટે $\sum_{i=1}^{n}(x_i+4)=100$ અને $\sum_{i=1}^{n}(x_i+6)=140$ તો n અને $\overline{x}$ શોધો.

(a) 3, 20 (b) 20,3 (c) 1 , 20 (d) 20, 1

(53) પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓની અનુરૂપ આવૃતિઓ nc_1, nc_2.....nc_n હોયતો તેનો મધ્યક $\overline{x}$=.....................

(a) $\frac{n.2^{n-1}}{2^n-1}$ (b) $\frac{3n(n+1)}{2(2n+1)}$ (c) $\frac{n.2^n}{2^n+1}$ (d) $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$

(54) 1, 3, 5, 7.......... (4n+1) નું વિચરણ........છે.

(a) $\frac{2n(2n+1)}{3}$ (b) $\sqrt{\frac{(n-1)}{3(n+1)}}$

(c) $\frac{1}{n}\sqrt{\frac{n^2-1}{3}}\times100$ (d) $\frac{4n(n+1)}{3}$

(55) એક પ્રયોગમાં 10 અવલોકનોનું નિરિક્ષણ કરતાં નીચે મુજબ મીહિતી મળી Σx_i^2=2830, Σx_i=170 જેમા એક અવલોકન ભુલથી 30 ને બદલે 20 લેવાયો તો આ માહિતી નુ સાચુ વિચરણ =........છે.

(a) 7 (b) 10 (c) 9 (d) 8

(56) 2m અવલોકનોની એક શ્રેણીમાં અડધા અવલોકનોની કિમત b તથા અડધા અવલોકનોની કિંમત -b છે.જો આ અવલોકનોનું પ્રમાણિત વિચલન 3 હોયતો |b|=...........

(a) 3 (b) $\sqrt{3}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{n}$ (d) $\frac{1}{n}$

(57) એક આવૃતિ વિતરણનાં મધ્યક અને મધ્યસ્થ અનુક્રમે 20 અને 21 છે.તો બહુલકની અદાજિત કિંમત......થાય

(a) 24.5 (b) 23.5 (c) 24 (d) 23

(58) એક જુથ A માં 50 અવલોકનો 101, 102...150 છે. અને બીજા જુથ B માં 50 અવલોકનો 201, 202,.......,250 છે.જુથ A અને જુથ B ના વિચરણ અનુક્રમે V_A અને V_B હોયતો $\frac{V_A}{V_B}$=..........

(a) 1 (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{9}{4}$

(59) એક વર્ગમાં છોકરાઓના સરેરાશ ગુણ 50 અને છોકરીઓનાં સરેરાશ ગુણ 40 છે.બન્નેના ભેગા સરેરાશ ગુણ 48 છે.તો વર્ગમાં છોકરાઓની ટકાવારી......છે.

(a) 75 (b) 80 (c) 60 (d) 55

(60) નીચેની માહિતીનો મધ્યસ્થ........છે.

વર્ગ	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
f	8	12	3	25	13	7

(a) 11 (b) 13.76 (c) 12 (d) 9.5

(61) પાંચ અવલોકનોનાં મધ્યક 4 તથા વિચરણ 5.5 છે. તે પૈકીનાં ત્રણ અવલોકન1,2,6 હોય તો બાકીના અવલોકનો........... છે..

(a) 5, 10 (b) 4, 7 (c) 3, 10 (d) 5, 8

(62) 100 અવલોકનોનો મધ્યક અને પ્ર.વિ.અનુક્રમે 20 અને 3 છે.પાછળથી એમ માલુમ પડ્યુ કે ત્રણ અવલોકન 21, 21, 18 ખોટા લેવાયેલા આ અવલોકનોને અવગણતા બાકીના અવલોકનોના મધ્યક અને પ્ર.વિ.શોધો.

(a) 20, 3.036 (b) 20, 2.964 (c) 19, 3.036 (d) 19, 2.964

(63) નીચેની માહિતી પરથી મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

વર્ગ	33-35	36-38	39-41	42-44	45-47
આવૃતિ	17	19	23	21	20

(a) 40.24,4.20 (b) 40.24,4.10 (c) 4.5,40.20 (d) 40.24,4.30

(64) નીચેના આવૃતિ વિતરણ માટે મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન શોધો

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
આવૃતિ	6	7	15	16	4	2

(a) 10.16 (b) 16.10 (c) 10.10 (d) 16.16

(65) અવલોકનો $x_1, x_2 ... x_n$ માટે $\sum_{i=1}^{n}(x_i+1)^2 = 9n$ અને $\sum_{i=1}^{n}(x_i-1)^2 = 5n$ હોયતો માહિતીનું પ્રમાણિત વિચલન........છે.

(a) $\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{5}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{10}$

(66) અવલોકનો x_1, x_2..........................x_n નો વિસ્તાર r છે. અને વિચરણ

$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ હોયતો =.........

(a) $s \le r\sqrt{\frac{n}{n-1}}$ (b) $s = r\sqrt{\frac{n}{n-1}}$

(c) $s \ge r\sqrt{\frac{n}{n-1}}$ (d) આ પૈકી એકપણ નહી

(67) જો સંખ્યાઓ 1, 1+d, 1+2d...1+50d નું તેમના મધ્યકમાંથી લીધેલ સરેરાશ વિચલન 260 હોયતો d=........

(a) 20.5 (b) 20.3 (c) 20.4 (d) 10.4

(68) ધારોકે ચલ y વડે ધારણ કરાયેલી કિંમત એવી છે કે જેથી $p \le y_i < q$ જ્યાં y_i એ ચલ y વડે i માં અવલોકન માટે ધારણ કરાયેલ કિંમત છે. જ્યાં i =1, 2... n તો =............

(a) $\frac{p^2}{4} \le$ ચલનાંક(y) (b) $(q-p)^2 \ge$ ચલનાક(y)

(c) $P \le$ ચલનાંક(y) $\le q$ (d) $p^2 \le$ ચલનાંક (y) $\le q^2$

(69) જેના બધાજ અવલોકનો ભિન્ન હોય તેવી અસતત અવલોકનોની શ્રેણી માટે સરેરાશ વિચલન (M.D.) અને પ્રમાણિત વિચલન (S.D.) વચ્ચેનો નીચેના માથી કયો સંબંધ સત્ય છે.

(a) M.D. = S.D. (b) M.D. $\ge$ S.D.

(c) M.D. < S.D. (d) M.D. $\le$ S.D.

(70) એક વિધાર્થી ત્રણ વિષયમાં અનુક્રમે 75%,80% અને 85% ગુણ મેળવે છે.જો ચોથા વિષયના ગુણ ઉમેરવામાં આવેતો તેના ગુણનો મધ્યક (સરેરાશ) નીચેના પૈકી કયા કરતાં નાનો નથી.

(a) 60% (b) 65% (c) 80% (d) 90%

(71) પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ભાર અમુકમે તે સંખ્યાનાં વર્ગ જેટલો હોયતો આ સંખ્યાઓનો ભારિત (મિશ્ર) મધ્યક =............

(a) $\frac{n+1}{2}$ (b) $\frac{3n(n+1)}{2(2n+1)}$ (c) $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$ (d0 $\frac{n(n+1)}{2}$

(72) એક માહિતી નાં 3n અવલોકનો માં પ્રથમ n અવલોકનો a - d, બીજા n અવલોકનો a અને છેલ્લા n અવલોકનો a+d હોય તથા તેમનું વિચરણ $\frac{4}{3}$ હોયતો |d| =______

(a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (d) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(73) જો a કોઈપણ સંખ્યા હોયતો $\sum(x_i-\bar{x})^2$ ________ $\sum(x_i-a)^2$

(a) > (b) $\geq$ (c) = (d) $\leq$

(74) સમાન્તર શ્રેણીમાં આવેલી ચાર ક્રમિક સંખ્યાઓનું પ્રમાણિત વિચલન $\sqrt{5}$ હોયતો આશ્રેણી નો સામાન્ય તફાવાત.....છે.

(a) $\pm\sqrt{5}$ (b) $\pm 2\sqrt{5}$ (c) ± 2 (d) $\pm\sqrt{2}$

(75) એક સમુહનાં અવલોકનોના તેમના મધ્યકથી લીધેલા વિચલનોના વર્ગોનો સરવાળો 521 છે. જો સમુહનું વિચરણ 52.1 હોયતો અવલોકનોની સંખ્યા......છે.

(a) 10 (b) 100 (c) 101 (d) 11

(76) જો અવલોકનોનો x_1, x_2, x_3 અને x_4નો મધ્યક $\bar{x}$ છે.જો પ્રથમ ત્રણ અવલોકનોના $\bar{x}$ ને સાપેક્ષ વિચલનો(તફાવતો) અનુક્રમે -1, -3 ,-5 હોય તો ચોથા અવલોકનનું $\bar{x}$ સાપેક્ષ વિચલન...........છે.

(a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 11

(77) 100 અવલોકનો માટે $\sum(x_i-30)=0$ અને $\sum(x_i-30)^2$ =10000 છે તો ચલનાંક........%છે.

(a) 10 (b) 100 (c) 20 (d) 30

સુચન

(1) (c) વ્યાખ્યાપરથી સ્પષ્ટ છે.

(2) (b) વ્યાખ્યાથી સ્પષ્ટ છે.

(3) (a) $M = \dfrac{\left(\dfrac{n}{2}\text{મુ અવલોકન}\right)+\left(\left(\dfrac{n}{2}+1\right)\text{મુ અવલોકન}\right)}{2}$

(4) (a) ઉપર મુજબ $M = \dfrac{n+4}{2}$

(5) (a) M = 5 મુ અવલોકન = 40

(6) (d) $M = \dfrac{n+1}{2}$ મુ અવલોકન $\therefore \dfrac{x}{4}=10 \Rightarrow x=40$

(7) (b) $\bar{x} = M = 3$ $\therefore \delta\bar{x} = \delta M = 0$

(8) (a) $s = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2}$ પરથી

(9) (d) બધાજ અવલોકનો સમાન છે. $\therefore s = 0$ $c.v. = \dfrac{s}{\bar{x}} \times 100 = 0$

(10) (a) $s = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2}$ તથા $c.v. = \dfrac{s}{\bar{x}} \times 100$ પરથી

(11) (c) $y = \dfrac{4}{3}x - \dfrac{10}{3}$ $\delta y = \dfrac{4}{3}\delta x$

(12) (a) $s = \sqrt{\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ $c.v. = \dfrac{s}{\bar{x}} \times 100$

(13) (d) વિસ્તાર 0 હોવાથી s = 0

(14) (a) $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$ તથા $s_x = \sqrt{\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ પરથી

(15) (c) $\sum x_i = n\bar{x}$ તથા $\sum x_i^2 = n(s^2 + \bar{x}^2)$ પરથી

(16) (a) $M = \dfrac{n+1}{2} = 10 \Rightarrow 11 + x = 20 \Rightarrow x = 9$

(17) (b) $\dfrac{\sum x_i^2}{n} \geq \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2$ પરથી $n \geq 18$ $\therefore n = 19$

(18) (b) $s = \sqrt{\dfrac{n^2-1}{12}}$ તથા $s_y = 11 s_x$ પરથી $s_y = 22$

(19) (b) $s=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}}$ પરથી c.v. $=\frac{s}{\bar{x}}\times 100$

(20) (a) $y = \frac{x}{a} - \frac{b}{a}$, $s_y = \frac{1}{a} s_x$ પરથી

(21) (c) $y = \frac{x}{4} - 10$ પરથી $s_y = \frac{1}{4} s_x = 1$ $(s_x = 4)$

(22) (a)$x = \frac{15}{2} - \frac{5}{2}y$ $\therefore \delta x = |-\frac{5}{2}| \delta y = 25$

(23) (a) $y = 3 + 5x$ $s^2_y = |5|^2 s^2_x = 25 \times 4 = 100$

(24) (d) $M = \frac{n+1}{2} = 13$ $\delta M = \frac{\sum|x_i - \bar{x}|}{n}$ પરથી

(25) (a) c.v. $=\frac{s}{\bar{x}}\times 100$ પરથી $s^2 = 49$

(26) (c) નવો $\sum y_i = nM - y_n + y'$ નવો મધ્યક = $\frac{\sum y_i}{n} = \frac{nM - y_n + y'}{n}$

(27) (a) $\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$ પરથી $\Sigma x_i = (n+1)(2a+(2n+1)d)$

(28) (d) $M = (\frac{n}{2}$ મુ અવલોકન$) + (\frac{n}{2}+1$ મુ અવલોકન$) = \frac{x - \frac{3}{2} + x + 2}{2} = x + \frac{1}{8}$

2

(29) (a) $\therefore x = 0$ નવો મધ્યક $75 = \frac{375+5x}{2}$ નવો મધ્યક=75

(30) (a) $s^2 = \frac{\sum xi^2}{n} - \bar{x}^2$ પરથી $a^2 - 7a + 12 = 0$

a = 3 અથવા 4

(31) (b) નવો $\sum xi = 1800$ નવો મધ્યક = નવો $\frac{\sum x_i}{n} = \frac{1800}{48} = 37.5$

(32) (d) $40 + \frac{1}{2} = \frac{35\times 40 + w}{35+1}$ $\Rightarrow w = 58$

(33) (c) મધ્યક$= \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ પરથી 0.4y=3.2 $\Rightarrow y = 8$

(34) (b) x_i+2i નો મધ્યક $= \frac{\sum xi + 2\sum i}{n} = \frac{n\bar{x} + \frac{2n(n+1)}{2}}{n}$

$= \bar{x} + n + 1$

(35) (d) $m = \frac{7a+21}{7} = a+3$

નવો મધ્યક $= \frac{11a+77}{11} = (a+3) + 4 = m + 4$

(36) (c) ઉમેરેલુ પદ$=160 - 135 = 25$

(37) (a) $x_i = \frac{y_i}{5} - \frac{2}{5}$ $\therefore s_x^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 s_y^2$ પરથી $s_x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

(38) (a) $x_i = \frac{yi}{3} + \frac{2}{3}$ $\therefore \frac{2}{3}x_i = \frac{2yi}{9} + \frac{4}{9}$

$= \frac{2}{3}x_i$ નું પ્ર.વિ. $s_x = \frac{16}{9}$ $\therefore s_x^2 = \frac{144}{81}$

(39) (b) મધ્યક$= \frac{\log 256x^4}{6} = \log 4 \Rightarrow 2^4 \Rightarrow x^4 \Rightarrow x=2$

(40) (d) $\frac{x+y+z}{3} = \frac{y+z+r}{3} \Rightarrow x = r$

(41) (a) x^3 અને $\frac{1}{x^3}$ નો મધ્યક $= \frac{1}{2}\left[x^3 + \frac{1}{x^3}\right] = \frac{1}{2}\left[(x+\frac{1}{x^3})^3 - 3(x+\frac{1}{x})\right]$

$= 4m^3 - 3m$

(42) (d) $\sum x_i = n\bar{x}$ પરથી

(43) (c) $M = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - F\right)}{f} \times c$ પરથી

$=44.5+20=64.5$

(44) (c) $s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2}$ પરથી $\bar{x} = \frac{400}{n}$ પરથી

$= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 = 50 \Rightarrow n = 20$

(45) (b) બાકીના ત્રણ અવલોકનોનો મધ્યક $= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n-3} x_i}{3} = \frac{mn-b}{3}$

(46) (b) $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = 10$ $\delta \bar{x} = \frac{1}{n} \sum |x_i - \bar{x}| = \frac{124}{20} = 6.2$

(47) (c) $s = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$ પરથી

(48) (d) $x_i - 8 = y_i$ લેતાં

$= \sum_{i=1}^{10} y_i = 9$ $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 45$

$= y_1, y_2 \ldots\ldots y_{10}$ નુ પ્ર.વિ.$= \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{10} - \left(\frac{\sum y_i}{10}\right)^2} = 1.92$

$\therefore$ $x_1, x_2, \ldots\ldots x_{10}$ નુ પ્ર.વિ.$=1.92$

(49) (a) $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$ પરથી $k = 11$

(50) (a) $\bar{x} = \frac{1+2+2^2+\ldots.2^{n-1}}{n} = \frac{2^n-1}{n}$

(51) (b) $s^2 = \left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)^2$ પરથી

(52) (d) $\sum_{i=1}^{n}(x_i+4) = 100$ અને $\sum_{i=1}^{n}(x_i+6) = 140$

પરથી $n = 20$, $\bar{x} = \frac{100-80}{20} = 1$

(53) (a) $\bar{x} = \frac{nC_1 + 2.nC_2 + \ldots\ldots\ldots + n.n^C n}{nC_1 + nC_2 + \ldots\ldots.. + n^C n}$ પરથી

$= \frac{n.2^{n-1}}{2^n - 1}$

(54) (d) $y_i = 2x_i - 1$ $s^2_y = 4.\frac{m^2-1}{12}$ $m = 2n+1$ લેતાં

1, 3, 5...(4n + 1) નું વિચરણ $s^2_y = \frac{(2n+1)^2 - 1}{3}$

(55) (c) નવો $\sum x^1_i = 180$ નવો $\sum {x^1_i}^2 = 500$

નવુ વિચરણ $= \frac{\sum {x^1_i}^2}{n}$ - $\left(\frac{\sum x^1_i}{n}\right)^2$ પરથી $s = 9$

(56) (a) $\bar{x} = \frac{bm - bm}{2m} = 0$

$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{2m}}$ પરથી $3 = \sqrt{b^2} = |b|$

(57) (d) બહુલક + (2મધ્યક) = 3(મધ્યસ્થ) પરથી

(58) (a) બન્ને જુથ માટે પ્ર.વિ. સમાન છે. $\sum di^2$ પણ સમાન છે.

$\therefore V_A = V_B$

(59) (b) 50x + 48y = 48 (x + y) પરથી

છોકરીઓની ટકાવારી $= \frac{x \times 100}{x + y} = \frac{4}{5} \times 100 = 80\%$

(60) (b) $M = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - F\right)}{f} \times c$ પરથી

(61) (b) $\bar{x} = 4$ $s^2 = 5.20$

$\frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = 5.20$ પરથી $a^2 + b^2 = 65$

$a + b = 11$

(62) (c) $\sum x_i' = 1940$ $\sum x_i^2 = 39694$

$\bar{x}' = \frac{1}{n} \sum x_i'$ તથા $s'^2 = \frac{\sum x_i'^2}{n} - (\bar{x}')^2$ પરથી

(63) (b) $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{n} \times c$

તથા $s = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2} \times c$ પરથી

(64) (a) $M = L + \frac{\left(\frac{n}{2} - F\right)}{f} \times c$ તથા $\delta M = \frac{\sum f_i |x_i - M|}{n}$ પરથી

(65) (b) $\sum_{i=1}^{n} (x_i + 1)^2 = 9n \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 8n$ ______(2)

$= \sum_{i=1}^{n} (x_i - 1)^2 = 5 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 4n$ પરથી

$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 6n, \sum_{i=1}^{n} x_i = n$

(66) (a) $x_1-\overline{x} \le r$ $x_2-\overline{x} \le r$......$x_n-\overline{x} \le r$

$=\sum(x_i-\overline{x})^2=(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+..........+(x_n-\overline{x})^2 \le r^2+r^2.......+r^2$ (n વખત)

$s \le r\sqrt{\frac{n}{n-1}}$

(67) (c) $\overline{x}=\frac{\sum xi}{n}$ તથા $\delta\,\overline{x}=\frac{\sum|x_i-\overline{x}|}{n}$ પરથી

(68) (b) $p \le y_i \le q \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} p \le \sum_{i=1}^{n} y_i \le \sum_{i=1}^{n} q$

$=np \le n\overline{y} \le nq$ $\quad\sum(yi-\overline{y})^2 = n(q-p)^2$

= ચલનાંક $y \le (q-p)^2$

(69) (d) $(S.D)^2-(M.D)^2=6^2$ પરથી $S.D \ge M.D$

(70) (a) ચોથા વિષયનાં ગુણ =0 લેતાં

= ઓછામા ઓછા સરેરાશ ગુણ $\frac{240}{4}=60\%$

(71) (b) ભારિત મધ્યકની વ્યાખ્યા પરથી $\frac{\sum n^3}{\sum n^2}$

(72) (b) $\sum x_i=3na$ $\quad\sum x_i^3=n(3a^2+2d^2)$

$s^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$ પરથી

(73) (d) $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2$-xi-a)^2= $-n(x-a)^2 \le 0$

(74) (c) a-3d a-d a+d a + 3d લેતાં

$=\sum x_i=49$ $\quad\sum x_i^2=4a^2+20d^2$ $\quad s^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$

(75) (a) $s^2=\frac{\sum_{i=n}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n}$ પરથી

(76) (b) $x_1-\overline{x}=-1$ $\quad x_2-\overline{x}=-3$ $\quad x_3-\overline{x}=-5$ પરથી

$=\sum_{i=1}^{4}x_i-\overline{x}=0$ $\quad\rightarrow x_4-\overline{x}=9$

(77) (c) $s=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n}}$ તથા $\quad c.v.=\frac{2}{\overline{x}}\times 100$ પરથી

જવાબો

(1) (c)	(2) (b)	(3) (a)	(4) (a)	(5) (a)	(6) (d)	(7) (b)
(8) (a)	(9) (d)	(10) (a)	(11) (c)	(12) (a)	(13) (d)	(14) (a)
(15) (c)	(16) (a)	(17) (b)	(18) (b)	(19) (b)	(20) (a)	(21) (c)
(22) (a)	(23) (a)	(24) (d)	(25) (a)	(26) (c)	(27) (a)	(28) (d)
(29) (a)	(30) (a)	(31) (b)	(32) (d)	(33) (c)	(34) (b)	(35) (d)
(36) (c)	(37) (a)	(38) (a)	(39) (b)	(40) (d)	(41) (a)	(42) (d)
(43) (c)	(44)(c)	(45) (b)	(46) (b)	(47) (c)	(48) (d)	(49) (a)
(50) (a)	(51) (b)	(52) (d)	(53) (a)	(54) (d)	(55) (c)	(56) (a)
(57) (d)	(58) (a)	(59) (b)	(60) (b)	(61) (b)	(62) (c)	(63) (b)
(64) (a)	(65) (b)	(66) (a)	(67) (c)	(68) (b)	(69) (d)	(70) (a)
(71) (b)	(72) (b)	(73) (d)	(74) (c)	(75) (a)	(76) (b)	(77) (c)

●●●

<u>એકમ</u> - 14

સંભાવના

<u>પ્રશ્ન બેન્ક</u>

1. ત્રણ પાસા ઉછાળતાં મળતા અંકોનો સરવાળો 9 થાય તે ઘટનાની સંભાવના .... થાય.

(a) $\frac{27}{6^3}$ (b) $\frac{25}{6^3}$ (c) $\frac{21}{6^3}$ (d) $\frac{15}{6^3}$

2. 4 પત્રો 4 સરનામાવાળા કવરમાં યાદચ્છિક રીતે મુકતાં એક કરતા વધુ પત્ર ખરા કવરમાં નહોય તે ઘટનાની સંભાવના...... હોય.

(a) $\frac{15}{24}$ (b) $\frac{7}{24}$ (c) $\frac{17}{24}$ (d) $\frac{7}{17}$

3. એક પેટીમાં 4 લાલ અને 3 સફેદ દડા છે. યાદચ્છિક રીતે 1 દડો પસંદ કરી વધારાના બે વિરુદ્ધ રંગના દડા સાથે પરત મુકવામાં આવે છે. પ્રથમ બે પ્રયત્નોમાં લાલ અને ત્રીજા પ્રયત્ને સફેદ દડો મળે તેની સંભાવના....... છે.

(a) $\frac{8}{27}$ (b) $\frac{16}{99}$ (c) $\frac{16}{231}$ (d) એકપણ નહી

4. A, B, C એક પુસ્તકમાંના 50 %, 60 %, 70 % દાખલા ગણી શકે છે. જો પુસ્તકનો એક દાખલો ત્રણેને ગણવા આપવામાં આવે તો તે દાખલો ગણાય તેની સંભાવના......... થાય.

(a) 0.94 (b) 0.06 (c) 0.47 (d) 0.31

5. -1, 1, 0 ઘટકો ધરાવતા તમામ 2×2 નિશ્ચાયકના ગણમાંથી એક નિશ્ચાયક પસંદ કરતાં તે નિશ્ચાયકનું મૂલ્ય 0 હોવાની સંભાવના .... થાય.

(a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{11}{27}$ (c) $\frac{2}{9}$ (d) $\frac{25}{81}$

6. ત્રણ પાસા ઉછાળતાં મળતા અંકોનો સરવાળો 15 થી વધુ હોવાની સંભાવના...... છે.

(a) $\frac{1}{12}$ (b) $\frac{1}{36}$ (c) $\frac{1}{72}$ (d) $\frac{5}{108}$

7. ત્રણ પાસાને ઉછાળતા મળતા અંકોનો સરવાળો 14 થાય તેની સંભાવના......... થાય.

(a) $\frac{21}{6^3}$ (b) $\frac{15}{6^3}$ (c) $\frac{27}{6^3}$ (d) $\frac{16}{6^3}$

8. એક યાદચ્છિક ચલ 0, 1, 2, 3, ... , કિંમત ધારણ કરે તેની સંભાવના $(n+1)\left(\frac{1}{5}\right)^{x}$ ના પ્રમાણમાં ચલે છે તો

(a) $p(x=0)=\frac{16}{25}$ (b) $p(x \geq 1)=\frac{16}{25}$

(c) $p(x \geq 1) = \frac{7}{25}$ (d) એકપણ નહી

9. 1, 2, 3, 4, 5, 6 અંકો વડે 4 ભિન્ન અંકોવાળી સંખ્યા બનાવવામાં આવે છે. આ સંખ્યા 4 વડે વિભાજ્ય હોવાની સંભાવના......... છે.

(a) $\frac{96}{6!}$ (b) $\frac{96}{6P_4}$ (c) $\frac{84}{6P_4}$ (d) એકપણ નહિ

10. 8 છોકરા અને 5 છોકરીઓમાંથી 5 વ્યક્તિઓને પસંદ કરી એક જુથ બનાવવામાં આવે છે. આ જુથમાં ઓછામાં ઓછી 3 છોકરીઓ હોય તે ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{321}{13P_5}$ (b) $\frac{321}{13C_5}$ (c) $\frac{123}{13C_5}$ (d) $\frac{123}{13C_5}$

11. સુદત્ત અને માનુષી બંને એક એક પાસો ઉછાળે છે. જેના પાસા પરનો અંક વધુ હોય તે જીતે તો સુદત્ત જીતે તેની સંભાવના કેટલી હોય ?

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{15}{36}$ (c) $\frac{1}{36}$ (d) $\frac{20}{36}$

12. A, B, C એક નિશાન તાકે તેની સંભાવના અનુક્રમે $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ છે. બરાબર બેજ વ્યક્તિ નિશાન તાકે તેની સંભાવના.......... છે.

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{5}$

13. જો બે પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓની સંભાવના $\left(\frac{a+1}{3}\right)$ અને $\left(\frac{1-a}{4}\right)$ હોય તો

(a) $-1 \leq a \leq 1$ (b) $-7 \leq a \leq 5$ (c) $-1 \leq a \leq 2$ (d) $-4 \leq a \leq 1$

14. પ્રથમ પેટીમાં 4 લાલ અને 3 સફેદ દડા છે. બીજી પેટીમાં 5 લાલ અને 2 સફેદ દડા છે. પ્રથમ પેટીમાંથી 2 દડા બીજી પેટીમાં મુકવામાં આવે છે. ત્યારબાદ બીજી પેટીમાંથી યાદચ્છિક રીતે 1 દડો લેવામાં આવે છે. તો આ દડો લાલ હોય તે ઘટનાની સંભાવના............હોય.

(a) $\frac{43}{63}$ (b) $\frac{23}{73}$ (c) $\frac{34}{63}$ (d) એકપણ નથી.

15. પ્રથમ 30 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી બે ભિન્ન સંખ્યાઓ a અને b પસંદ કરતાં $a^2 - b^2$ એ 3 વડે વિભાજ્ય હોય તે ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{9}{87}$ (b) $\frac{12}{87}$ (c) $\frac{15}{87}$ (d) $\frac{47}{87}$

16. લીપ વર્ષમાં 53 રવિવાર અથવા સોમવાર હોય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{3}{7}$ (c) $\frac{4}{7}$ (d) $\frac{1}{7}$

17. ત્રણ સમાન પાસા ફેકતાં ત્રણે પરના અંક સમાન હોય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{36}$ (c) $\frac{1}{216}$ (d) $\frac{1}{18}$

18. એક સિક્કાને 4 વાર ઉછાળતાં ઓછોમાં ઓછી એક વાર રાણી મળે તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{15}{16}$ (b) $\frac{1}{16}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{8}$

19. પાંચ ભિન્ન અંકોવાળી એક સંખ્યા પસંદ કરતા તેના યુગ્મ સ્થાન પર યુગ્મ સંખ્યા તથા અયુગ્મ સ્થાન પર અયુગ્મ સંખ્યા હોય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{60}$ (b) $\frac{2}{75}$ (c) $\frac{1}{50}$ (d) $\frac{1}{75}$

20. 3 અંકની 11 વડે વિભાજ્ય એક સંખ્યા પસંદ કરતાં તે સંખ્યા 9 વડે પણ વિભાજ્ય હોય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{2}{9}$ (c) $\frac{1}{100}$ (d) $\frac{9}{100}$

21. p તથા q યાદચ્છિક રીતે પુરવણી સહિત $\{1, 2, 3, ...10\}$ માંથી પસંદ કરતાં $x^2 + px + q = 0$ નાં બીજ વાસ્તવિક હોવાની સંભાવના........... છે.

(a) 0.62 (b) 0.61 (c) 0.60 (d) એકપણ નહિ

22. 10 દડાને 3 પેટીમાં યાદચ્છિક રીતે મુકતાં પ્રથમ પેટીમાં 3 દડા આવે તે ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{\binom{10}{3} \cdot 2^7}{3^{10}}$ (b) $\frac{\binom{10}{3} \cdot 2^7}{10^3}$ (c) $\frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{7}{2}}{3^{10}}$ (d) $\frac{10\ P_3 \cdot 2^7}{3^{10}}$

23. 4 સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરતાં મળતી સંખ્યા 5 કે 10 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{369}{625}$ (b) $\frac{324}{625}$ (c) $\frac{16}{625}$ (d) $\frac{369}{1000}$

24. એક પેટીમાં 100 ટીકીટ છે. જેના પર { 00, 01, 02........99 } નંબર લખેલ છે. તેમાંથી 1 ટીકીટ પસંદ કરતાં

ઘટના A : ટીકીટ પરના અંકોનો સરવાળો 7 છે.

ઘટના B : ટીકીટ પરના અંકોનો ગુણાકાર 0 છે. તો $P\left(\frac{A}{B}\right) =$ ....

(a) $\frac{2}{13}$ (b) $\frac{2}{19}$ (c) $\frac{1}{50}$ (d) એકપણ નહિ

25. એક પાસાને 3 વાર ઉછાળતાં મળતા અંકો ચઢતા ક્રમમાં હોય તે ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{36}$ (b) $\frac{5}{54}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{7}{36}$

26. એક પછી એક બે પાસા ઉછાળતાં પ્રથમ પાસા પરનો પૂર્ણાંક બીજા કરતાં નાનો હોય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{7}{18}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{5}{12}$

27. A તથા B એ એક જ યાદચ્છિક પ્રયોગની બે ઘટનાઓ છે. $P(A) = 0.2$ તથા $P(B) = 0.5$ હોય તો $P(A' \cap B)$ ની મહત્તમ કિંમત .... છે.

(a) 0.2 (b) 0.5 (c) 0.1 (d) 0.4

28. એક નિયમિત ષટકોણ ના છ શિરોબિંદુઓ પૈકી ત્રણની પસંદગી કરી જોડતાં મળતો ત્રિકોણ સમબાજુ હોવાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{10}$ (d) $\frac{1}{20}$

29. ભારત તથા પાકિસ્તાન વચ્ચેની વન-ડે મેચમાં ભારત જીતે તેની સંભાવના $\frac{1}{2}$ છે. 5 મેચની શ્રેણીમાં ભારત ત્રીજી ટેસ્ટમાં બીજીવાર જીતે તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{16}$

30. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ માંથી એક પછી એક ત્રણ અંક પુરવણી વગર પસંદ કરતાં તેમનો સરવાળો 10 હોવાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{180}$ (b) $\frac{1}{21}$ (c) $\frac{7}{30}$ (d) એકપણ નહિ

31. જો $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B \cap C') = \frac{1}{3}$

$P(A' \cap B' \cap C') = \frac{1}{3}$ તો $P(B \cap C) = $ ....

(a) $\frac{1}{12}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{15}$ (d) $\frac{1}{9}$

32. એક પેટીમાં 4 લાલ અને 3 કાળા દડા છે. તેમાંથી એક દડો દૂર કરવામાં આવે છે. ત્યારબાદ તેમાંથી બે દડા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરતાં બંને દડા લાલ માલુમ પડ્યા તો પ્રથમ વાર દૂર કરેલ દડો લાલ હોવાની સંભાવના કેટલી ?

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{4}{7}$ (c) $\frac{24}{105}$ (d) એકપણ નહિ

33. A, B, C પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ છે. $P(A)=\dfrac{3x+1}{3},\ P(B)=\dfrac{1-x}{4},\ P(C)=\dfrac{1-2x}{2}$

તો $x \in$ ....

(a) $\left[\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3}\right]$ (b) $\left[\dfrac{1}{3},4\right]$ (c) $[0,1]$ (d) $\left[\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2}\right]$

34. એક પાસાને ત્રણ વાર ઉછાળતાં જો સરવાળો 15 માલુમ પડે તો પ્રથમ વાર 5 મળે તેની સંભાવના .... હોય.

(a) $\dfrac{3}{10}$ (b) $\dfrac{1}{36}$ (c) $\dfrac{1}{9}$ (d) $\dfrac{1}{3}$

35. એક પાસા પર 1, 2, 3, 4, 5, 6 અંકો છાપેલ છે. આ પાસાની રચના એવી છે કે પાસાને ઉછાળતાં અંક i મળે તેની સંભાવના i ના પ્રમાણમાં ચલે છે. $\{i = 1.2........6\}$ તો આ પાસાને ઉછાળતાં યુગ્મ પૂર્ણાંક મળે તેની સંભાવના......... છે.

(a) $\dfrac{2}{7}$ (b) $\dfrac{3}{7}$ (c) $\dfrac{4}{7}$ (d) $\dfrac{5}{7}$

36. 12 દડા 3 પેટીમાં મુકતાં પ્રથમ પેટીમાં 3 દડા આવે તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\dfrac{110}{9}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{10}$ (b) $\dfrac{9}{110}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{10}$ (c) $\dfrac{\binom{12}{3}}{12^3}2^9$ (d) $\dfrac{\binom{12}{3}}{3^{12}}$

37. નિરપેક્ષ ઘટનાઓ A તથા B માટે $P(A' \cap B)=\dfrac{2}{15},\ P(A \cap B')=\dfrac{1}{6}$ તો $P(B)=$.............

(a) $\dfrac{1}{5}$ (b) $\dfrac{1}{2}$ (c) $\dfrac{4}{5}$ (d) $\dfrac{5}{6}$

38. એક બોમ્બ બ્રીજ પર પડે તેની સંભાવના $\dfrac{1}{2}$ છે. બ્રીજ તુટે તે માટે બે બોમ્બ પડે તે જરૂરી છે. બ્રીજ તૂટે તેની સંભાવના 0.9 થી વધુ હોય તે માટે જરૂરી ઓછામાં ઓછા બોમ્બની સંખ્યા .... છે.

(a) 8 (b) 6 (c) 5 (d) 9

39. એક પેટીમાં 2 સફેદ અને 2 કાળા દડા છે. તેમાંથી એક દડો પસંદ કરતાં જો તે સફેદ હોય તો પેટીમાં પાછો મુકવામાં આવતો નથી. જો સફેદ ન હોય તો વધારાના તેજ રંગના 1 દડા સાથે પાછો મુકવામાં આવે છે. આ પ્રક્રિયાનુ પુનરાવર્તન કરતાં ત્રીજા પ્રયત્ને કાળા રંગનો દડો પસંદ થાય તેની સંભાવના ...... છે.

(a) $\dfrac{2}{3}$ (b) $\dfrac{17}{20}$ (c) $\dfrac{19}{20}$ (d) એકપણ નહી

40. $P(A)=0.6,\ P(B)=0.4,\ P(C)=0.5,\ P(A\cup B)=0.8,\ P(A\cap C)=0.3$

$P(A\cap B\cap C)=0.2$ અને $P(A\cup B\cup C)\geq 0.85$ તો $P(B\cap C)$ નો વિસ્તાર ...... છે.

(a) [0.3, 0.4] (b) [0.1, 0.25] (c) [0.2, 0.35] (d) એકપણ નહી

41. n પૂર્ણાંક યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરી ગુણાકાર કરતાં મળતી સંખ્યાનો એકમ સ્થાનનો ઘટક 1, 3, 7 કે 9 મળે તે ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{2^n}{5^n}$ (b) $\frac{4^n - 2^n}{5^n}$ (c) $\frac{4^n}{5^n}$ (d) $\frac{2}{5}$

42. એક પાસાને 20 વાર ઉછાળતાં દશમા પ્રયત્ને ચોથીવાર અંક 6 મળે તેની સંભાવના .... હોય.

(a) $\frac{\binom{20}{10} \cdot 5^6}{6^{20}}$ (b) $\frac{120 \times 5^7}{6^{10}}$ (c) $\frac{84 \times 5^6}{6^{10}}$ (d) એકપણ નહી

43. એક સિક્કાને 2n વાર ઉછાળતાં H તથા T ની સંખ્યા સમાન ન મળે તેની સંભાવના .... છે.

(a) $1 - \frac{2}{4^n}$ (b) $1 - \frac{(2n)!}{(n!)^2} \cdot \frac{1}{4^n}$ (c) $1 - \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ (d) $\frac{(2n)!}{(n!)^2\ 4^n}$

44. એક પેટીમાં 20 કાર્ડ છે. જે પૈકી 10 પર I તથા 10 પર T લખેલ છે. એક પછી એક ત્રણ કાર્ડ પુરવણી વગર પસંદ કરી તેજ ક્રમમાં મુકતાં 'IIT'શબ્દ બને તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{5}{38}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{9}{40}$ (d) $\frac{9}{80}$

45. ઘટનાઓ A, B, C માટે

P (A તથા B પૈકી માત્ર એક ઉદ્ભવે) = P (B તથા C પૈકી માત્ર એક ઉદ્ભવે) = P (C તથા A પૈકી માત્ર એક ઉદ્ભવે) = p

અને P (ત્રણે ઘટના ઉદ્ભવે)= p^2 જ્યાં $0 < p < \frac{1}{2}$ તો A, B, C પૈકી ઓછોમાં ઓછી એક ઘટના ઉદ્ભવે તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{3p + 2p^2}{2}$ (b) $\frac{p + 3p^2}{4}$ (c) $\frac{p + 3p^2}{2}$ (d) $\frac{3p + 2p^2}{4}$

46. { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }માંથી એક પછી એક પુરવણી સિવાય બે સંખ્યા પસંદ કરવામાં આવે છે. બે પૈકી ની નાની સંખ્યા 4 કરતાં નાની હોય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{1}{15}$ (b) $\frac{14}{15}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

47. એક પાસાને જ્યાં સુધી 1 ન મળે ત્યાં સુધી ઉછાળવામાં આવે છે યુગ્મ પ્રયત્ને 1 મળે તે ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{5}{11}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{6}{11}$ (d) $\frac{1}{6}$

48. 3n ક્રમીક પૂર્ણાંકોમાંથી ત્રણ પૂર્ણાંક પસંદ કરી સરવાળો કરતાં તે સરવાળો 3 વડે વિભાજ્ય હોવાની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{3n^2 - n - 2}{(3n-1)(3n-2)}$ (b) $\frac{n^2 - 3n + 2}{(3n-1)(3n-2)}$ (c) $\frac{3n^2 - 3n + 2}{(3n-2)(3n-3)}$ (d) $\frac{3n^2 - 3n + 2}{(3n-1)(3n-2)}$

49. A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે.

A અને B બંને ઉદ્ભવે તેની સંભાવના $\frac{1}{8}$ છે. તથા એક પણ ન ઉદ્ભવે તેની સંભાવના $\frac{3}{8}$ છે. તો A ઉદ્ભવે તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{2}{3}$

50. 20 ક્રમિક પૂર્ણાંક સંખ્યામાંથી બે સંખ્યા પસંદ કરી સરવાળો કરતાં તે સરવાળો અયુગ્મ હોય તેની સંભાવના .... છે.

(a) $\frac{5}{19}$ (b) $\frac{10}{19}$ (c) $\frac{9}{19}$ (d) $\frac{11}{19}$

<u>સુચનો</u>

1. **Ans. (b)**

$n = 6^3$

A = ઘટકોનો સરવાળો 9 છે.

$\therefore\ n(A) = 25$

$\therefore\ P(A) = \frac{25}{6^3}$

2. **Ans. (c)**

4 પત્રો 4 કવરમાં 4! = 24 રીતે મુકી શકાય

$\therefore\ n = 24$

A = 0 પત્ર ખરા કવરમાં હોય, B = 1 પત્ર ખરા કવરમાં હોય

C = 2 પત્રો ખરા કવરમાં હોય, D = 4 પત્રો ખરા કવરમાં હોય

$A \cup B \cup C \cup D = U$

$\therefore\ P(A \cup B) = 1 - [P(C) + P(D)]$

$$= 1 - \left[\frac{\binom{4}{2}}{4!} + \frac{\binom{4}{4}}{4!}\right]$$

$$= 1 - \frac{7}{24}$$

$$= \frac{17}{24}$$

3. **Ans. (b)**

$P(A \cap B \cap C) = P(A) \,.\, P\left(\frac{B}{A}\right) . P\left(\frac{C}{A \cap B}\right)$ નો ઉપયોગ કરો.

4. **Ans. (a)**

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= 1 - P(A \cup B \cup C)' \\ &= 1 - P(A' \cap B' \cap C') \\ &= 1 - P(A') \cdot P(B') \cdot P(C') \end{aligned}$$

5. **Ans. (b)**

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

a, b, c તથા d ની પસંદગી {-1, 0, 1}માંથી કરવાની છે.

$\therefore n = 3^4 = 81$

$D = 0$

$\therefore ad - bc = 0$ થવા માટે (ad = 0 અને bc = 0) અથવા $(ad = 1$ અને $bc = 1)$ અથવા $(ad = -1$ અને $bc = -1)$ થવુ જોઈએ $\therefore$

ad = 0 ; 5 રીતે થઈ શકે $(1, 0), (-1, 0), (0,1), (0, 0)\,(0,-1)$

bc = 0 ; 5 રીતે થઈ શકે

$\therefore$ ad = 0 અને bc = 0 કુલ $5 \times 5 = 25$ રીતે થાય

ad = 1 ; 2 રીતે થાય $(1, 1), (-1, -1)$, bc = 1 ; 2 રીતે થાય

$\therefore$ ad = 1 અને bc = 1 કુલ $2 \times 2 = 4$ રીતે થાય

આમ કુલ પ્રકાર = 25 + 4 + 4 = 33

$\therefore$ સંભાવના $= \dfrac{33}{81} = \dfrac{11}{27}$.

6. **Ans. (d)**

ત્રણ પાસાને ઉછાળતાં મળતો સરવાળો 3 થી 18 હોય. જે માટેના ઘટકોની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે હોય

સરવાળો	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ઘટકો	1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	21	15	10	6	3	1

$P(x > 15) = P(x = 16) + P(x = 17) + P(x = 18)$

$$= \frac{6 + 3 + 1}{6^3} = \frac{10}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{108}$$

7. **Ans. (b)**

8. **Ans. (a)**

$$P(X = x) = k(x + 1)\left(\frac{1}{5}\right)^X$$

$$\Sigma P(x) = 1$$

$$\Rightarrow k\left[1 + 2.\frac{1}{5} + 3.\frac{1}{25} + \ldots\ldots\ldots\ldots\infty\right] = 1$$

$\Rightarrow\ k.S = 1$

$S = 1 + 2.\frac{1}{5} + 3.\left(\frac{1}{5}\right)^2 + ...\infty$

$\therefore\ S = \frac{25}{16}$

$\therefore\ kS = 1$

$\Rightarrow k.\frac{25}{16} = 1$

$\Rightarrow k = \frac{16}{25}$

$\therefore\ P(x = 0) = \frac{16}{25}(1 + 0)\left(\frac{1}{5}\right)^0$

$= \frac{16}{25}$

9. **Ans. (b)**

1, 2, 3, 4, 5, 6 ની મદદથી 4 અંકની કુલ $n = {}_6P_4$ સંખ્યાઓ બને

4 વડે વિભાજ્ય સંખ્યા માટે છેલ્લા બે અંક 12, 16, 24, 32, 36, 52, 56, 64 હોવા જોઈએ

$\therefore 4$ વડે વિભાજ્ય કુલ સંખ્યા $= 8 \times [4 \times 3] = 96$

$\therefore$ સંભાવના $= \frac{96}{6P_4} = \frac{4}{15}$ થાય.

10. **Ans. (b)**

11. **Ans. (b)**

અનુકુળ ઘટકો $= \left\{\begin{matrix} (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), \\ (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), \\ (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), \end{matrix}\right\}$

$\therefore\ r = 15$

સંભાવના $= \frac{15}{36}$

12. **Ans. (c)**

બરાબર બે વ્યક્તિ નિશાન તાકે તેની સંભાવના

$= P(A \cap B \cap C') + P(A \cap B' \cap C) + P(A' \cap B \cap C')$

13. **Ans. (a)**

$0 \le \frac{a+1}{3} \le 1 \Rightarrow -1 \le a \le 2$ ....(1)

$0 \le \frac{1-a}{4} \le 1 \Rightarrow -3 \le a \le 1$ ....(2)

$0 \le \frac{a+1}{3} + \frac{1-a}{4} \le 1 \Rightarrow -1 \le a \le 1$ ....(3)

(1), (2), (3) પરથી $-1 \le a \le 1$

14. **Ans. (a)**

$P(D) = P(A).P\left(\frac{D}{A}\right) + P(B).P\left(\frac{D}{B}\right) + P(C).P\left(\frac{D}{C}\right)$ સૂત્ર નો ઉપયોગ કરો.

15. **Ans. (d)**

$n = \binom{30}{2} = 435$

$a^2 - b^2$, 3 વડે વિભાજ્ય હોય તો અને તો જ

(i) a, b બંને 3 વડે વિભાજ્ય હોય અથવા

(ii) a, b બંને 3 વડે વિભાજ્ય ન હોય

1 થી 30 વચ્ચેની 3 વડે વિભાજ્ય સંખ્યાઓ 10 છે તથા 3 વડે વિભાજ્ય ન હોય તેવી સંખ્યાઓ 20 છે.

$\therefore r = \binom{10}{2} + \binom{20}{2} = 235$

$\therefore$ સંભાવના $= \frac{235}{435} = \frac{47}{87}$

16. **Ans. (b)**

લીપ વર્ષના દિવસો $= 366 = 52 \times 7 + 2$

= 52 અઠવાડીયા + 2 દિવસ

લીપ વર્ષમાં 52 રવિવાર કે સોમવાર તો હોય તો વધારાના બે દિવસ

(S M), (M T), (T W), (W T) (T F), (F St) (St S) પ્રમાણે હોય

$\therefore$ P(53 રવિવાર) $= \frac{2}{7}$, P(53 સોમવાર)$= \frac{2}{7}$, P(53 રવિ અને સોમ)$= \frac{1}{7}$

$P(53$ રવિ અથવા સોમ$)=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}-\frac{1}{7}=\frac{3}{7}$

17. **Ans. (b)**

18. **Ans. (a)**

દ્વિપદી સંભાવના વિતરણ નો ઉપયોગ કરો

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}\cdot x=0,1\ldots\ldots\ldots\ldots n$$

19. **Ans. (d)**

20. **Ans. (a)**

21. **Ans. (a)**

$x^2+px+q=0$ ના બીજ વાસ્તવિક હોય તો $p^2\geq 4q$ થાય.

$p, q\in\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ છે.

$\therefore\ n=10\times 10=100$

$P^2\geq 4q$ થાય તેવી p.q ની જોડ કુલ 62 થાય $\therefore$ સંભાવના $=\frac{62}{100}=0.62$

22. **Ans. (a)**

કુલ 10 દડા છે તથા 3 બોક્ષ છે. દરેક દડો 3 પૈકીના કોઈપણ બોક્ષમાં જઈ શકે

$\therefore$ પ્રત્યેક દડો 3 રીતે મુકી શકાય.

$\therefore\ n=3\times 3\ldots\ldots\ldots\ldots x3=3^{10}$

પ્રથમ બોક્ષમાં 3 દડા કુલ $\binom{10}{3}$ વડે ભરી શકાય બાકી બે બોક્ષમાં બાકી 7 દડા , 2^7 રીતે ભરી શકાય

$\therefore$ સંભાવના $=\dfrac{\binom{10}{3}\cdot 2^7}{3^{10}}$ થાય.

23. **Ans. (a)**

4 ભિન્ન સંખ્યાઓના એકમના સ્થાન $10\times 10\times 10\times 10=10^4$ રીતે પસંદ થઈ શકે. જો તે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર 5 કે 10 વડે વિભાજ્ય ન હોય તો એકમના સ્થાને 5 તથા 0 ન હોય. માટે એકમનું સ્થાન 8^4 રીતે પસંદ થાય.

આમ ગુણાકાર 5 કે 10 વડે વિભાજ્ય હોવાની સંભાવના $1-\frac{8^4}{10^4}$

$=\frac{369}{625}$ થાય.

24. **Ans. (b)**

$$P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$n(A\cap B)=2,\ n(B)=19$

25. **Ans. (b)**

$n = 6^3$

$A=\{a, b, c \,/\, a<b<c\}$ તો

a	b	c	કુલ ઘટક
1	2	{3,4,5,6}	4
1	3	{4,5,6}	3
1	4	{5,6}	2
1	5	{6}	1
2	3	{4, 5, 6}	3
2	4	{5, 6}	2
2	5	{6}	1
3	4	{5, 6}	2
3	5	{6}	1
4	5	{6}	1
			20

સંભાવના $=\frac{20}{6\times6\times6}=\frac{5}{54}$

26. **Ans. (d)**

27. **Ans. (b)**

$P(A)=0.2,\ \therefore P(A^1)=0.8$ છે $P(B)=0.5$ છે

$P(B)<P(A')$ છે

$\therefore B\subset A'$ હોય

$\therefore P(A'\cap B)$ની મહત્તમ કિંમત, જ્યારે $B=A'$ હોય ત્યારે થાય.

$\therefore P(A'\cap B)$ ની મહત્તમ કિંમત $=P(B)=0.5$ થાય

28. **Ans. (c)**

$$n=\binom{6}{3}=20$$

$r=2$ (માત્ર 2 સમબાજુ ત્રિકોણ બને)

$\therefore$ સંભાવના $=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

29. **Ans. (b)**

$P\left(A_1 \cdot A_2^1\ A_3\right) + P\left(A_1^1 \cdot A_2 \cdot A_3\right)$ (જ્યાં Ai : i મી મેચ માં ભારત જીતે તે ઘટના)

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4}$

30. **Ans. (b)**

$n = \binom{9}{3}$

સરવાળો 10 હોય તેવી 1 થી 10 માંથી પસંદ કરેલ ત્રણ ભિન્ન સંખ્યાઓ

$\{1, 2, 7\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 5\}$

$\therefore$ r = 4

$\therefore$ સંભાવના $= \frac{4}{\binom{9}{3}}$

$= \frac{4}{9 \times 8 \times 7} \times 1 \times 2 \times 3$

$= \frac{1}{21}$

31. **Ans. (a)**

$B \cap C' = (A' \cap B \cap C') \cup (A \cap B \cap C')$

$\therefore\ P(B \cap C') = P(A' \cap B \cap C') + P(A \cap B \cap C')$

$\therefore\ P(B) - P(B \cap C) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$\therefore\ \frac{3}{4} - P(B \cap C) = \frac{2}{3}$

$\therefore\ P(B \cap C) = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$

32. **Ans. (a)** (બેઈઝ પ્રમેય નો ઉપયોગ કરો)

33. **Ans. (d)**

34. **Ans. (a)**

35. **Ans. (c)**

36. **Ans. (a)**

37. **Ans. (c)**

38. **Ans. (a)**

$P\left(X=x\right)=\binom{n}{x}p^{x}\ q^{n-x};\ P=\frac{1}{2},\ q=\frac{1}{2}$

$P\left(x\geq 2\right)>0.9$

$\therefore\ 1-P\left(x<2\right)>0.9$

$\therefore\ P.\left(x<2\right)<0.1$

$\therefore\ P\left(x=0\right)+p\left(x=1\right)<0.1 \qquad \therefore \binom{n}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}+\binom{n}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right)<0.1$

$\therefore\ \frac{1}{2^{n}}+\frac{n}{2^{n}}<0.1$

$\therefore\ \frac{n+1}{2^{n}}<\frac{1}{10}$

$\therefore\ 10\left(n+1\right)<2^{n}$

જે $n=8$ માટે સત્ય બને.

$\therefore\ n=8$

39. **Ans. (a)**

40. **Ans. (c)**

$P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cup B\right)$

$=0.6+0.4-0.8$

$=0.2$

$0.85\leq P\left(A\cup B\cup C\right)\leq 1$

$\therefore\ 0.85\leq P\left(A\right)+P\left(B\right)+P\left(C\right)-P\left(A\cap B\right)-P\left(B\cap C\right)-P\left(C\cap A\right)+P\left(A\cap B\cap C\right)\leq 1$

$\therefore\ 0.85\leq 0.6+0.4+0.5-0.2-P\left(B\cap C\right)-0.3+0.2\leq 1$

$\therefore\ 0.85\leq 1.2-P\left(B\cap C\right)\leq 1$

$\therefore\ 0.20\leq P\left(B\cap C\right)\leq 0.35$

41. **Ans. (a)**

$n = 10^n$

એકમનું સ્થાન 1, 3, 7 કે 9 હોવા માટે પ્રત્યેક સંખ્યાના એકમના સ્થાને 1, 3, 7 કે 9 હોવા જોઈએ જે 4^n રીતે થઈ શકે.

$\therefore$ સંભાવના $\frac{4^n}{10^n} = \left(\frac{2}{5}\right)^n$

42. **Ans. (c)**

10 મા પ્રયત્ને ચોથી વાર 6 આવે તે માટે અગાઉના 9 પ્રયત્નોમાં 3 વાર 6 તથા 10 મા પ્રયત્ને 6 મળવો જોઈએ દ્વિપદી સંભાવનાનો ઉપયોગ કરો.

43. **Ans. (b)**

સંભાવના $= 1 - \{P(H) = P(T) = n\}$

$= 1 - \binom{2n}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}\right)^n$

44. **Ans. (a)**

$P(I\,I\,T) = \frac{10}{20} \times \frac{9}{19} \times \frac{10}{18}$

45. **Ans. (a)**

P(A અથવા B પૈકી માત્ર એક ઉદ્ભવે)

$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = p$ તે જ રીતે

$= P(B) + P(C) - 2P(B \cap C) = p$ તથા

$= P(C) + P(A) - 2P(A \cap C) = p$

સરવાળો કરો

46. **Ans. (d)**

47. **Ans. (a)**

દરેક પ્રયત્ને 1 મળે તેની સંભાવના $= \frac{1}{6}$

તથા 1 ન મળે તેની સંભાવના $= \frac{5}{6}$

P(યુગ્મ પ્રયત્ને 1 મળે તેની સંભાવના)

= P(બીજા, ચોથા, છઠ્ઠા....., પ્રયત્ને 1 મળે તેની સંભાવના)

$$=\frac{5}{6}.\frac{1}{6}+\left(\frac{5}{6}\right)^3.\frac{1}{6}+\left(\frac{5}{6}\right)^5.\frac{1}{6}+....\infty$$

$$=\frac{1}{6}.\left[\left(\frac{5}{6}\right)+\left(\frac{5}{6}\right)^3+....\infty\right]$$

$$=\frac{5}{11}$$

48. **Ans. (b)**
49. **Ans. (c)**
50. **Ans. (b)**

જવાબો

1	b	16	b	31	a	46	d
2	c	17	b	32	a	47	a
3	b	18	a	33	d	48	b
4	a	19	d	34	a	49	c
5	b	20	a	35	c	50	b
6	d	21	a	36	a		
7	b	22	a	37	c		
8	a	23	a	38	a		
9	b	24	b	39	a		
10	b	25	b	40	c		
11	b	26	d	41	a		
12	c	27	b	42	c		
13	a	28	c	43	b		
14	a	29	b	44	a		
15	d	30	b	45	a		

એકમ - 15

ત્રિકોણમિતિ

<u>અગત્યના મુદ્દા</u>

1 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

2 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

3 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

4 $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

5 $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\sin\theta, \sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cos\theta$

6 $\cos(\frac{\pi}{12})=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

7 $\sin(\alpha+\beta).\sin(\alpha - \beta)=\sin^2\alpha - \sin^2\beta$

8 $\cos^2\beta-\cos^2\alpha$

9 $\cos(\alpha+\beta).\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\sin^2\beta$

10 $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\sin^2\alpha$

11 $f(\alpha)=a\cos\alpha+bsn\alpha, \alpha\in R, a,b\in R$ તો $f(\alpha)$ નો વિસ્તાર $\left[-\sqrt{a^2+b^2}, \sqrt{a^2+b^2}\right]$ જ્યાં, $a^2+b^2\neq 0)$

12 $tan(\alpha+\beta)=\frac{ten\alpha+tan\beta}{1-tan\alpha\, tan\beta}$

13 $tan(\alpha-\beta)=\frac{tan\alpha-tan\beta}{1+tan\alpha\, tan\beta}$

14 $\cot(\alpha+\beta)=\frac{\cot\alpha.\cot\beta-1}{\cot\beta+\cot\alpha}$

15 $\cot(\alpha-\beta)=\frac{\cot\alpha.\cot\beta+1}{\cot\beta-\cot\alpha}$

16 $tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$; $\cot\frac{\pi}{12}=2+\sqrt{3}$

17 $2\sin\alpha\cos\beta=\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)$

18 $2\sin\beta\cos\alpha = \sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) \qquad (\because \alpha > \beta)$

19 $2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$

20 $2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$

21 $\sin C + \sin D = 2\sin\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$

22 $\sin C - \sin D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\sin\left(\frac{C-D}{2}\right)$

23 $\cos C + \cos D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$

24 **cosC - cosD** $= 2\sin\frac{C+D}{2}\sin\frac{D-C}{2}$

25 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

26 $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$

27 $1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha, 1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$

28 $\sin 2\alpha = \frac{2tan\alpha}{1+tan^2\alpha}, \cos 2\alpha = \frac{1-tan^2\alpha}{1+tan^2\alpha}, tan2\alpha = \frac{2tan\alpha}{1-tan\alpha}$

29 $\cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha}, \alpha \in R - \{\frac{k\pi}{2} \mid k \in z\}$

30 $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

31 $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

32 $\tan 3\alpha = \frac{3tan\alpha - tan^3\alpha}{1-3tan^2\alpha}, \cot 3\alpha = \frac{\cot^3\alpha - 3\cot\alpha}{3\cot^2\alpha - 1}$

33 $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}, \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}, \tan^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

34 $\sin 18^0 = \frac{\sqrt{5-1}}{4}, \cos 18^0 = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{16}$

35 $\sin 36^0 = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{16}, \cos 36^0 = \frac{\sqrt{5+1}}{4}$

36 $\sin 22\frac{1}{2}^0 = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}, \cos 22\frac{1}{2}^0 = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}, tan22\frac{1}{2}^0 = \sqrt{2} - 1 \quad \cot 22\frac{1^0}{2} = \sqrt{2} + 1$

37 $\sin\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = k\pi, k \in z$

38 $\cos\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}, k \in z$

39 $tan\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = k\pi, k \in z$

40 $\sin\theta = a, -1 \le a \le 1,$ નો ઉકેલ $\{k\pi + (-1)^k \alpha \mid k \in z\}$ જ્યાં $\alpha \in [-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}]$ અને $\sin\theta = a = \sin\alpha$

41 $\cos\theta = a, -1 \le a \le 1,$ નો ઉકેલ $\{2k\pi - \alpha \mid k \in z\}$ જ્યાં $\alpha \in [0, \pi]$ અને $\cos\theta = a = \cos\alpha$

42 $\tan\theta = a, a \in R$ નો ઉકેલ $\{k\pi + \alpha \mid k \in z\}$ જ્યાં $\alpha \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ અને $\tan\theta = a = \tan\alpha$

43 sin સુત્ર $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin b} = \dfrac{c}{\sin c} = 2R$

44 cos સુત્ર $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \cos B = \dfrac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}, \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

45 પ્રવેશ સુત્ર $a = b\cos C + c\cos B, b = a\cos C + c\cos A, c = a\cos B + b\cos A$

46 $(a)\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}x, |x| \le 1$ $(b)\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}x, |x| \le 1$

$(c)tan^{-1}(-x) = -tan^{-1}x, x \in R$ $(d)\cos ec^{-1}(-x) = -\cos ec^{-1}x, |x| \ge 1$

$(e)\sec^{-1}(-x) = \pi - \sec^{-1}x, |x| \ge 1$ $(f)\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1}x, x \in R$

47 $(a)\cos ec^{-1}x = \sin^{-1}\dfrac{1}{x}; |x| \ge 1$ $(b)\sec^{-1}x = \cos^{-1}\dfrac{1}{x}; |x| \ge 1$

$(c)\cot^{-1}x = tan^{-1}\dfrac{1}{x}; x > 0 = \pi + tan^{-1}\dfrac{1}{x}; x < 0$, π **+ tan⁻¹1/x, x>0**

48 $(a)\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \dfrac{\pi}{2};\ |x| \le 1$

$(b)\cos ec^{-1}x + \sec^{-1}x = \dfrac{\pi}{2};\ |x| \ge 1$

$(c)\tan^{-1}x + \cot^{-1} = \dfrac{\pi}{2}; x \in R$

49 If $x > 0 \quad y > 0,$

(a) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\dfrac{x-y}{1-xy}\right) \quad xy < 1$

(b) $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\pi+\tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$ .. $xy<1$

(c) $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\pi/2$ ... $xy=1$

(d) $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right)$

50 (a) $\sin^{-1}x=\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}=\tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right),\quad 0<x<1$

(b) $\cos^{-1}x=\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}=\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right),\quad 0<x<1$

(c) $\tan^{-1}x=\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}=\sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}},\quad x>0$

51 $\sin A/2=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}},\quad \sin B/2=\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ac}}$

$\sin C/2=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}},\quad \cos A/2=\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$

$\cos B/2=\sqrt{\frac{s(s-b)}{ac}},\quad \cos C/2=\sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$

$\tan A/2=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$

52 $\Delta=\frac{1}{2}bc\sin A,\quad \Delta=\frac{abc}{4R}$

$\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$\Delta = (b^2 + c^2 - a^2) / 4\cot A = (a^2 + b^2 - c^2) / 4\cot C = (a^2 + c^2 - b^2) / 4\cot B$

53 $r=\frac{\Delta}{s}\quad r=(s-a)\tan A/2 = (s-b)\tan B/2 = (s-c)\tan C/2$

$r=4R\sin A/2\sin B/2\sin C/2$

પ્રશ્ન બેન્ક

1 જો $2\sec^2\alpha - \sec^4\alpha - 2\operatorname{cosec}^2\alpha + \operatorname{cosec}^4\alpha = \frac{15}{4}$ તો $tan^2\alpha = ...$

$(a)\frac{1}{\sqrt{2}}\ (b)\frac{1}{2}(c)\frac{1}{2\sqrt{2}}(d)\frac{1}{4}$

2 દ્વિઘાત સમી $x^2 + Ax + B = 0$ ના બે બીજ $tan15°$ અને $tan30°$ હોય તો $A - B = ...$

$(a)1\quad (b)-1\quad (c)2\quad (d)3$

3 જો $A = \frac{6\pi}{7}$ તથા $\tan A + \cot(-A) = x$ તો

$(a)x > 0\quad (b)x < 0\quad (c)x = 0\quad (d)x \geq 0$

4 જો $0 < A, B < \frac{\pi}{2},\quad tanA = \frac{7}{8}\qquad tan\beta = \frac{1}{15}$ તો $A + B = ...$

$(a)\ \frac{\pi}{3}\quad (b)\frac{\pi}{4}\quad (c)\frac{\pi}{6}\quad (d)\frac{\pi}{2}$

5 $x + y = \frac{\pi}{2}$ તો $\cos x \cos y$ નો વિસ્તાર ....

$(a)[-1,1]\quad (b)[0,1]\quad (c)\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}\quad \frac{1}{\sqrt{2}}\right]\quad (d)\left[-\frac{1}{2},\quad \frac{1}{2}\right]$

6 જો ΔABC માં $\sin A + \cos B = 0$ તો ખુણા **A** નો વિસ્તાર **..................** છે.

$(a)\left(0, \frac{\pi}{4}\right)\quad (b)\left(0, \frac{\pi}{6}\right)\quad (c)\left(0, \frac{\pi}{3}\right)\quad (d)\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$

7 $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos\frac{4\pi}{3}}}} = ...$

$(a)\frac{1}{\sqrt{2}}\quad (b)1\quad (c)\frac{1}{2}\quad (d)\sqrt{3}$

8 $\cot 52\frac{1}{2}° = ...$

$(a)\sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - 2\qquad (b)2 + \sqrt{2} - \sqrt{6} - \sqrt{3}$

$(c)\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - 2\qquad (d)\sqrt{6} - 2 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

9 $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ માટે $x \in [0, 2\pi]$ માટે ઉકેલની સંખ્યા .... છે.

$(a)4$ $(b)5$ $(c)6$ $(d)7$

10 જો $k(\sin 18^0 + \cos 36^0) = 5$ તો $k = ...$

$(a)2\sqrt{5}$ $(b)\frac{\sqrt{5}}{2}$ $(c)4$ $(d)5$

11 જો $\frac{\sin x}{a} = \frac{\cos x}{b} = \frac{tanx}{c} = k$ તો $bc + \frac{1}{ck} + \frac{ak}{1+bk} = ...$

$(a)k(a+\frac{1}{a})$ $(b)\frac{1}{k}(a+\frac{1}{a})$ $(c)\frac{1}{k^2}$ $(d)\frac{a}{k}$

12 જો $\cos x = 1 - 2\sin^2 32^\circ$ એના બે બીજ α, β બીજ $\alpha < \beta, \alpha, \beta \in [0, 2\pi]$ તો $\alpha = ...$

$(a)180^\circ - \beta$ $(b)200^\circ - \beta$ $(c)\frac{B}{4} - 10^\circ$ $(d)\frac{B}{5} - 4^\circ$

13 $125\tan^2\theta + 5\cot^2\theta$ ની ન્યુનતમ કિંમત .... છે.

$(a)5$ $(b)25$ $(c)125$ $(d)50$

14 જો $A = \cos^4\theta + \sin^2\theta$ તો **A** નો વિસ્તાર = ... જ્યાં $\theta \in R$

$(a)[1,2]$ $(b)\left[\frac{3}{4},1\right]$ $(c)\left[\frac{13}{16},1\right]$ $(d)\left[\frac{3}{4},\frac{13}{16}\right]$

15 **A=** $\begin{vmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x & 1 \\ \cos^2 x & \sin^2 x & 1 \\ -10 & 12 & 2 \end{vmatrix}$ તો **A =**

$(a)0$ $(b)10\sin^2 x$ $(c)12\cos^2 x - 10\sin^2 x$ $(d)12\cos^2 x$

16 $\frac{\cos A}{3} = \frac{\cos B}{4} = \frac{1}{5}, -\frac{\pi}{2} < A, B < 0$ $3\sin A + 6\sin B = ...$

$(a)0$ $(b)3$ $(c)-4$ $(d)-6$

17 $\tan(A+B) + 2\tan B = 0,$ જો **A** ગુરુકોણ અને **B** લઘુકોણ હોય તો

$(a)\ \tan B = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $(b)\ \tan B > \frac{1}{\sqrt{2}}$

$(c)\ \tan B < \frac{1}{\sqrt{2}}$ $(d)0 < \tan B < \frac{1}{\sqrt{2}}$

18 જો $A=\sin^2\frac{4\pi}{3}+\sin^2\frac{\pi}{6}$, તો **A = ...**

$(a)\frac{3}{4}$ $(b)\frac{5}{4}$ $(c)\frac{5}{2}$ $(d)\frac{4}{5}$

19 જો $x=\cos^4\frac{\pi}{24}-\sin^4\frac{\pi}{24}$ તો **x = ...**

$(a)\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{2}}$ $(b)\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ $(c)\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ $(d)\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}$

20 $6x-8x^3=\sqrt{3}$ નું એકબીજ .... છે.

$(a)\sin 10°$ $(b)\sin 30°$ $(c)\sin 20°$ $(d)\cos 10°$

21 જો $\sin\alpha-\sin\beta=m$ અને $\cos\alpha-\cos\beta=n$ તો $\cos(\alpha-\beta)=$ ....

$(a)\frac{2+m^2+n^2}{2}$ $(b)\frac{2-m^2-n^2}{2}$ $(c)\frac{m^2+n^2}{2}$ $(d)-(\frac{m^2+n^2}{2})$

22 $\cos 12°+\cos 84°+\cos 156°+\cos 132°=$ ....

$(a)\frac{1}{8}$ $(b)\frac{-1}{2}$ $(c)1$ $(d)\frac{1}{2}$

23 **A=** $\begin{vmatrix} 1 & \sin\theta & 1 \\ -\sin\theta & 1 & \sin\theta \\ -1 & -\sin\theta & 1 \end{vmatrix}$ તો **A** નો વિસ્તાર = ...

$(a)[2,4]$ $(b)[3,4]$ $(c)[1,4]$ $(d)[0,4]$

24 જો $\sin(120°-\alpha)=\sin(120°-\beta)$ અને $0<\alpha,\beta<\pi$ α,β ની શક્ય બધી જ કિંમત વચ્ચેનો સંબંધ ....

$(a)\alpha+\beta=\frac{\pi}{3}$ $(b)\alpha=\beta$ $(c)\alpha=\beta$ અથવા $\alpha+\beta=\frac{\pi}{3}$ $(d)\alpha+\beta=0$

$(c)\alpha=\beta$ or $\alpha+\beta=\frac{\pi}{3}$ $(d)\alpha+\beta=0$

25 જો $\cos\theta+\sec\theta=2$ તો $\cos^{2012}\theta+\sec^{2012}\theta=$ ....

$(a)2^{2012}$ $(b)2^{2013}$ $(c)2$ $(d)0$

26 જો $\cos x=\cos y,\cos z$ તો $\tan\left(\frac{x+y}{2}\right)\tan\left(\frac{x-y}{2}\right)=$ ....

$(a)\tan^2\frac{x}{2}$ $(b)\tan^2\frac{y}{2}$ $(c)\tan^2\frac{z}{2}$ $(d)\cot^2\frac{z}{2}$

27 જો $4\cot^2\alpha - 16\cot\alpha + 15 < 0$ તથા $\alpha \in R$ તો $\cot\alpha$ નો વિસ્તાર ....

$(a)\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$ $(b)\left(0,\frac{3}{2}\right)$ $(c)\left(0,\frac{5}{2}\right)$ $(d)\left(\frac{5}{2},\infty\right)$

28 $\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}+\cos\frac{7\pi}{7}=$ ....

(a) 1 (b) -1 $(c)\frac{1}{2}$ $(d)\frac{-3}{2}$

29 $x = a\cos^3\theta\sin^2\theta$ $y = a\sin^3\theta\cos^2\theta$ $\theta\in[0,2\pi]$ તો $\frac{(x^2+y^2)^m}{(xy)^n}$ **,m,n**$\in$**N** અચળ હોય તો .... બને.

$(a) 4m = 5n$ $(b) 4n = 5m$ $(c) m+n = 9$ $(d) mn = 20$

30 જો $\tan A - \tan B = m$, $\cot B - \cot A = n$ તો $\tan(A-B) =$ .... **$(m \neq n)$**

$(a)\frac{m+n}{mn}$ $(b)\frac{mn}{m+n}$ $(c)\frac{m-n}{mn}$ $(d)\frac{mn}{n-m}$

31 જો $\sin x\cos y = \frac{1}{8}$ અને $2\cot x = 3\cot y$ તો $\sin(x+y) =$ ....

$(a)\frac{1}{16}$ $(b)\frac{5}{16}$ $(c)\frac{1}{8}$ $(d)\frac{5}{8}$

32 જો $x = \tan 10^\circ$ તો $\tan 70^\circ =$ ....

$(a)\frac{2x}{1-x^2}$ $(b)\frac{1-x^2}{2x}$ $(c) 7x$ $(d) 2x$

33 જો $A = 3\sin^2\theta + 3\sin\theta\cos\theta + 7\cos^2\theta$ તો **A** નો વિસ્તાર = ...

$(a)\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$ $(b)\left[\frac{5}{2},\frac{15}{2}\right]$ $(c)[0,10]$ $(d)\left[\frac{-5}{2},\frac{5}{2}\right]$

34 જો $\cos(\alpha+\beta)=\frac{4}{5}, \sin(\alpha-\beta)=\frac{5}{13}, 0<\alpha,\beta<\frac{\pi}{4}$ તો $\cot 2\alpha =$ ....

$(a)\frac{12}{19}$ $(b)\frac{7}{20}$ $(c)\frac{16}{25}$ $(d)\frac{33}{56}$

35 $2\sin^2\theta + \sin^2 2\theta = 2, 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ આ સમીકરણ ના બે બીજ α,β હોય તથા $\alpha<\beta$ તો $\beta-\alpha=$ ....

$(a)\frac{\pi}{4}$ $(b)\frac{\pi}{2}$ $(c)\frac{\pi}{3}$ $(d)\frac{\pi}{6}$

36 $\tan\alpha = \dfrac{m}{m+1}, \tan\beta = \dfrac{1}{2m+1}$, $\alpha+\beta = ...$

$(a)\dfrac{\pi}{4}$ $(b)-\dfrac{\pi}{4}$ $(c)\dfrac{3\pi}{4}$ $(d)-\dfrac{3\pi}{6}$

37 $\cos ec\left[\tan^{-1}\left(\cos\left(\cot^{-1}\dfrac{4}{\sqrt{15}}\right)\right)\right] = ...$

$(a)\sqrt{3}$ $(b)\dfrac{\sqrt{11}}{2}$ $(c)\dfrac{\sqrt{47}}{4}$ $(d)\dfrac{\sqrt{47}}{2}$

38 $\sec^2\left(\tan^{-1}3\right) + \cos ec^2\left(\tan^{-1}5\right) = ...$

$(a)276$ $(b)\dfrac{276}{25}$ $(c)36$ $(d)6$

39 જો $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y + \sin^{-1}z = \dfrac{2\pi}{3}$ તો $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = ...$

$(a)\dfrac{\pi}{3}$ $(b)\dfrac{5\pi}{6}$ $(c)\dfrac{\pi}{2}$ $(d)\dfrac{3\pi}{2}$

40 $\left(3+|5-7\sin^2 x|\right)^2$ નો વિસ્તાર ....

$(a)[9,64]$ $(b)[3,8]$ $(c)[0,25]$ $(d)[9,25]$

41 $\cos ec^{-1}\sqrt{5} + \cos ec^{-1}\sqrt{65} + \cos ec^{-1}\sqrt{325} + ...\infty$ સુધી = ...

$(a)\pi$ $(b)\dfrac{3\pi}{4}$ $(c)\dfrac{\pi}{4}$ $(d)\dfrac{\pi}{2}$

42 એક ત્રિકોણની બાજુઓનાં માપનો ગુણોત્તર 3:7:8 હોય તો R : r = ...

(a) 2 : 7 (b) 7 : 2 (c) 3 : 7 (d) 7 : 3

43 જો $\cos x + \cos y = 0$ અને $\sin x + \sin y = 0$ તો $\cos(x-y) = ...$

$(a)1$ $(b)\dfrac{1}{2}$ $(c)-1$ $(d)\dfrac{-1}{2}$

44 $\cos A = \dfrac{1}{7}$ અને $\cos B = \dfrac{13}{14}, 0 < A, B < \dfrac{\pi}{2}$ તો $A - B = ...$

$(a)\dfrac{\pi}{2}$ $(b)\dfrac{\pi}{3}$ $(c)\dfrac{\pi}{4}$ $(d)\dfrac{\pi}{6}$

45 $\cos\alpha=\frac{3}{5},\cos\beta=\frac{5}{13}$, $0<\alpha,\beta<\frac{\pi}{2}$ $\sin^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)=$..........

(a) $\frac{64}{65}$ (b) $\frac{1}{65}$ (c) $\frac{63}{65}$ (d) $\frac{2}{65}$

46 દ્વિઘાત સમી $4x^2-4x+1=\cos^2\theta$ ના બીજ α અને β હોય તો $\alpha+\beta=$.........

(a) $\cos^2\frac{\theta}{2}$ (b) $\sin^2\frac{\theta}{2}$ (c) 1 (d) $2\cos^2\frac{\theta}{2}$

47 $\cot^{-1}1+\cot^{-1}3+\cot^{-1}5+\cot^{-1}7+\cot^{-1}8=$.........

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

48 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{a}{b}\right)-\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{a}{b}\right)=$...........

(a) $\frac{2a}{\sqrt{b^2-a^2}}$ (b) $\frac{2b}{\sqrt{b^2-a2}}$ (c) $\frac{2b}{a}$ (d) $\frac{a}{2b}$

49 $\tan 20^\circ+4\sin 20^\circ=$.........

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

50 $\tan 2\theta\tan\theta=1$ જ્યાં $\theta\in[0,2\pi]$ તો θ ની શક્ય બધી જ કિંમતોની સંખ્યા .... છે.

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7

51 $\tan 3\theta+\cot\theta=0$ નો ઉકેલગણ

(a) $\{(2k+1)\frac{\pi}{2},k\in z\}$ (b) $\{k\pi,k\in z\}$

(c) $\{(2k+1)\frac{\pi}{4},k\in z\}$ (d) $\{(2k+1)\frac{\pi}{6},k\in z\}$

52 જો $\tan\theta+ab\cot\theta=a+b$ તો $tan\theta=$........

(a) a (b) b (c) a અથવા b (d) $\frac{\pi}{4}$

53 $\sin^2\theta-\cos\theta-\frac{1}{4}=0$ અને $\theta\in[0,5\pi]$ તો θ ની શક્ય ઉકેલની સંખ્યા ....

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

54 જો ΔABC માં $A=\frac{\pi}{3}$ તથા $\overline{AD}$ એ ΔABC ની મધ્યગા હોય તો $AD^2 = ...$

$(a)\frac{a^2+b^2+c^2}{4}$ $(b)\frac{b^2+bc+c^2}{4}$ $(c)\frac{a^2+ab+b^2}{4}$ $(d)\frac{a^2+ac+c^2}{4}$

55 એક શંકુની ઉંચાઈ **40** સેમી છે તેના અર્ધ : શીર્ષકોણનું અંશમાપ **45^0** હોય તો પાયાની ત્રિજ્યા = **...........**

(a) 40 સેમી (b) 80 સેમી (c) $\frac{40\sqrt{3}}{2}$ (d) 20 સેમી

56 એક વિમાનમાંથી સમક્ષિતિજ સીધા રસ્તા પર બે ક્રમિક કિલોમીટર સ્ટોનના અવસેધકોણ α અને β જણાય છે. તથા વિમાનની ઉંચાઈ **h** હોય તો **h = ...**

$(a)\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{\tan\alpha\tan\beta}$ $(b)\frac{\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha-\tan\beta}$

$(c)\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\tan\alpha\tan\beta}$ $(d)\frac{\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha+\tan\beta}$

57 100 મીટર ઊંચા ટાવરની ટોચ અને તળિયેથી જોતાં એક ધ્વજની ટોચના અવસેધકોણ અને ઉત્સેધકોણ અનુક્રમ $\tan^{-1}2$ અને $\tan^{-1}\frac{1}{2}$ છે તો ધ્વજની ઊંચાઈ .... છે.

(a) 50 મીટર (b) 40 મીટર (c) 20 મીટર (d) 30 મીટર

58 પુલના ખીણ પર h લંબાઈનો એક પુલ આવેલો છે. પુલના બંન્ને છેડેથી પુલ નીચે ખીણમાં આવેલા એક મંદિરના શિખરનો અવસેધકોણ α અને β માલુમ પડે છે તો મંદિરના શિખરથી પુલની ઉંચાઈ .... છે.

$(a)\frac{h\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha-\tan\beta}$ $(b)\frac{h\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha+\tan b}$

$(c)\frac{\tan\alpha\tan\beta}{h(\tan\alpha-\tan\beta)}$ $(d)\frac{h(\tan\alpha+\tan\beta)}{\tan\alpha\tan\beta}$

59 **h** મીટર ઊંચાઈનું મકાન તેની બરાબર સામી બાજુ આવેલા મકાનની બારી આગળ કાટખુણો આંતરે છે. જો બારીની ઊંચાઈ **b** મીટર હોય તો બંન્ને મકાન વચ્ચેનું અંતર .... છે. જ્યાં **b < h**

$(a)\sqrt{h(h-b)}$ $(b)\sqrt{b(h-b)}$ $(c)\sqrt{h(h+b)}$ $(d)\sqrt{b(h+b)}$

60 $15\sin^4x+10\cos^4x=6$ તો $tan^2x = ...$

$(a)\frac{2}{5}$ $(b)\frac{1}{3}$ $(c)\frac{3}{5}$ $(d)\frac{2}{3}$

61 $\tan\frac{x}{2}=\cos ecx-\sin x$ તો $\tan^2\frac{x}{2}= ....$

$(a)\sqrt{5}+1$ $(b)\sqrt{5}-1$ $(c)\sqrt{5}-2$ $(d)\sqrt{5}+2$

62 $2\tan\alpha + \cot\beta = \tan\beta$ તો $\tan(\beta-\alpha) = ...$

$(a)\tan\alpha$ $(b)\cot\alpha$ $(c)\tan\alpha$ $(d)\cot\beta$

63 $\cos(x-y) = a\cos(x+y)$ તો $\cot x\cot y = ...$

$(a)\frac{a-1}{a+1}$ $(b)\frac{a+1}{a-1}$ $(c)a-1 (d)a+1$

64 $\frac{3\sin 2\theta}{5+4\cos 2\theta} = 1$ તો $\tan\theta = ...$

$(a)1$ $(b)\frac{1}{3}$ $(c)3$ $(d)\frac{1}{4}$

65 જો ત્રિકોણની બાજુઓ a,b, c સમાતર શ્રેણીમાં હોય અને સૌથી નાની બાજુ a હોય તો cosA=....

$(a)\frac{3c-4b}{2c}$ $(b)\frac{3c-4b}{2b}$ $(c)\frac{4c-3b}{2c}$ (d) આમાંથી એકપણ નહીં.

66 $\sin^{-1}(\sin 4) = ...$

$(a)4$ $(b)4-2\pi$ $(c)\pi-4$ $(d)4-\pi$

67 $\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$ તો આ સમીકરણનો ઉકેલગણ = ...

$(a)\left\{1,\frac{1}{6}\right\}$ $(b)\left\{\pm\frac{1}{6}\right\}$ $(c)\left\{-1,\frac{1}{6}\right\}$ $(d)\left\{\frac{1}{6}\right\}$

68 $\sin^{-1}(\sin 2) + \sin^{-1}(\sin 4) + \sin^{-1}(\sin 6) = ...$

$(a)\pi-12$ $(b)0$ $(c)12$ $(d)12-\pi$

69 $4\sin^{-1}x + 3\cos^{-1}x = 2\pi$ તો $x = ...$

$(a)1$ $(b)-1$ $(c)\frac{1}{2}$ $(d)-\frac{1}{2}$

70 $\cot\left(\cos^{-1}\frac{3}{4} + \sin^{-1}\frac{3}{4} - \sec^{-1}3\right) = ...$

$(a)\sqrt{2}$ $(b)\sqrt{3}$ $(c)2\sqrt{3}$ $(d)2\sqrt{2}$

71 $\sum_{r=0}^{n}\tan^{-1}\left(\frac{1}{3+r^2+3r}\right) = ...$

$(a)\tan^{-1}(n+1) - \frac{\pi}{4}$ $(b)\tan^{-1}(n++2) - \frac{\pi}{4}$

$(c)\tan^{-1}(n+2) + \tan^{-1}(n+1) - \frac{\pi}{4}$ $(d)\tan^{-1}n - \frac{\pi}{4}$

72 $\sin^{-1}(\sin 10) = ...$

$(a) 10$ $(b) 3\pi - 10$ $(c) 10 - 3\pi$ $(d) 2\pi - 10$

73 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ માટે $1, \sin x, \cos x$ બાજુઓ વાળા ત્રિકોણના મોટામાં મોટા ખુણાનું માપ = ...

$(a) \frac{\pi}{2}$ $(b) \frac{\pi}{3}$ $(c) x - \frac{\pi}{2}$ $(d) \frac{\pi}{2} - x$

74 $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 4$ નો ઉકેલની સંખ્યા = ... ($x \in [0, 2\pi]$)

$(a) 1$ $(b) 2$ $(c) 0$ $(d) 3$

75 $3\cos x + 4\sin x = k$ નો ઉકેલ મળે છે તો k ની શક્ય પુર્ણાંક કિંમતોની સંખ્યા .... બને.

$(a) 3$ $(b) 5$ $(c) 10$ $(d) 11$

76 નીચેનામાંથી ક્યા સમીનો ઉકેલ નથી.

$(a)\ 4\sin\theta + 3\cos\theta = 1$

$(b)\ \operatorname{cosec}\theta \sec\theta = 1$

$(c)\ \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$

$(d)\ \operatorname{cosec}\theta - \sec\theta = \operatorname{cosec}\theta \sec\theta$

77 સમીકરણ $2\sin^2\theta - \cos 2\theta = 0$ ના અંતરાલ $[0, 4\pi]$ માં ઉકેલની સંખ્યા = ...

$(a) 4$ $(b) 8$ $(c) 2$ $(d) 6$

78 $\tan(\cot x) = \cot(\tan x)$ તો $\operatorname{cosec} 2x = ...$

$(a) (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad n \in z$ $(b) (2n+1)\frac{\pi}{4} \quad n \in z$

$(c) \frac{n(n+1)\pi}{2} \quad n \in z$ $(d) \frac{n\pi}{4}, n \in z$

79 ΔABC માં $a = 2, b = 3$ અને $\sin A = \frac{1}{3}$ તો $B = ...$

$(a) \frac{\pi}{4}$ $(b) \frac{\pi}{6}$ $(c) \frac{\pi}{2}$ $(d) \frac{\pi}{3}$

80 $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$ માટે $\sqrt{3}\sin\alpha + \cos\alpha = r\cos(\alpha + \theta)$ તો $\theta = ...$

$(a) -\frac{\pi}{3}$ $(b) -\frac{\pi}{6}$ $(c) -\frac{\pi}{4}$ $(d) \frac{\pi}{6}$

81 $\log\cot 1^\circ + \log\cot 2^\circ + \log\cot 3^\circ + ... + \log\cot 89^\circ = ...$

$(a)\,0 \quad (b)\,1 \quad (c)\,\frac{\pi}{4} \quad (d)\,\frac{\pi}{2}$

82 $\sqrt{3}$ **cosec20 - sec20 = ...**

$(a)\,-4 \quad (b)\,1 \quad (c)\,2 \quad (d)\,4$

83 $\cos^2\left(727\frac{1}{2}^\circ\right) - \cos^2\left(397\frac{1}{2}^\circ\right) = ...$

$(a)\,\frac{3}{4} \quad (b)\,\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (c)\,\frac{1}{2} \quad (d)\,\frac{1}{2\sqrt{2}}$

84 $2 + 12\cos\theta - 16\cos^3\theta$ નો વિસ્તાર **............**

$(a)\,[-2,-1] \quad (b)\,[-2,1] \quad (c)\,[-6,2] \quad (d)\,[-2,6]$

85 $\cos^{-1}(\cos 8) = ...$

$(a)\,8 \quad (b)\,8-2\pi \quad (c)\,\pi-8 \quad (d)\,2\pi-8$

86 $\cos^{-1}x - \sin^{-1}x = \frac{\pi}{4}$ તો $x = ...$

$(a)\,\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \quad (b)\,\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \quad (c)\,\sqrt{2}-1 \quad (d)\,\sqrt{2}+1$

87 $\sin^{-1}x - \cos^{-1}x < 0$ તો

$(a)\,-1 \le x < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (b)\,-1 < x < 0$

$(c)\,-1 \le x < \frac{1}{2} \quad (d)\,-1 \le x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

88 $A = \sin^{-1}x + tan^{-1}x + \sec^{-1}x$ તો A નો વિસ્તાર **= ....**

$(a)\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right) \quad (b)\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right] \quad (c)\left\{\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right\} \quad (d)\left\{\frac{-3\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right\}$

89 $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = 3\pi$ તો $xy + yz + zx = ...$

$(a)\,1 \quad (b)\,0 \quad (c)\,-3 \quad (d)\,3$

90 $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y + \sin^{-1}z = \frac{3\pi}{2}$ તો $x^{10} + y^{10} + z^{10} + \frac{3}{x^{10} + y^{10} + z^{10}} = ...$

$(a)\,0 \quad (b)\,2 \quad (c)\,4 \quad (d)\,3$

91 $\sum_{i=1}^{20} \cos^{-1}(x_i) = 20\pi$ તો $\sum_{i=1}^{20} x_i = \ldots\ldots$

$(a) -20$ $(b)\, 20$ $(c)\, 0$ $(d)\, 10$

92 $\cot^{-1}\left(\sqrt{x(x+1)}\right) + \cos^{-1}\left(\sqrt{x^2+x+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ તો x ની ઉકેલની સંખ્યા = **............**

$(a)\, 0$ $(b)\, 1$ $(c)\, 2$ $(d)\, 3$

93 $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ તો $x = \ldots\ldots$

$(a)\, 0, \frac{1}{2}$ $(b)\, 1, \frac{1}{2}$ $(c)\, 0$ $(d)\, \frac{1}{2}$

94 $\tan^{-1}\frac{1}{4} + tan^{-1}\frac{2}{9} = \ldots\ldots$

$(a)\, \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3}{5}$ $(b)\, \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{4}{5}$ $(c)\, \frac{1}{2}tan^{-1}\frac{3}{5}$ $(d)\, tan^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)$

95 $tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right) = \frac{3}{10}$ તો $x = \ldots\ldots$

$(a)\, tan\left(\frac{3}{10}\right)$ $(b)\, tan\left(\frac{4}{10}\right)$ $(c)\, \tan\frac{10}{3}$ $(d)\, \tan\left(\frac{6}{10}\right)$

96 $\tan^{-1}(\tan 4) - \tan^{-1}(\tan(-6)) + \cos^{-1}(\cos 10) = \ldots\ldots$

$(a)\, 16$ $(b)\, \pi$ $(c)\, -\pi$ $(d)\, 5\pi - 12$

97 $\sin(\cot^{-1}(\cos(\tan^{-1} x))) = \ldots\ldots$

$(a)\, \sqrt{\frac{x^2+2}{x^2+1}}$ $(b)\, \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$ $(c)\, \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ $(d)\, \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$

98 ΔABC માં $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ અને $AB = 8$ એકમ $BC = 11$ એકમ અને $m\angle B = 50^\circ$ તો ΔABC નું ક્ષેત્રફળ = ... એકમ

$(a)\, 28$ $(b)\, 33.70$ $(c)\, 38$ $(d)\, 43.70$

99 300 મીટર ઊંચી દીવાદાંડીની ટોચ પરથી એક ટાવરની ટોચ અને તળિયાના અવસેધકોણ 30^0 અને 60^0 છે તો ટાવરની ઉંચાઈ .... છે.

(a) 300 મીટર (b) 100 મીટર (c) 200 મીટર (d) 50 મીટર

100 એક સરોવરની સપાટીથી 60 મીટર ઉંચાઈએ આવેલા બિંદુએથી એક પેરાસુટનો ઉત્સેધકોણ 30^0 માપવામાં આવે છે અને તે જ બિંદુએથી પેરાસુટનું સરોવરમાં દેખાતા પ્રતિબિંબનો અવસેધકોણ 60^0 માપવામાં આવે તો સરોવરની સપાટીથી પેરાસુટની ઉંચાઈ .... મીટર છે.

(a) 120 મીટર (b) 60 મીટર (c) 90 મીટર (d) 150 મીટર

101 $A = \sin 2 \sin 3 \sin 5$ તો

$(a) A > 0$ $(b) A = 0$ $(c) A < 0$ $(d) A \geq 0$

102 $\sum_{r=1}^{\infty} tan^{-1}\left(\frac{1}{2r^2}\right) = ...$

$(a) \frac{\pi}{4}$ $(b) \frac{\pi}{2}$ $(c) tan^{-1}(n) - \frac{\pi}{4}$ $(d) tan^{-1}(n+1) - \frac{\pi}{4}$

<u>સૂચનો</u>

2 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}\ \alpha.\beta=\frac{c}{a}$ મુજબ

$\tan 15^0+\tan 30^0=-A\ \ \tan 15^0\tan 30^0=B$

5 $p=\cos x\cos y=\cos x\cos(\frac{\pi}{2}-x)=\frac{1}{2}\sin 2x$

6 $\cos B=\cos(\frac{\pi}{2}+A)\qquad B=\frac{\pi}{2}+A\qquad A+B+C=\pi$, $\mathbf{2A+C=\pi/2}$

13 $AM\geq GM$

$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ મુજબ $\frac{125+tan^2\theta+5\cot^2\theta}{2}\geq\sqrt{625(1)}$

14 $A=\cos^4\theta+\sin^2\theta=(1-\sin\theta)\cos^2\theta+\sin^2\theta$

$=1-\sin^2\theta\cos^2\theta$

$=1-\frac{1}{4}\sin^2 2\theta$

17 $tan(A+B)+2tanB=0$

$\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}=-2\tan B$

$\tan A=\frac{-3\tan B}{1-2\tan^2 B}$ A ગુરૂકોણ હોવાથી $\tan A<0$

$=\frac{-3\tan b}{1-2\tan^2 b}<0$ B લઘુકોણ હોવાથી $\tan>0$

$\frac{+3\tan B}{(\sqrt{2}\tan B-1)(\sqrt{2}\tan B+1)}<0$

$\sqrt{2}\tan B-1<0,\quad \sqrt{2}\tan B+1>0$

$\tan B<\frac{1}{\sqrt{2}},\quad 0<\tan B<\frac{1}{\sqrt{2}}$

26 $\cos = \cos y \cos z$

$$\frac{\cos x}{\cos y} = \cos z$$

$$\frac{\cos x + \cos y}{\cos x - \cos y} = \frac{\cos z + 1}{\cos z - 1}$$

$$\frac{2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)}{-2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)} = \frac{2\cos^2\frac{z}{2}}{-2\sin^2\frac{z}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{x+y}{2}\right) + \tan\left(\frac{x-y}{2}\right) = \tan^2\frac{z}{2}$$

27 $4\cot^2\alpha - 16\cot^2\alpha + 16 < 1$

$$(2\cot\alpha - 4)^2 < 1$$

$$\cot\alpha < \frac{5}{2} \qquad \cot\alpha > \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} < \cot\alpha < \frac{5}{2}$$

30 $\tan A - \tan B = m$

$\cot B - \cot A = n \Rightarrow \tan A \tan B = \frac{m}{n}$**, where n = (tanA - tanB) / tanAtanB**

$$\tan(A-B) = \frac{m}{1+\frac{m}{n}} = \frac{mn}{n+m}$$

32 $\tan 70^0 = \tan(170^0 - 100^0) = \frac{\tan 170^0 - \tan 100^0}{1 + \tan 170^0 + \tan 100^0}$

$$= -\frac{\tan 10 + \cot 10}{1 + \tan 10^0 \cot 10^0} = \frac{-x + \frac{1}{x}}{2} = \frac{1 - x^2}{2x}$$

33 $A = 3\sin^2\theta + 3\sin\theta\cos\theta + 7\cos^2\theta$

$$=3+\frac{3}{2}(\sin 2\theta)+2\cos 2\theta+2$$

$$=5+\frac{3}{2}\sin 2\theta+2\cos 2\theta$$

$$-\frac{5}{2}\le\frac{3}{2}\sin 2\theta+2\cos 2\theta\le\frac{5}{2}$$

35 $2\sin^2\theta+\sin^2 2\theta=2$

$$\sin^2 2\theta = 2\cos^2\theta$$

$$4\sin^2\theta\cos^2\theta-2\cos^2\theta=0$$

$$\cos^2\theta=0, \qquad \sin^2\theta=\frac{1}{2}$$

$$\cos\theta=0, \qquad \sin\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\beta=\frac{\pi}{2} \qquad \alpha=\frac{\pi}{4} \qquad \beta-\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$$

39 $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2} \quad \cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}x$

40 $(\cos x+\cos y)^2+(\sin x+\sin y)^2=0 \qquad 2+2\cos x\cos y+2\sin x\sin y=0$

$$\cos x\cos y+\sin x\sin y=1 \qquad \cos(x-y)=-1$$

41 $\operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{5}+\operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{65}+\operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{325}+.....+\infty$

$$=\cot^{-1}2+\cot^{-1}8+\cot^{-1}(18)+......$$

$$=\sum_{r=1}^{\infty}\cot^{-1}(2r^2)$$

$$=\sum_{r=1}^{\infty}tan^{-1}(\frac{2}{4r^2})$$

$$=\sum_{r=1}^{\infty}\left[tan^{-1}(2r+1)-tan^{-1}(2r-1)\right] \qquad = tan^{-1}\infty - tan^{-1}1$$

$$=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$$

45 $\sin^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)=\frac{1-\cos(\alpha-\beta)}{2}$

46 $4x^2 - 4x + 1 - \cos^2\theta = 0$

$a = 4$ $b = -4$ $c = \sin^2\theta$ $\sqrt{\Delta} = 4\cos\theta$ α, β બીજ હોય તો

$\alpha = \cos^2\dfrac{\theta}{2}$ $\beta = \sin^2\dfrac{\theta}{2}$ $\alpha \ + \beta = 1$

87 $\sin^{-1} x < \cos^{-1} x => 2\sin^{-1} x < \dfrac{\pi}{2}$

$\sin^{-1} x < \dfrac{\pi}{4}$ $-1 \le x < \dfrac{1}{2}$

88 $A = \sin^{-1} x + \tan^{-1} x + \sec^{-1} x$

$\sin^{-1} x, tan^{-1}x$ $\sec^{-1} x$ ના પ્રદેશગણના સામાન્ય છેદગણ $\{-1,1\}$ બને.

$x = -1$ માટે $a = \dfrac{\pi}{4}$ $x = 1$ માટે $a = \dfrac{3\pi}{4}$ $\therefore A$ નો વિસ્તાર $\left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{4}\right\}$

89 $\cos^{-1} x = \pi$ $\cos^{-1} y = \pi$ $\cos^{-1} z = \pi$

$x = -1$ $y = -1$ $z = -1$

90 $\sin^{-1} x = \dfrac{\pi}{2}$ $\sin^{-1} y = \dfrac{\pi}{2}$ $\sin^{-1} z = \dfrac{\pi}{2}$

$x = 1$ $y = 1$ $z = 1$ કિંમત મુકતાં

$$x^{10} + y^{10} + z^{10} + \frac{3}{x^{10} + y^{10} + z^{10}} = 4$$

91 $\sum_{r=1}^{20} \cos^{-1}(x_i) = \cos^{-1}(x_1) + \cos^{-1}(x_2) + ... + \cos^{-1}(x_{20}) = 20\pi$

$\cos - 1(x_i) = \pi$ $i = 1, 2, 3........, 20$

$xi = -1$ $i = 1, 2, 3, 4, ...$

$\sum_{i=1}^{20} x_i = -20$

92 $\text{Cot}^{-1}\left(\sqrt{x(x+1)}\right)$ માટે $x(x+1) \ge 0 - (1)$

$\cot^{-1}\left(\sqrt{x^2 + x + 1}\right)$ હોવાથી $0 \le x^2 + x + 1 \le 1$

$= x^2 + x \le 0 - (2)$

(1) અને (2) $x^2 + x = 0$

$x(x+1) \Rightarrow x = 0, x = -1$

93. $\sin^{-1}(1-x) = \frac{\pi}{2} + 2\sin^{-1} x$

$$1-x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\sin^{-1} x\right)$$

$$1-x = \cos\left(2\sin^{-1} x\right)$$

$$1-x = 1-2\sin^2\left(\sin^{-1} x\right)$$

$$1-x = 1-2x^2 \quad \Rightarrow x(2x-1) = 0$$

$$x = 0,\ x = \frac{1}{2}$$

$x = 0$ માટે $\sin^{-1}1 - 0 = \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{1}{2}$ માટે $\sin^{-1}\frac{1}{2} - 2\sin^{-1}\frac{1}{2} \neq \frac{\pi}{2}$ $\{0\}$

(94) $\tan^{-1}\frac{1}{4} + \tan^{-1}\frac{2}{9} =$ ....

$(a)\tan\left(\frac{3}{10}\right)$ $(b)\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{4}{5}$ $(c)\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{3}{5}$ $(d)\tan\left(\frac{8}{9}\right)$

(95) $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right) = \frac{3}{10}$ તો $x =$ ....

$(a)\tan\left(\frac{3}{10}\right)$ $(b)\tan\left(\frac{4}{10}\right)$ $(c)\tan\left(\frac{10}{3}\right)$ $(d)\tan\left(\frac{6}{10}\right)$

(96) $\tan^{-1}\left(\tan 4\right) - \tan^{-1}\left(\tan(-6)\right) + \cos^{-1}(\cos 10) =$ ....

$(a)16$ $(b)\pi$ $(c)-\pi$ $(d)5\pi-12$

(97) $Sm\left(\cot^{-1}(\cos(\tan^{-1}))\right) =$ ....

$(a)\sqrt{\frac{x^2+2}{x^2+1}}$ $(b)\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$ $(c)\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ $(d)\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$

(98) ΔABC માં $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ અને $AB = 8$ એકમ, $BC = 8$ એકમ અને $m\angle B = 50^\circ$ તો ΔABC નું ક્ષેત્રફળ $=$

.... એકમ

(a)28 (b)33.70 (c)38 (d)43.70

(99) 300 મીટર ઊંચી દીવાદાંડીની ટોચ પરથી એક ટાવરની ટોચ અને તળિયાના અવસેધકોણ 30° અને 60° છે. તો ટાવરની ઊંચાઈ .... છે.

(a)300 મીટર (b)100 મીટર (c)200 મીટર (d)50 મીટર

(100) એક સરોવરની સપાટીથી મીટર ઊંચાઈએ આવેલા બિંદુએથી એક પેરાશુટનો ઉત્સેધકોણ 30° માપવામાં આવે છે અને તે જ બિંદુએથી પેરાશુટનું સરોવરમાં દેખાતા પ્રતિબિંબનો અવસેધકોણ 60° માપવામાં આવે તો સરોવરની સપાટીથી પેરાશુટની ઊંચાઈ .... મીટર છે.

(a)120 મીટર (b)60 મીટર (c)90 મીટર (d)150 મીટર

(101) $A = \sin 2 \sin 3 \sin 5 \quad (\because \pi = 3.14)$

$\sin 2 > 0 \quad \sin 3 > 0 \quad \sin 5 < 0$

$\therefore A < 0$

(102) $\sum_{r=1}^{\infty} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2r^2}\right) = \sum_{r=1}^{\infty} \tan^{-1}\left(\frac{(2r+1)-(2r-1)}{1+(2r+1)(2r-1)}\right)$

$$= \sum_{r=1}^{\infty}\left[\tan^{-1}(2r+1) - \tan^{-1}(2r-)\right] = \ldots =$$

$$= -\tan^{-1} 1 + \tan^{-1}\infty = \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

જવાબો

1	a	21	b	41	c	61	c	81	a
2	b	22	b	42	b	62	d	82	d
3	a	23	a	43	c	63	b	83	d
4	b	24	c	44	b	64	c	84	d
5	d	25	c	45	b	65	d	85	b
6	a	26	c	46	c	66	c	86	a
7	d	27	a	47	b	67	d	87	a
8	a	28	d	48	b	68	b	88	c
9	c	29	a	49	c	69	a	89	d
10	a	30	b	50	c	70	d	90	c
11	a	31	b	51	c	71	b	91	a
12	c	32	b	52	c	72	b	92	c
13	d	33	b	53	c	73	a	93	c
14	b	34	d	54	b	74	c	94	b
15	a	35	a	55	a	75	d	95	d
16	d	36	a	56	b	76	b	96	b
17	d	37	c	57	c	77	b	97	b
18	b	38	b	58	b	78	b	98	b
19	c	39	b	59	b	79	b	99	c
20	c	40	a	60	d	80	a	100	a
								101	c
								102	a

એકમ - 16

તર્કશાસ્ત્ર

<u>અગત્યના મુદ્દા</u>

1. $\sim(\sim p) = P$

2. $\sim (P \Lambda q) = (\sim p) V (\sim q)$

$\sim (P V q) = (\sim p) \Lambda (\sim q)$

3. $p \Rightarrow q = (\sim p) V q$

$= \sim q \Rightarrow \sim p$

4. $P \Leftrightarrow q = q \Leftrightarrow p$

$= (p \Rightarrow q) \Lambda (q \Rightarrow p)$

$= (\sim p V q) \Lambda (\sim q V p)$

5. $\sim (p \Leftrightarrow q) = (p \Lambda \sim q) V (q \Lambda \sim p)$

$= p \Leftrightarrow \sim q$

$= \sim p \Leftrightarrow q$

૬. $\left.\begin{array}{l} pVq = q\ Vp \\ p\Lambda\ q = q\ \Lambda p \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} (p\,Vq)\ Vr = p\,V\,(q\,Vr) \\ (p\Lambda q)\ \Lambda r = p\ \Lambda\ (q\ \Lambda r) \end{array}\right\}$

7. વિભાજનનો નિયમ

$p\Lambda(q\,V r) = (p\Lambda r) V\, (p\Lambda r)$

$P V(q\,\Lambda r) = (p\,Vq)\ \Lambda\ (p\,Vr)$

8. જે વિધાનનું સત્યર્થતા મુલ્ય હંમેશા T હોય તે વિધાનને નિત્યસત્ય વિધાન કહે છે જેને t વડે દર્શાવાય છે.

(i) $p\ V\ t = t$

(ii) $p\ \Lambda\ t = p$

(iii) $p V (\sim p) = t$

9. નિત્ય મિથ્યા વિધાન (Contradiction - fallacy)

જે વિધાનનું સત્યાર્થતા મુલ્ય હંમેશાં F હોય તે વિધાનને નિત્ય મિથ્યા વિધાન કહે છે. તેને C અથવા f વડે દર્શાવાય છે.

(i) $p \vee c = p$

(ii) $p \wedge c = c$

(iii) $p \wedge (\sim p) = c$

10. $p \Rightarrow q$ નું (પ્રતિપ)

$q \Rightarrow p$ છે.

11. $p \Rightarrow q$ નું સમાનાર્થી પ્રેરક $\sim q \Rightarrow \sim p$ છે.

પ્રશ્ન બેન્ક

1. $(p \Lambda \sim q) \Lambda (\sim p \Lambda q)$ એ

(a) નિત્ય મિથ્યા વિધાન છે. (b) નિત્ય સત્ય વિધાન છે.

(c) નિત્ય સત્ય કે નિત્ય મિથ્યા નથી. (d) નિત્ય સત્ય તથા નિત્ય મિથ્યા છે.

2. નીચેના પૈકી કયુ વિધાન નિત્ય સત્ય છે ?

(a) $p \Lambda (\sim p)$ (b) $p \Lambda c$ (c) $p V t$ (d) $p \Lambda p$

3. નીચેના પૈકી કયુ સત્ય છે ?

(a) $p \Lambda (\sim p) = t$ (b) $p V (\sim p) = f$

(c) $p \Rightarrow q = q \Rightarrow p$ (d) $P \Rightarrow q = (\sim q) \Rightarrow (\sim p)$

4. જો p અને q બંને અસત્ય હોય તો

(a) $p \Lambda q$ સત્ય હોય (b) $p V q$ અસત્ય હોય

(c) $p \Rightarrow q$ અસત્ય હોય (d) $(\sim p) V q$ અસત્ય હોય

5. જો p અને q સત્ય હોય તો

(a) $p \Lambda q$ સત્ય હોય (b) $p V q$ અસત્ય હોય

(c) $p \Rightarrow q$ અસત્ય છે. (d) $\sim p \Lambda q$ સત્ય છે.

6. $p \Rightarrow q V r$ અસત્ય હોય તો p, q, r, નાં સત્યાર્થના મૂલ્ય અનુક્રમે .... છે.

(a) F, T, T (b) T, T, F (c) T, F, F (d) F, F, F

7. $p \Rightarrow \sim q$ ના પ્રતિપનું સમાનાર્થી પ્રેરણ .... છે.

(a) $\sim q \Rightarrow p$ (b) $\sim p \Rightarrow q$

(c) $\sim q \Rightarrow \sim p$ (d) $\sim p \Rightarrow \sim q$

8. નીચેના પૈકી.......... એ $p \Leftrightarrow q$ ને સમાન છે.

(a) $(p \Lambda q) V p$ (b) $(p \Rightarrow q) \Lambda (q \Rightarrow p)$

(c) $(p \Lambda q) \Lambda (q \Rightarrow p)$ (d) $(p \Lambda q) \Rightarrow (p V q)$

9. $\sim(p V q) V (\sim p \Lambda q) =$ ....

(a) q (b) p (c) $\sim p$ (d) $\sim q$

10. $(p \Rightarrow \sim p) \Lambda (\sim p \Rightarrow p)$ એ .... છે.

(a) નિત્ય સત્ય (b) નિત્ય મિથ્યા

(c) નિત્ય સત્ય તથા નિત્ય મિથ્યા (d) નિત્ય સત્ય નથી અને નિત્ય મિથ્યા પણ નથી

11. નીચેના પૈકી દરેક વિધાન સત્ય છે.

$p \Rightarrow \sim q$

$p \Rightarrow \sim r$

$\sim r$ તો.......

(a) p અસત્ય છે (b) p સત્ય છે

(c) q સત્ય છે (d) r સત્ય છે

12. $p \Rightarrow \sim q$

$\sim r \Rightarrow q$ તથા

p ત્રણે સત્ય હોય તો

(a) r અસત્ય છે (b) r સત્ય છે

(c) q સત્ય છે (d) એકપણ નહી

13. $p V(\sim p \ V \ q)$ નુ નિષેધ......... છે.

(a) $(p \Lambda \sim q) \Lambda \sim p$ (b) $(p \Lambda \sim p) V \sim q$

(c) $(p \Lambda \sim q) V (\sim p)$ (d) $(p \Lambda \sim q) V \sim p$

14. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p) = r$ નુ સમાનાર્થી પ્રેરણ .... છે.

(a) $\sim r \Rightarrow -p\Lambda \sim q$ (b) $r \Rightarrow (pVq)$

(c) $\sim r \Rightarrow (pVq)$ (d) $p \Rightarrow (qVr)$

15. 'પ્રત્યેક x માટે p' નું નિષેધ........... છે.

(a) કોઈ x છે; $\sim p$ (b) પ્રત્યેક x માટે $\sim p$

(c) $\sim P$ (d) P

16. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p) =$ ....

(a) $p \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$ (b) $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

(c) $p \Rightarrow (p \ V \ q)$ (d) $p \Rightarrow (p \ \Lambda \ q)$

17. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$ નું સત્યાર્થતા મૂલ્ય .... છે.

(a) T (b) F

(c) T અને F બંને (d) T પણ નહીં કે F પણ નહીં.

18. જો p: તે હોંશિયાર છે.

q : તે શક્તિશાળી છે. તો

"તે ખોટુ છે કે તે હોંશિયાર છે અથવા શક્તિશાળી છે" નુ સાંકેતિક સ્વરૂપ .... છે.

(a) $\sim p \vee \sim q$ (b) $\sim(p \wedge q)$

(c) $\sim(p \vee q)$ (d) $p \vee \sim q$

19. જો p અને r અસત્ય હોય તો $\sim p \Rightarrow (q \wedge r) \vee r$ નું સત્યાર્થતા મુલ્ય .... છે.

(a) T (b) F

(c) T અથવા F (d) કંઈ કરી શકાય નહી

20. નીચેના પૈકી કયું સાચુ નથી.

(a) $p \wedge (\sim p)$ નિત્ય મિથ્યા છે. (b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$ નિત્ય મિથ્યા છે.

(c) $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$ નિત્ય સત્ય છે. (d) $p \vee (\sim p)$ નિત્ય સત્ય છે.

21. $p \Rightarrow (\sim p \vee q)$ અસત્ય હોય તો p તથા q નું સત્યાર્થતા મુલ્ય અનુક્રમે .... અને .... છે.

(a) F, F (b) F,T (c) T, T (d) T, F

જવાબો

1	a	11	a
2	c	12	b
3	d	13	a
4	b	14	a
5	a	15	a
6	c	16	c
7	b	17	d
8	b	18	c
9	c	19	b
10	b	20	b
		21	c

ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ

સેક્ટર-૧૦ બી, જૂના સચિવાલય પાસે, ગાંધીનગર-૩૮૨ ૦૧૦