

# સુગણિતમ્

ત્રિમાસિક

વર્ષ : 62

ઈ-આવૃત્તિ-9

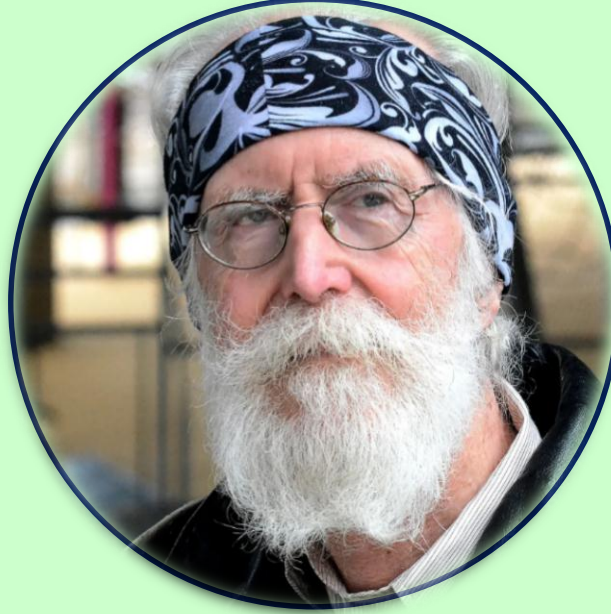
સળંગ અંક : 314

જુલાઈ-2024

For Private Circulation Only

This Issue of Suganitam is dedicated to Late Prof. N. L. Kalathia

મુખપૃષ્ઠ પરનો ગણિતજ્ઞ



મિશેલ તાલાગ્રાન્ડ (Michel Talagrand)

Date of Birth : 15<sup>th</sup> February, 1952



આઘતંત્રી  
પ્રાધ્યાપક પ્ર.ચુ.વેઘ

email : suganitam2018@gmail.com



સંવર્ધક તંત્રી  
ડો. અરુણ મ. વેઘ

# SUGANITAM ISSUE 314 (E-COPY 9)

## PART 1

This part is dedicated to Late

**PROF. DR. NATVARLAL L. KALATHIA**



**BIRTH 14-3-1936**

**DEATH 13-2-2024**

**આભાર, સુગણિતમ્ સામયિક**

હું, સ્વ.શ્રી કલથિયા સાહેબના ધર્મપત્ની, ઉષાબેન એન. કલથિયા. સાહેબના ગણિતના યોગદાનને સુગણિતમ્ના સભ્યો, મિત્રો, કુટુંબીજનો.... વગેરેએ ખૂબ બિરદાવ્યું છે તે બદલ ખૂબ ખૂબ આભારી છું.

# અનુક્રમણિકા

સળંક અંક : 314 Part-I

ઈ-આવૃત્તિ-9

જુલાઈ-2024

**Part-I of this issue is dedicated to Prof. N. L. Kalathia**

લેખનું શીર્ષક	લેખક	પાના નં.
1 સંપાદકીય		3
2 ઈ. એમ. ચેરીટેબલ ટ્રસ્ટ સંચાલિત સી.ઈ.ટી. સેન્ટર, સુરત.	ડૉ. એન.એલ. કળથિયા	4
3 પ્રા. એન.એલ. કળથિયા – પુરુષાર્થયુક્ત પ્રેરણાદાયી વ્યક્તિત્વ	એમ.એચ. વસાવડા	6
4 પ્રો. કળથિયા સાથેના સંસ્મરણો	પ્રા. કે.કે. દેસાઈ	8
5 સાહેબ શ્રી કળથિયા	ડૉ. ડી. એમ. પટેલ	9
6 પ્રા. એન.એલ. કળથિયા	પ્રા. રેખાબેન મહેતા	11
7 કળથિયા સાહેબની સ્મૃતિમાં...	ડૉ. દેવભદ્ર વી. શાહ	12
8 મારા ગુરુ સ્વ. કળથિયા સાહેબ	મેઘરાજ ભટ્ટ	17
9 કલથીયા સાહેબની યાદમાં	પ્રા. રશ્મિ કેશવાણી	18
10 My Association with Prof. N.L. Kalathia	Dr. R. V. Mehta	19
11 Tribute...	Shri. Anupam Desai	20
12 Tribute...	Shri Ashok Patel, London	20
13 Tribute...	Dr. Sudhanshu A. Pota	21
14 પ્રેરણામૂર્તિ ડૉ. કલથિયા સાહેબ	ડૉ. અપૂર્વ એ.દેસાઈ	22
15 My Cherish Memory with Professor N. L. Kalathia	Prof. H.S. Shah	24
16 શ્રદ્ધાંજલિ....	પ્રતેશ જગદીશભાઈ બ્રહ્મભટ્ટ	25
17 અમારા મોટાભાઈ...	બટુકભાઈ એલ. કલથિયા	26
18 પરિવારના ફેન્ડ, ફિલોસોફર અને ગાઈડ...	હર્ષદભાઈ એલ. કલથિયા	27
19 'મોટાભાઈ'ની યાદમાં....	રજનીભાઈ એલ. કલથિયા	28
20 પ્રો.ડૉ.એન.એલ. કલથિયા....	ભીખુભાઈ મોરડીયા	29
21 મોટાભાઈને શ્રદ્ધાંજલિ...	ઈન્દુબેન જેસાણી	32
22 મોટાભાઈને ભાવાંજલિ...	વસંતબેન બગડીયા	32
23 My Letter to Papa!	બિંદુ	33
24 મારા પપ્પા	નેહા	34
25 Tribute to Dadaji	Fagun Patel	36
26 Tribute to Dadaji	Varisha	37
27 Tribute to Dadaji	Riaan	37
28 Tribute to Dadaji	Shailee	38
29 Tribute to Dadaji	Dr. Nishad	38

# સંપાદકીય

આ સાથે સુગણિતમ્નો સળંગ અંક 314 (E-Copy-9) આપના હાથમાં મૂકતાં અમો આનંદ અને દુઃખ મિશ્રિત લાગણી અનુભવીએ છીએ. અંક 313 માં જણાવ્યા અનુસાર આ અંક સ્વ. ડૉ. એન.એલ. કળથિયા સાહેબને સમર્પિત કરવામાં આવ્યો છે. આનંદ એ વાતનો છે કે આ અંક દ્વારા કળથિયા સાહેબની ગણિત પ્રત્યેની તેમની સેવાઓને બિરદાવવાની અને તેમની સાથેનાં સંસ્મરણો વાગોળવાની આપણને તક મળી છે. બીજી બાજુ, કળથિયા સાહેબ આપણી વચ્ચે નથી એ અણગમતા સત્યની દુઃખદ યાદ આપી જાય છે. સંપાદક મંડળ તરફથી ડૉ. કળથિયા સાહેબને સાદર ભાવાંજલિ આપીએ છીએ.

આ અંકને બે વિભાગમાં વિભાજિત કરવામાં આવ્યો છે. પ્રથમ વિભાગમાં સ્વ. ડૉ. એન.એલ. કળથિયા સાહેબને શ્રધ્ધાંજલિ રૂપે તેમના વિદ્યાર્થીઓ, સહકાર્યકરો તથા પરિવારજનો દ્વારા સંસ્મરણો રૂપે લખાયેલ લેખ તથા તેમના ફોટોગ્રાફ્સને સમાવતા આશરે 45 પાના સામેલ છે. બીજા વિભાગમાં હર હંમેશની જેમ અગાઉથી ચાલતી લેખમાળાના લેખો તથા અન્ય ગાણિતિક લેખોનાં આશરે 50 પાનાં સામેલ છે.

પ્રથમ ભાગને તૈયાર કરવા માટે કળથિયા સાહેબના સુપુત્રી શ્રીમતી બિંદુબહેનનો વિશેષ આભાર માનીએ છીએ, જેમણે લેખ તથા ફોટોગ્રાફ્સ એકઠા કરવા માટે વિશેષ જહેમત ઉઠાવી હતી.

સમગ્ર અંક તૈયાર કરવા માટે હરહંમેશની જેમ જહેમત ઉઠાવનાર પ્રા. પ્રહલાદભાઈ વ્યાસનો સંપાદક મંડળ ખાસ આભાર માને છે.

સુગણિતમ્ને વધુ સમૃદ્ધ બનાવવા માટેનાં આપનાં સૂચનો તથા અભિપ્રાયો આવકાર્ય છે.

અત્યાર સુધી જે ઉમળકાભર્યો આવકાર સુગણિતમ્ને મળેલ છે તે આગળ પણ ચાલુ રહેશે એવી આશા.

- સંપાદકો



## ઈ. એમ. ચેરીટેબલ ટ્રસ્ટ સંચાલિત સી.ઈ.ટી. સેન્ટર, સુરત.

ડૉ. એન.એલ. કળથિયા

[Prof. N. L. Kalthia wrote the following article on E. M. Charitable Trust, Surat during 2007-08.

At that time, he was 'Honorary Director of Competitive Examination Training Centre (CET Centre) which was run by this trust.

This centre was inaugurated on 02/02/2002, and till today around 450 students trained in CET Centre has cleared their UPSC (IAS, IPS, IFS, IRS, Staff Selection Commission etc.) and GPSC (Dy. S.P., Dy. Collector, PI, STO, TDP, Mamlatdar etc.) examinations.

Prof. Kalthia was master mind behind the Planning of this Centre : **E.M.C. Trust.**]

સૌરાષ્ટ્રમાંથી આવીને સુરતને પોતાની કર્મભૂમિ બનાવેલ છે તેવા સાધન સંપન્ન સુખી કુટુંબોના ઘણા મોભીઓએ મળીને આજથી એક દાયકા પહેલાં સુંદર અને ઉદાત્ત ભાવનાવાળા ટ્રસ્ટની સ્થાપના કરી. તેઓને એક ઉમદા વિચાર સ્ફૂર્યો. તેમને થયું કે સુરતે આપણને જે આપ્યું છે તે સુરતના સમાજની એક યા બીજા પ્રકારે સેવા કરવી. આ ઋણ સ્વીકાર અર્થે તેઓએ સમાજને વૈદકીય અને શૈક્ષણિક યોગદાન આપી શકે તેવા ઈ.એમ.ચેરીટેબલ ટ્રસ્ટની સ્થપના કરી. આ ટ્રસ્ટના સેવાકાર્યનાં દશ વર્ષ પૂરાં થાય છે. આ સમયગાળામાં ટ્રસ્ટે ઘણું જ ધનિષ્ઠ કાર્ય કરેલ છે અને તેના બંને હેતુઓ સંપૂર્ણપણે સિદ્ધ થયા છે તેમ કહીએ તો ખોટું નથી.

શૈક્ષણિક પ્રવૃત્તિ એ મારો રસનો વિષય છે અને ટ્રસ્ટ આવી પ્રવૃત્તિ કરવાનું હોવાથી શરૂઆતથી જ હું આ ટ્રસ્ટ સાથે સંકળાયેલો છું. ટ્રસ્ટે વિચારેલ કે કંઈક એવી શૈક્ષણિક પ્રવૃત્તિઓ હાથ ધરીએ કે જે સામાન્ય રીતે સરળતાથી સમાજને ઉપલબ્ધ ન હોય.

પ્રથમ પ્રવૃત્તિરૂપે શૈક્ષણિક માર્ગદર્શન અંગે એક કાયમી કેન્દ્ર ઊભું કરવા વિચાર્યું. આ પાછળનો મુખ્ય ધ્યેય એ હતો કે યોગ્ય માર્ગદર્શન વગર ઘણી વખત વિદ્યાર્થી અને વાલી અંધારામાં અટવાય તેવો ઘાટ થાય છે, આર્થિક રીતે ખુવાર થાય છે અને સમયની બરબાદી થાય છે. ખાસ તો વિદ્યાર્થી આઠમાં ધોરણમાં આવે ત્યારથી જ ભવિષ્યમાં અભ્યાસ શું કરવો, ક્યાં કરવો, આર્થિક રીતે પોષાય તેમ કેવી રીતે કરવો તે વિચારતો થાય છે. તેનું કુટુંબ પણ આ અંગે યોગ્ય માહિતી અને માર્ગદર્શન શોધતું હોય છે. વિદ્યાર્થીને ચોક્કસ અને યોગ્ય માહિતી ઉપલબ્ધ થતી રહે એ માટે ટ્રસ્ટે કાયમી ધોરણે એક માહિતી કેન્દ્ર ઊભું કર્યું. આ કેન્દ્રને જરૂરી પુસ્તકો, મેગેઝીન, ઈન્ટરનેટ, છાપાઓ વગેરેથી સજ્જ કર્યું. વળી આ કેન્દ્રમાં વિદ્યાર્થી કે વાલી જ્યારે આવે ત્યારે બધી જ વસ્તુ સરળતાથી ઉપલબ્ધ થતી રહે એ માટે યોગ્ય વ્યક્તિની કેન્દ્ર વ્યવસ્થાપક તરીકે નિમણૂક કરી. વળી આ કેન્દ્ર વ્યવસ્થાપક વર્ષ દરમિયાન સતત શાળા-કોલેજોમાં વ્યાખ્યાન આપતા રહે છે અને કેન્દ્રમાં ઉપલબ્ધ સવલતોથી વિદ્યાર્થીને અવગત કરે છે. આમ દશ વર્ષની ટ્રસ્ટની કામગીરી દરમિયાન સેંકડો વિદ્યાર્થીઓને અનેકવિધ રીતે માર્ગદર્શન પૂરું પાડી તેમનું સ્વપ્ન સાકાર કરવામાં સહયોગ પૂરો પાડેલ છે.

બીજી જે સવલતની સુરતને જરૂર હતી તે વિદ્યાર્થીના અભ્યાસકાળના છેલ્લા વર્ષમાં તેમજ અભ્યાસ પૂરો કર્યા બાદ જો તે નોકરી કરવા ઈચ્છતો હોય તો તેને યોગ્ય મદદ પૂરી પાડવી. એ સુવિદિત છે કે આજકાલ કોઈપણ ક્ષેત્રમાં દાખલ થવા માટે સ્પર્ધાત્મક કસોટીમાં ઉત્તીર્ણ થવું જરૂરી છે. રેલવે, રેવન્યું, સચિવાલય, બેન્ક, ડીકેન્સ, આઈ.એ.એસ., આઈ.પી.એસ. જેવી કેન્દ્રીય વહીવટી સેવાઓ વગેરે જ્યાં નજર દોડાવીએ તે દરેક ક્ષેત્રમાં દાખલ થવા માટે સ્પર્ધાત્મક કસોટીનો કોઠો પસાર કરવો પડે છે. સામાન્ય રીતે બધી પરીક્ષાઓ લગભગ એક જ પ્રકારની હોય છે. દરેકમાં ઉમેદવારનું સામાન્ય જ્ઞાન, ગણિત અને અંગ્રેજી પરનું પ્રભુત્વ, નિરીક્ષણ અને કલ્પના આધારિત શક્તિઓ વગેરેની ચકાસણી કરવામાં આવે છે. આવી વિશિષ્ટ પરીક્ષાઓમાં સફલતા હાંસલ કરવા માટે ટ્રસ્ટ સતત નવ વર્ષથી માત્ર સેવાકાર્યના ઉદ્દેશથી નિયમિત વર્ગો ચલાવે છે. એટલું જ નહીં પણ આ હેતુઓ માટે ઉપયોગી નીવડે એવાં પુસ્તકો, મેગેઝીન, વર્તમાનપત્રો, ઈન્ટરનેટ સવલતો સાથેની લાઈબ્રેરીનું પણ સંચાલન કરે છે. અરે ! છેક છેલ્લા તબક્કામાં ઈન્ટરવ્યુ કેમ આપવો તે અંગે પૂરતી તૈયારી કરાવે છે. આ બધાના પરિપાકરૂપે અત્યાર સુધીમાં આપણા વિદ્યાર્થીઓ વર્ગ-1, વર્ગ-2ના અધિકારી, પોલીસ સબ ઈન્સપેક્ટર અને અન્ય ઉચ્ચ જગ્યાઓ ઉપર નિમણૂક પામેલા છે. જો વિદ્યાર્થી આઈ.એ.એસ., આઈ.પી.એસ. કે એવી પરીક્ષાની પ્રિલિમીનરી પાસ કરે તે માટે દિલ્હી ખાતે પાસ ટ્રેનીંગ આપવાની વ્યવસ્થા પણ વિચારેલ છે.

ટ્રસ્ટની શૈક્ષણિક પ્રવૃત્તિઓની ખૂબ નોંધપાત્ર બાબત એ છે કે જે વિદ્યાર્થીઓ ખરેખર ખૂબ જ તેજસ્વી છે અને ઉચ્ચ અભ્યાસ માટે જેમને આર્થિક સંકળામણ છે, જેને કારણે તેઓનો આગળ અભ્યાસ અટકી પડે તેમ છે તેવા 100 થી વધુ વિદ્યાર્થીઓને ટ્રસ્ટ દ્વારા વગર વ્યાજની લોન અત્યાર સુધીમાં આપવામાં આવી છે. આ લોનની સહાયથી ઘણા વિદ્યાર્થીઓ એમ.ડી., એમ.એસ., એમ.બી.બી.એસ., જેવી ઉચ્ચ પદવીઓ પ્રાપ્ત કરી શક્યા છે તથા પિલાની (BITS) જેવી પ્રતિભૂત સંસ્થાઓમાંથી બી.ટેક., બી.ઈ. જેવી પદવીઓ પ્રાપ્ત કરી, ઉચ્ચ હોદ્દાઓ પર નિમણૂક પામેલા છે, જેનો ટ્રસ્ટના તમામ ટ્રસ્ટીઓને ખૂબ જ સંતોષ અને આનંદ છે. આમ આ દશ વર્ષની મંજિલમાં ટ્રસ્ટે તેના બન્ને હેતુ પૂરી લગનથી સુંદર રીતે પૂરા પાડેલા છે. મને આશા છે કે હાલની ગોઠવાયેલ વ્યવસ્થા અનુસાર ટ્રસ્ટ હજુ પણ તેણે નિર્ધારિત બન્ને ક્ષેત્રમાં ઉચ્ચ શિખર સર કરશે.

આ શૈક્ષણિક કાર્યમાં અમને શ્રી.પી.પી સવાણી વિદ્યાર્થી ભવન, અન્ય કોલેજો-શાળા-યુનિવર્સિટીના શિક્ષકગણ, કર્મચારીઓ, ટ્રસ્ટ અને તેના કાર્યકરો-એ સર્વેનો અનન્ય સાથ મળેલ છે. અનેક વખત એવું બનેલ છે કે માત્ર છેલ્લા બે કલાક દરમિયાન પણ ફોન ઉપર વિનંતી કરીએ કે આપને CET કેન્દ્રમાં વ્યખ્યાન અર્થે આવવું પડે તેમ છે તો તરત જ અમને મદદરૂપ થયા છે. આ સર્વેનો અત્રે આભાર વ્યક્ત કરું છું. વ્યાપક રીતે ટ્રસ્ટ હજુ પણ દરેક ક્ષેત્રમાં વધુ પ્રગતિ કરે તેવી શુભેચ્છા સહ વિરમું છું.



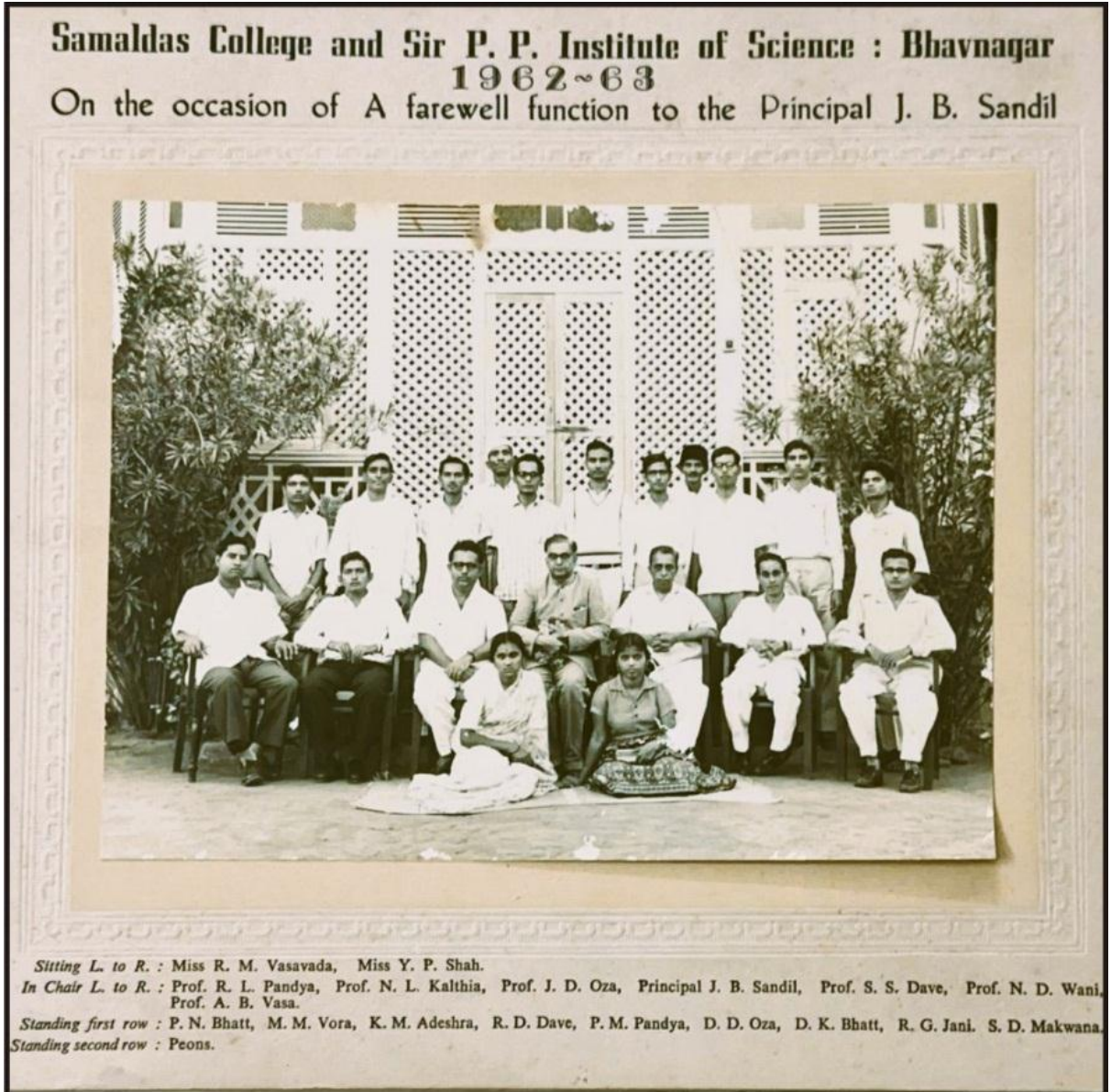
ભાવનગર આમ તો એવું મોટું શહેર નથી. પરંતુ ત્યાંના રાજવીઓની દીર્ઘદષ્ટિ અને શિક્ષણ પ્રત્યેની તેમની અભિરૂચિને કારણે અહીં શાળા અને ઉચ્ચ શિક્ષણની સુવિધાઓનો સારો વિકાસ થયો છે. આનો લાભ ગુજરાતના ગણિત સમાજને પણ મળ્યો છે. સ્વ. પ્ર.યુ.વૈદ્ય સાહેબનું શાળા શિક્ષણ ભાવનગરમાં થયું હતું. ગુજરાત ગણિત મંડળનું પ્રથમ અધિવેશન ભાવનગર ખાતે યોજાયું હતું. પ્રા.જે.બી. સાંડિલ અને પ્રા. એ.આર. રાવ ભાવનગરની કોલેજમાં આચાર્ય હતા. ખ્યાતનામ ખગોળ-ભૌતિકવિદ્ ડૉ. પંકજ જોશી પણ ભાવનગરની નીપજ છે. અહીં ભાવનગર જોડે સંકળાયેલ ગણિતવીરો અને વીરાંગનાઓની યાદી બનાવવાનો હેતુ નથી, પરંતુ એટલું ખરું કે જો એવી યાદી બનાવવામાં આવે તો ડૉ. એન.એલ. કલથિયા સાહેબનું નામ એ યાદીમાં અવશ્ય સ્થાન પામે. ડૉ. કલથિયાએ ભાવનગરમાંથી M.Sc.ની ડિગ્રી મેળવી. એ વખતે (આજથી લગભગ પાંસઠ વર્ષ પહેલાં) અનુસ્નાતક શિક્ષણ પણ કોલેજોમાં થતું. મુલાકાતી અધ્યાપકોની મદદ લેવામાં આવતી.

ડૉ. કલથિયાસાહેબ પ્રબળ પુરુષાર્થી હતા. સામાન્ય કુટુંબમાં જન્મ. કોઈ એવું પીઠબળ નહિ. આપબળે ખૂબ આગળ વધ્યા. ભાવનગર, પાટણ વગેરે વિવિધ સ્થળોએ સેવાઓ આપ્યા બાદ સુરતની ઍજિનિયરીંગ કોલેજમાં વ્યાખ્યાતા તરીકે જોડાયા અને સુરતમાં જ સ્થાયી થઈ ગયા. ઍજિનિયરીંગ કોલેજના સેવાકાળ દરમિયાન વધુ અભ્યાસાર્થે કાનપુર ગયા અને ત્યાં આઈ.આઈ.ટી.માંથી પીએચ.ડી.ની ડિગ્રી મેળવી. ઈજનેરી કોલેજમાં દીર્ઘ સેવાઓ આપ્યા બાદ વીર નર્મદ દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિતશાસ્ત્રના અનુસ્નાતક વિભાગમાં જોડાયા અને પ્રાધ્યાપક અને વિભાગના વડા તરીકે ત્યાંથી નિવૃત્ત થયા. લગભગ 1962થી મારે તેમનો પરિચય. એ પરિચય સુગણિતમ્ના તેમના લેખો અને ગુજરાત ગણિત મંડળનાં અધિવેશનોમાં તેમની હાજરી અને વ્યાખ્યાનોને કારણે દઢ થયો. પછી તો વ્યાવસાયિક કારણોસર પણ તેમને મળવાનું થતું. આમ તો તેમનો વિષય Fluid Dynamics, પરંતુ Operations Research, Mathematical Modeling અને Computer Applicationsના વિષયોની પણ તેમને જાણકારી હતી. ઘણાં વર્ષો પહેલાં સુરતની શાંતિનાથ મીલની દુર્ઘટના બાદ એ ઘટનાના Mathematical Model વિષયક તેમનું વ્યાખ્યાન વિદ્યાનગરમાં ગણિત વિભાગમાં સાંભળ્યું હતું.

મારે કલથિયાસાહેબ સાથે ગણિત સિવાયના પણ એક બે સંબંધો હતા. એક તો એ કે અમે બંને સમવયસ્ક. અમારા બંનેનો જન્મ 1936માં મારા વેવાઈ બકુલભાઈ એમ.રાવલ SVNITમાં પ્રાધ્યાપક હતા. રાવલસાહેબ અને કલથિયાસાહેબ ખાસ મિત્રો હતા. ઉપરાંત મારાં પુત્રવધુ દીપાલી જ્યારે સુરતમાં ગણિત વિભાગમાં M.Sc.નો અભ્યાસ કરતાં હતાં ત્યારે કલથિયા સાહેબ વિભાગમાં વડા હતા.

કલથિયાસાહેબનો સ્વભાવ નિખાલસ અને વૃત્તિ ઉદાર. નિવૃત્ત થયા પછી કેટલાંક વર્ષો બાદ તેમણે તેમની પાસેનાં ગણિતનાં પુસ્તકોની યાદી Whatsapp પર મૂકી લખ્યું હતું કે જેમને જે પુસ્તકો જોઈતાં હશે તેમને તે પુસ્તકો તેઓ પોતાને

ખર્ચે મોકલી આપશે. એક તો પુસ્તકો યોગ્ય હાથમાં જાય તે માટેની સુંદર યોજના અને તેમાં ઉદારતાની સુગંધ ! તેમના નિધન બાદ તેમની Online સ્મૃતિસભામાં તેમનાં M.Phil. અને Ph.D. નાં ભૂતપૂર્વ વિદ્યાર્થીઓ-વિદ્યાર્થિનીઓ અને તેમના સહકાર્યકરોએ જે આદર અને અહોભાવપૂર્વક તેમને અંજલિ આપી, તેમાં તેમના ગણિત જ્ઞાન, શિક્ષણ પ્રત્યેની તેમની નિષ્ઠા, વહીવટી ક્ષમતા, વિદ્યાર્થીઓને મદદરૂપ થવાની તેમની તત્પરતા વગેરે જેવા તેમના અનેક ગુણોનાં દર્શન થયાં. તેઓ ગુજરાત ગણિત મંડળના મંત્રી અને પ્રમુખ રહી ચૂક્યા હતા અને તેમને પંચોતેર વર્ષ પૂરાં થયાં એ પ્રસંગે ગુજરાત ગણિત મંડળ દ્વારા તેઓ સન્માનિત થયા હતા. તેમની વિદાયથી ગુજરાતના ગણિત સમાજે ગણિતના વિકાસમાં વિવિધ રીતે પ્રદાન કરનાર એક વિશેષ વ્યક્તિ ગુમાવેલ છે. પ્રભુ કલથિયા સાહેબના આત્માને ચિર:શાંતિ આપે અને તેમના નિધનથી પડેલી ખોટ સહન કરવાની તેમનાં સ્વજનોને શક્તિ આપે એ જ પ્રાર્થના...



તા.1/09/67ના રોજ હું એસ.વી.આર.ના રસાયણશાસ્ત્રમાં અને એ જ વર્ષે પ્રો. કલથિયા ભાવનગરથી આવી, એસ.વી.આર ના ગણિતશાસ્ત્ર વિભાગમાં આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર તરીકે જોડાયા. આમ મારો એમની સાથેનો સંબંધ 1967 થી શરૂ થયો. એ અરસામાં હું નાનપુરા પાલીયા મહોલ્લામાં રહેતો અને એઓ હેમંત ચપટવાલા (માજી એમ.એલ.એ.) ના મકાનમાં કાલાપેશી મહોલ્લામાં ભાડેથી રહેતા. મારો મૃદુ સ્વભાવ જોઈ એઓ કહેતા કે તમો તો અનાવિલ લાગતાં જ નથી. એમણે જોડાયા ત્યારથી ASH વિભાગના વડા ડૉ. એસ.એસ.શાહ સામે સારી છાપ પાડી. તેઓ QIP હેઠળ મેક્સમાંથી I.I.T. કાનપુરમાં Ph.D. કરવા જનાર પ્રથમ પ્રાધ્યાપક હતા. એ પહેલાં વિજ્ઞાન વિભાગના કોઈ શિક્ષકને QIP હેઠળ મોકલવામાં આવતા ન હતા. એઓ ત્યારબાદ ગ્રીનપાર્કના પોતાના ફ્લેટમાં શિક્ષક થયા તો પણ અમારો સંબંધ સચવાઈ રહ્યો.

એઓ ઉમદા શિક્ષક હતા. એમણે I.I.T.માં એ સમયે, 1970 માં, બહુ જાણીતી નહીં એવી કોમ્પ્યુટર સાયન્સ બ્રાંચમાં બે વર્ષ ભણી Ph.D.ની ડીગ્રી મેળવી. એનો લાભ વી.ન.દ.ગુ. યુનિવર્સિટીમાં દાખલ થયા ત્યારે MCA શરૂ કરી આપ્યો. એઓ સાચેજ કર્મઠ વિદ્વાન હતાં. એમની પાસેથી હું પણ શીખ્યો છું. પોતે કરવાના કામોની યાદી કરી લાવે અને દરેક કાર્ય સમયસર પૂરું કરવાની તેમની ચીવટ નોંધપાત્ર હતી. મારા માટે પણ એમને ઉમદા શિક્ષક તરીકે સારું માન હતું. પ્રો.અરુણ વૈદ્યની નિવૃત્તિ બાદ તેઓ યુનિવર્સિટીમાં જોડાયા. ગણિતશાસ્ત્રનું અધિવેશન બોલાવી, “સુગણિતમ્” શરૂ કરવામાં એમનો મોટો ફાળો હતો.

યુનિવર્સિટીમાંથી નિવૃત્ત થયા બાદ, એમણે એમ.ટી.બી. કોલેજ સ્થિત ઈન્દિરા ગાંધી ઓપન યુનિવર્સિટીમાં સેવા આપી. એમાં મને પણ પરીક્ષાના સુપરવાઈઝર તરીકે કામ કરવાની તક આપી. મારા કરતા સુરતની ભૂગોળ વિશે એઓ સારું જ્ઞાન ધરાવતા હતા. વરાછા રોડની વિવિધ શૈક્ષણિક સંસ્થાઓ સાથે માનદ રીતે જોડાયા. U.P.S.C. અને G.P.S.C. ના વર્ગો પી.પી. સવાણી સ્કૂલમાં શરૂ કર્યા. એમા પણ મને રસાયણશાસ્ત્ર શીખવવા બોલાવ્યો હતો.

તે સમયના મુખ્ય પ્રધાન શ્રી અમરસિંહ ચૌધરી સાથે, એમના ભાઈ હર્ષદભાઈને કારણે, એમના નિકટના સંબંધ હતા, પણ એ સંબંધોનો એમણે કોઈ લાભ લીધો નહીં.

એઓ કોઈની પણ શેહ-શરમ વિના કામ કરતાં અને જીવનનાં છેલ્લા શ્વાસ સુધી સક્રિય રહ્યાં. 88 વર્ષે એમની વિદાય આઘાતજનક કહેવાય, પરંતુ દરેકે આ દુનિયાનો ત્યાગ કરવાનો જ છે, એ નાતે યોગ્ય કહેવાય.

પ્રભુ દિવંગત આત્માને ચિર શાંતિ આપે એવી અભ્યાર્થના સાથે વિરમું છું.





13 ફેબ્રુઆરી, મંગળવાર, 2024ના રોજ આદરણીય ગણિતશાસ્ત્રી પ્રો.એન.એલ.કળથિયા સાહેબશ્રીની ચિર વિદાયના સમાચાર સાંભળી અત્યંત દુઃખ થયું. આ દુઃખદ સમાચાર થકી એઓશ્રીના અનેક વિદ્યાર્થીઓ, સહ કાર્યકર્તાઓ, ગુજરાત ગણિતજગતના ગણિતજ્ઞો તેમજ સાહેબશ્રીના સંપર્કમાં આવનાર તમામ ગણિતરસિકોએ પણ આવીજ દુઃખદ લાગણી અનુભવી હશે.

સાહેબશ્રી સુરતની પ્રાદેશિક એન્જિનીયરીંગ કોલેજના ગણિત વિભાગમાં અધ્યાપક તરીકે 1967માં જોડાયા. વર્ષ 1971-73 દરમિયાન એમ.એસસી.ના ગણિતશાસ્ત્ર વિષયના વિદ્યાર્થી તરીકે પ્રથમ પરિચયમાં આવ્યો. એઓશ્રીનો પ્રખર પ્રભાવી અવાજ અને વિષયવસ્તુની રજૂઆતમાં હકારાત્મકતાથી હું ખૂબ જ પ્રભાવિત થયો. ગણિતના મુદ્દાઓની સાહજિક રીતે રજૂઆત તેમજ બ્લેકબોર્ડ પરનું સુસ્પષ્ટ લખાણ ખૂબ જ નોંધપાત્ર હતું.

સર પી.ટી. સાર્વજનિક કોલેજ ઓફ સાયન્સ, સુરતમાં ગણિત વિભાગમાં વ્યાખ્યાતા તરીકે હું જૂન 1973 માં જોડાયો. એ વિષયમાં વધુ અભ્યાસ કરવાની ધગશ અને તમન્ના હોવાને કારણે મારો ઘણો બધો સમય હાલની એસ.વી.એન.આઈ.ટી.ના ગણિત વિભાગમાં, વિશેષ કરીને સાહેબશ્રીના સાંનિધ્યમાં, પસાર થતો હતો. વર્ષ 1975-76 દરમિયાન દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં ગણિત વિભાગમાં એમ.ફીલ.નો અભ્યાસક્રમ શરૂ થયો. એ બે વર્ષના અભ્યાસક્રમમાં પ્રથમ વર્ષમાં એઓશ્રીનો સાચા અર્થમાં ગુરુજી તરીકે અહેસાસ થયો. એઓશ્રીની ગણિતશાસ્ત્ર વિષય વસ્તુની સુસ્પષ્ટ રજૂઆત તેમજ છણાવટ કુતૂહલતા ઉત્પન્ન કરતી હતી. આ રીતે એ અભ્યાસક્રમની પ્રથમ બેચમાં સાહેબશ્રીના માર્ગદર્શન હેઠળ O.R.માં નવેમ્બર 1978 માં એમ.ફીલ.ની પદવી પ્રાપ્ત કરી.

સાહેબશ્રીના માર્ગદર્શન હેઠળ અને અથાગ પ્રયત્નો હેઠળ ગણિતશાસ્ત્રમાં વધુ સંશોધન કરવા માટે યુનેસ્કોની શિષ્યવૃત્તિ મેળવી. I.C.T.P ની Advanced School of Physics, ઈટલીમાં નવેમ્બર 1978 થી ત્રણ વર્ષ માટે અનોખી તક સાંપડી હતી. એ સમયે સાહેબશ્રી તરફથી એ માહિતી સુરતના સમાચાર પત્રોમાં પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવી હતી. જે હસ્તપ્રતો આજે પણ મારી પાસે સચવાયેલી છે. એ બધું મારા માટે પ્રોત્સાહક હતું. આ બધા માટે સાહેબશ્રી પૂરેપૂરા હકદાર હતાં.

સાહેબશ્રીના માર્ગદર્શન હેઠળ સંશોધન કરવાની શરૂઆત કરવામાં આવી. સાહેબશ્રી સાથેનું પ્રથમ સંશોધનપત્ર “existence and Uniqueness of a Solution for the boundary layer flow of the incompressible pseudo plastic fluid” accepted for presentation of the 4<sup>th</sup> international conference on and boarday and interior computational and asymptotic method 7-11 July, 1986 Novosibirsk, USSR.

સુરતની એમ.ટી.બી. આર્ટ્સ કોલેજમાં IGNOU નું સ્ટડીસેન્ટર ઘણા લાંબા સમયથી કાર્યરત છે. એ સ્ટડીસેન્ટરમાં સાહેબશ્રીએ ગણિત વિષયના તેમજ એમ.બી.એ.ના કેટલાક અભ્યાસક્રમો માટે IGNOU ના Approved Councillor તરીકે ઘણા વર્ષો સુધી સેવા બજાવી હતી. વધુમાં એ જ સેન્ટરમાં સેન્ટરના Assistant Co-Ordinator તરીકે પણ કાર્યરત

હતા. સદનસીબે એ બધાં નવાં ક્ષેત્રોમાં સાહેબશ્રી જોડે કામ કરવાની તક મળી એ મારું અહોભાગ્ય છે જે કદીએ ભૂલાય એમ નથી.

ગુજરાતના ગણિત જગતમાં એક ઉત્તમ પ્રાધ્યાપક, વિદ્વાન સંશોધક અને અસરકારક વક્તા તરીકે સાહેબશ્રીની ગણના હતી. ઉપરાંત સાહેબશ્રીનું ગણિત શિક્ષણ, સંશોધન તથા ગણિતના પ્રચાર-પ્રસારની પ્રવૃત્તિઓમાં અનેરું યોદ્ધાગાન હતું. સાહેબશ્રીના અન્ય પાસાંઓનો પણ અનુભવ થયો. ગણિત વિષયના રાજ્ય કે રાષ્ટ્રીય કક્ષાના સમારંભો તેમજ સામાજિક પ્રસંગોમાં પણ અમારું એકબીજાને મળવાનું થતું હતું. એ દરમિયાન સામાન્ય ગરીબ વિદ્યાર્થીઓ કે સમાજના સામાન્ય વ્યક્તિ માટે પણ સાહેબશ્રીની ઉદાર ભાવના, મિલનસાર સ્વભાવ અને મદદરૂપ થવાની ભાવનાઓનો પણ અનુભવ થયો. સાહેબશ્રી તરફથી મને મળેલ પ્રેરણા, પ્રોત્સાહન, માર્ગદર્શન, મદદ અને હૂંફ કદીએ ભૂલી શકાય એમ નથી. મારી માફક અન્યને પણ સાહેબશ્રી તરફથી એ બધું તથા વધારાનું મળ્યું હશે તેમાં શંકાને સ્થાન નથી. પરમકૃપાળુ પરમેશ્વર સ્વર્ગસ્થને ચિર:શાંતિ અર્પે તેવી અભ્યર્થના સહ સાહેબશ્રીને કોટિ કોટિ વંદન.



## વર્તમાનપત્રોમાં પ્રા. કલથિયા સાહેબ

Sandesh Dt. 21-9-75



સુરતની રિવિયોનલ એન્જિનિયરિંગ કોલેજના ગણિત શાસ્ત્રના પ્રધ્યાપક ડૉ. એન. એલ. કલથિયા પી. એચ. ડી. ના અભ્યાસ અંગે ઈન્ડિયન ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ટેકનોલોજી કાનપુર ખાતે ગયા હતા ત્યાં આગળ તેમણે "લેમીનાર ગ્રેડસ એન્ડ ફ્લો ઓવર એ વેલ" પર મહાનિબંધ લખી ગણિતશાસ્ત્રમાં પી. એચ. ડી. ની. ડિગ્રી પ્રાપ્ત કરી છે.

Gujarat Mitra  
Dt. 14-11-1982

ડૉ. કલથિયાનો શૈક્ષણિક પ્રવાસ

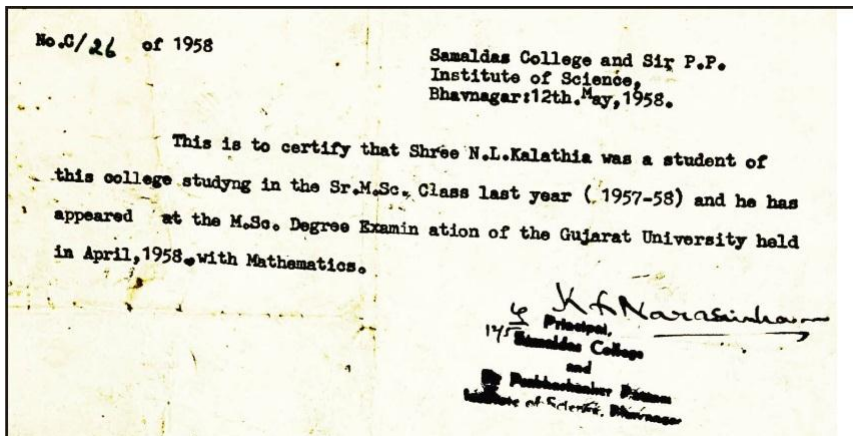
સુરત : અત્રેની એસ. ડી. ઝાર. એન્જિનિયરિંગ કોલેજના ગણિત-શાસ્ત્રના પ્રધ્યાપક ડૉ. એસ. એલ. કલથિયા ઈટલીમાં ટૂંકાં ખાતે આગામી તા. ૧૫મી થી થતુ ભારત ઓટમ સ્કૂલમાં ભાગ લેવા ઈટલી જવા રવાના થયા છે. આ સ્કૂલમાં આખી દુનિયામાંની લગભગ પચાસેક અધ્યાપકો ભાગ લેશે તે પૈકી ભારતભરમાંથી ભાગ લેનાર કલથિયા એકમાત્ર અધ્યાપક છે. આ ઓટમ સ્કૂલ પુરી થયા પછી ડૉ. કલથિયા ઈંગ્લેન્ડની વેલ્સ યુનિવર્સિટી અને અમેરિકા તથા કેનેડાની શૈક્ષણિક સંસ્થાઓની મુલાકાત લઈ ત્યાં સંશોધન સંબંધી વ્યાખ્યાનો આપશે.

કોલેજના પ્રથમ વર્ષ (પ્રિ-સાયન્સ) માં જેમના શિક્ષણ અને સૌજન્યથી અમે પ્રભાવિત થયેલાં, તેવા મુ. કલથિયા સાહેબના નિધનથી ગુજરાત ગણિત મંડળ અને ગણિત જગતને મોટી ખોટ પડી છે.

અમને તેમની પાસે ભણવાનું સદ્ભાગ્ય માત્ર એક વર્ષ અને પછી એકાદ-બે મહિના જ મળેલું, કારણ કે તેઓ ભાવનગરની કોલેજ છોડીને આગળ અભ્યાસાર્થે ગયા હતા. પરંતુ તેમની પાસે શીખેલા કલનશાસ્ત્રના મૂળભૂત ખ્યાલો, શ્રેણીઓ વગેરેએ ગણિત વિષે વિશેષ ઊંડો રસ જાગૃત કર્યો હતો. તેઓ આદર્શ અને સજ્જ શિક્ષક હતા. તે સમયે પાઠ્યપુસ્તકોમાં વિપુલ પ્રમાણમાં દાખલાઓ (મનોયત્ન) હતા અને અમે તે ઉકેલવા પ્રયત્ન કરતાં, ક્યારેક તકલીફ પડે એટલે સાહેબ તેમની ઓફિસમાં, લોબીમાં જ્યાં મળે ત્યાં તેમને પૂછતાં. તેઓ હંમેશા હસતા મોઢે અમને મદદ કરતા, જે તેમનો એક દુર્લભ ગુણ હતો.

તે સમયે આદરણીય પ્રા. રાવ સાહેબ અમારી કોલેજમાં પ્રિન્સીપાલ હતાં. તેમના નેતૃત્વ હેઠળ ભાવનગર ગણિત મંડળ શરૂ થયું હશે તેમ માનું છું. એક વખત મંડળનો કાર્યક્રમ અમારી કોલેજમાં હતો. (સાંજે કોલેજ છૂટ્યા પછી) તેના વિષે નોટીસ જોઈને અમે સાહેબને પૂછ્યું : ‘અમે આવી શકીએ?’ તેમણે રાજી થઈને હા પાડી. બહુ તો યાદ નથી, પણ રાવ સાહેબે 12 દડાના કોયડાની ચર્ચા કરેલી તેવું સ્મરણમાં છે. બીજો એક કાર્યક્રમ આદરણીય વૈદ્ય સાહેબના વ્યાખ્યાનનો હતો, તેમાં પણ અમે ગયેલાં. તેમણે સંખ્યાઓ વિશે વાત કરેલી. અલબત્ત એ વખતે એમાંથી કેટલું સમજાયું હશે તે ખબર નથી. પણ એક રોમાંચ અનુભવેલો. થયું એવું કે વર્ષાન્તે રાવસાહેબ અને પછીના બે મહિનામાં કલથિયાસાહેબે ભાવનગર છોડ્યું. પછી કોઈ ઉત્સાહી શાળા શિક્ષકે પ્રવૃત્તિ ચાલુ રાખી હોય તો જાણ નથી.

સ્વ.કલથિયાસાહેબ સંયુક્ત પરિવારમાં રહેતા, પણ રજાના દિવસે પણ તેમના ઘરે અમે નિઃસંકોચ શીખવા જતાં અને એમના કુટુંબીજનો પણ ઉમળકાથી આવકારતાં. તેમણે ભાવનગર છોડ્યું પછી વચ્ચે ઘરે આવ્યા હોય તો મળવા જવાનું થતું. પરંતુ પછી ઘણાં વર્ષો સક્રિય સંપર્ક જળવાયો ન હતો. તેઓના દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં જોડાયા પછી પરીક્ષા કે સેમિનાર-કોન્ફરન્સ માં સંપર્ક થતો રહ્યો. તેમણે દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિત વિભાગના વિકાસમાં ઘણું યોગદાન આપ્યું છે. પરમકૃપાળુ પરમાત્મા સ્વર્ગસ્થના આત્માને શાંતિ અર્પે એ જ પ્રાર્થના.



ગુજરાતના પ્રથમ હરોળના ગણિતશાસ્ત્રીઓમાં જેમની ગણના કરી શકાય તેવા પ્રખર ગણિતજ્ઞ પ્રધ્યાપક ડૉ. નટવરલાલ એલ. કળથિયા એ 13 ફેબ્રુઆરી 2024 નાં રોજ 88 વર્ષની વયે આપણી વચ્ચેથી વિદાય લઈ લીધી છે. અનન્ય કાર્યદક્ષતા ધરાવતા કળથિયા સાહેબ પાસે વર્ગખંડમાં ભણવાનો તથા તેમના વડપણ હેઠળ કાર્ય કરવાનો મને લહાવો મળ્યો છે અને તેમની વહીવટી કુશળતા પરથી મને ઘણું શીખવા મળ્યું છે. દરરોજ સવારે પોતાની ઓફિસમાં આવે ત્યારે દિવસ દરમિયાન હાથ પર લેવાનાં કામની યાદી બનાવીને તેઓ લાવે અને તે મુજબ પ્રત્યેક કામને પ્રાથમિકતા આપે. તેમની આ આદતને મેં પણ અપનાવી છે અને હવે તો તે મારી ટેવ બની ગઈ છે.

હું અને મારી પત્ની દર્શના-બન્ને તેમના વિદ્યાર્થી રહી ચૂક્યાં છીએ અને ત્યારબાદ ત્રણ દાયકાથી વધુ સમય સુધી તેમની સાથે ધરોબો કેળવાયેલ રહ્યો હતો. કળથિયા સાહેબ અને તેમના ધર્મપત્ની ઉષાબહેન સાથે કેટલીયે વાર તેમના ઘરે ગણિત સિવાયની વાતો કરવાનું સદભાગ્ય પ્રાપ્ત થયું છે. આવા ‘અંગત સ્વજન’ ને ગુમાવવાની વેદના શબ્દોમાં વર્ણવવી સહેલી નથી.

કળથિયા સાહેબનો પહેલો પરિચય મને વર્ષ 1987માં અનુસ્નાતકના પ્રથમ વર્ષના વિદ્યાર્થી તરીકે થયો હતો તે સમયે તેઓ દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટી (દ.ગુ.યુ.), સુરતના ગણિતશાસ્ત્ર વિભાગના અધ્યક્ષ હતા અને થોડાક મહિના પહેલાં જ આ પદ પર નિમણૂક પામ્યા હતા. વર્ષ 1988-89 દરમિયાન GS બન્યા બાદ મારી તેમની સાથે ઘણી મુલાકાતો થતી હતી. તેમણે કેટલીયે નવી પ્રવૃત્તિઓ કરવા માટે મને ખૂબ જ સહજતાથી પરવાનગી આપી હતી.

બે વર્ષના મારા B.Sc.ના અભ્યાસ દરમિયાન બે શિક્ષકોએ મારા માનસપટ પર ભૂંસી ન શકાય તેવી અસીમ છાપ છોડી હતી. તેમાંનાં એક હતા વિજયભાઈ જોષી (જેઓ આગળ જઈને મારા Ph.D.કાર્યના માર્ગદર્શક બન્યા હતા), અને બીજા હતાં પ્રૉ. એન.એલ.કળથિયા. આ બન્ને શિક્ષકોની ભણાવવાની શૈલીએ જ મને આગળ જતાં શૈક્ષણિક ક્ષેત્રમાં કારકિર્દી બનાવવા પ્રેર્યો હતો. નખશિખ સજ્જન, વિનમ્ર અને પોતાની વિદ્વત્તાનો આંચળો સહજપણે ઉતારી દઈને વિદ્યાર્થીઓ સાથે સહજતાથી હળીમળીને શિક્ષણ આપતા આ બન્ને શિક્ષકોને યાદ કરીને આજે પણ શ્રદ્ધાથી માથું ઝૂકી જાય છે.

ડૉ. નટવરભાઈ કળથિયાનો જન્મ ભાવનગરમાં 14 મી માર્ચ 1936 ના રોજ થયો હતો. શ્રી લાલજીભાઈ કળથિયાના જયેજ પુત્ર શ્રી નટુભાઈ એમના વર્તુળમાં મોટાભાઈના નામે ઓળખાતા હતા. ઠેઠ બચપણથી એમનામાં અતૂટ ખંત અને ધીરજ સમાયેલાં હતાં. જીવનમાં કશુંક કરી બતાવવાની તીવ્ર આકાંક્ષાને લીધે એમણે સામાન્ય નોકરી કરતાં કરતાં અભ્યાસ કર્યો. વર્ષ 1956માં ગણિતશાસ્ત્ર સાથે ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાંથી સ્નાતક થયા. ત્યારબાદ 1958માં એ જ યુનિવર્સિટીમાંથી અનુસ્નાતકની પદવી મેળવી. ત્યારબાદ તરત જ તેઓ ગુજરાત કોલેજ અમદાવાદમાં અધ્યાપક તરીકે જોડાયા. એ સાથે તેઓએ પોતાના પસંદગીના ક્ષેત્ર પ્રયોજિત ગણિતશાસ્ત્ર (Applied mathematics) નો અભ્યાસ શરૂ કર્યો અને વર્ષ 1960માં તેઓએ ફરીવાર M.Sc. ની પદવી મેળવી.



થોડો સમય પાટણ કોલેજમાં અધ્યાપન કાર્ય કર્યા પછી ભાવનગરની સર પી.પી. ઈન્સ્ટિટ્યુટ ઓફ સાયન્સમાં અધ્યાપક તરીકે જોડાયા. ત્યાં સતત સાત વર્ષ રહ્યા પછી તેઓ સુરતની રિજીયોનલ એન્જિનીયરીંગ કોલેજ (હાલની SVNIT) માં પ્રાધ્યાપક તરીકે જોડાયા. તે સમયે તેમને કેલિફોર્નિયા, (USA) ની સ્ટેનફર્ડ યુનિવર્સિટીમાં જોડાવા માટેનો નિમણૂક પત્ર પણ મળ્યો હતો. પરંતુ નિયતિએ તેમના માટે કંઈક અલગ જ વિચાર્યું હતું. તેઓએ આ ઓફરનો અસ્વીકાર કર્યો અને સુરતને પોતાની કર્મભૂમિ બનાવવાનું નક્કી કર્યું ! આમ, ગુજરાતને આવનારા વર્ષોમાં તેમની વિદ્વત્તાનો લાભ આપવાના માર્ગ પર તેઓ ચાલી નીકળ્યાં.

1960-70 ના દાયકામાં નવા ગણિતનો જોરદાર પવન ફૂંકાઈ રહ્યો હતો. એ સમગાળામાં ગુજરાતમાં શાળા કક્ષાથી સ્નાતક કક્ષાના વિષયો માટેનાં પુસ્તકો તૈયાર કરવાનું કાર્ય થતું હતું. તે સમયે ડૉ. કળથિયા એ સ્નાતક કક્ષાએ તે સમયના ગણિતનાં નવાં વિષયાંગો પર કટલાંચે પુસ્તકોમાં પ્રકરણો લખ્યાં હતાં.

સુરતની રિજીયોનલ એન્જિનીયરીંગ કોલેજમાંથી Quality improvement program હેઠળ ડૉ. કળથિયા Ph.D. ના અભ્યાસ માટે I.I.T., કાનપુરમાં ગયા. ત્યાં ખ્યાતનામ ગણિતશાસ્ત્રી ડૉ. આર.કે.જૈનના માર્ગદર્શન હેઠળ વર્ષ 1975માં સૌથી ટૂંકાગાળામાં (18 મહિનામાં) Ph.D. ની પદવી મેળવી.

ત્યારબાદ પાછા આવી તેઓએ સંશોધન પ્રવૃત્તિને વધુ વેગ આપ્યો. તેમના માર્ગદર્શન હેઠળ એન્જિનીયરીંગ કોલેજમાંથી 11 વિદ્યાર્થીઓએ M.Phil. અને 4 વિદ્યાર્થીઓએ Ph.D. પદવી મેળવી. આ દરમિયાન તેઓએ અનેક રિસર્ચ પ્રોજેક્ટો સફળતાપૂર્વક પાર પાડ્યા.

વર્ષ 1981 માં તેમનાં બે સંશોધનપત્રોને હરિઓમ આશ્રમ એવોર્ડ એનાયત કરવામાં આવ્યો હતો. વર્ષ 1982 થી તેઓએ સુગણિતમ્ માટે લેખ લખવાનું શરૂ કર્યું હતું.

વર્ષ 1987 પહેલાં દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિતશાસ્ત્ર અને આંકડાશાસ્ત્રના સંયુક્ત વિભાગમાં ગણિતશાસ્ત્રનો હવાલો પ્રા.અરૂણભાઈ વૈદ્ય સંભાળતા હતા. અરૂણભાઈ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં જોડાયા અને એ દરમિયાન ગણિતશાસ્ત્ર વિભાગે સ્વતંત્ર રીતે કાર્ય કરવાનું શરૂ કર્યું હતું જેના ઈન્ચાર્જ અધ્યક્ષ પ્રૉ. વિજય. જોષી હતા. તે સમયે 1987માં ડૉ. કળથિયા દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં ગણિતશાસ્ત્રના પ્રાધ્યાપક અને વિભાગના વડા તરીકે નિયુક્ત થયા.

ત્યાં તેઓએ કમ્પ્યુટર સાયન્સમાં અનુસ્નાતક ડિપ્લોમા તથા અનુસ્નાતક કક્ષાના MCA જેવા અભ્યાસક્રમો શરૂ કર્યા. યુનિવર્સિટીના વિવિધ અધિકારમંડળોમાં તેઓએ યશસ્વી કામગીરી બજાવી. આ ઉપરાંત યુનિવર્સિટીના વિજ્ઞાન વિદ્યાશાખાના ડીન તથા સિન્ડિકેટ સભ્ય તરીકે પણ તેઓ ચૂંટાયા હતા.

ચીવટ, હંમેશાં સહકાર આપવાની પ્રકૃતિ તથા વિભાગના સર્વેને સાથે લઈને ચાલવાના સ્વભાવના કારણસર તેઓએ દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિતશાસ્ત્ર વિભાગને ગુજરાતના અગ્રગણ્ય વિભાગોની હરોળમાં સ્થાન અપાવ્યું હતું. તેઓ નાનામાં નાના વ્યક્તિને પણ પૂરતા માનથી બોલાવતા. આ કારણસર તેઓ વિદ્યાર્થી જગતમાં અત્યંત લોકપ્રિય બન્યા હતા.

વર્ષ 1988માં તેમની પ્રેરણાથી જ મેં કુરુક્ષેત્ર મુકામે આયોજિત 21 દિવસની સમર સ્કૂલ માટે આવેદન કર્યું હતું અને તે માટે મારી પસંદગી થયા બાદ સફળતા પૂર્વક તેમાં ભાગ પણ લીધો હતો.



વર્ષ 1990 માં Indian Mathematical Societyના વાર્ષિક અધિવેશનનું સ્થાનિક મંત્રી તરીકે પોતાના વિભાગમાં આયોજન કરીને તેઓએ રાષ્ટ્રીય કક્ષાએ પ્રસિદ્ધિ પ્રાપ્ત કરી હતી. આ જ સમયગાળામાં વર્ષ 1991-93 દરમિયાન ત્રણ વર્ષ માટે મને તેઓના માર્ગદર્શન હેઠળ દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં એડહોક અધ્યાપક તરીકે કાર્ય કરવાનો લ્હાવો મળ્યો હતો.

ડૉ.કળથિયાનું સોશોધનકાર્ય મુખ્યત્વે Fluid Mechanics, Operation Reaserch અને Computer Science જેવા વિષયોમાં રહેલું હતું. દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં આવ્યા બાદ પણ તેઓએ કેટલાય વિદ્યાર્થીઓને M.Phil. તથા Ph.D. ના કાર્ય માટે માર્ગદર્શન આપ્યું હતું. તેઓએ તેમના સંશોધનકાળ દરમિયાન 50 થી વધુ સંશોધનપત્રો પ્રગટ કર્યા હતાં.

ગુજરાત ગણિત મંડળ G.G.M સાથે ડૉ. કળથિયાનો લગાવ અત્યંત ઘનિષ્ટ હતો. જાન્યુઆરી 1965 માં G.G.M ના બંધારણની રચના થઈ હતી. ત્યારે તેઓ મંડળની વહીવટી સમિતીના મંત્રી બન્યા હતા અને G.G.M નાં કાર્યો સાથે ગાઢ રીતે સંકળાયા હતા. વર્ષ 1978-79 દરમિયાન તેઓ G.G.M ના મંત્રી બન્યા હતા અને વર્ષ 1993 માં તેઓએ મંડળના પ્રમુખ તરીકે પણ કામગીરી કરી હતી. વર્ષ 1995માં પી.ટી. સાયન્સ કોલેજ, સુરતના ગણિતશાસ્ત્ર વિભાગના અધ્યક્ષ પ્રા.બાબુભાઈ કાયસ્થ સાથે મળીને સ્થાનિક મંત્રી તરીકે મંડળના 31-32મા વાર્ષિક અધિવેશનનું પી.ટી. સાયન્સ કોલેજ, સુરત મુકામે ખૂબ જ સુંદર આયોજન કર્યું હતું. વર્ષ 1982 થી શરૂ કરીને વર્ષ 2023 સુધી સુગણિતમ્ માટે તેઓએ અવાર-નવાર સુંદર લેખો લખ્યા હતા. તેઓએ જીવનનાં 75 વર્ષ પૂર્ણ કર્યા ત્યારે G.G.Mએ વાર્ષિક અધિવેશન દરમિયાન આ પ્રસંગની વિશેષ ઉજવણી પણ કરી હતી.

વર્ષ 1996માં સેવા નિવૃત્ત થયા બાદ તેઓએ M.T.B. Arts Collage સુરતમાં IGNOUના કાર્યરત સ્ટડી સેન્ટરના Academic Counellar તરીકે સેવાઓ આપી હતી. આગળ જતાં તેઓ આ સેન્ટરના Co-ordinator બન્યા હતા.

ડૉ.કળથિયા રાષ્ટ્રની પ્રથમ અને મોટામાં મોટી કમ્પ્યુટર વ્યવસાયીઓની સંસ્થા Computer Socceity of India (CSI) સાથે પણ ગાઢ રીતે સંકળાયેલા હતા. સેવા નિવૃત્તિ બાદ તેઓએ CSIના સેવાકેન્દ્ર ખાતે વિદ્યાર્થીઓ માટે કમ્પ્યુટર સાયન્સ વિષયમાં U.G.C. NET. પરીક્ષાઓની તૈયારીઓ માટે વર્ગો શરૂ કર્યા હતા અને વર્ષો સુધી આ વર્ગોનું સંચાલન પણ કર્યું હતું.

આ ઉપરાંત સુરતના મીની સૌરાષ્ટ્ર સમા વિસ્તાર વરાછા ખાતે I.A.S./I.P.S.ની તૈયારી માટેના તાલીમ વર્ગોનું પણ લાંબા સમય સુધી તેઓએ સંચાલન કર્યું હતું.

એક સમયની ભારતની સૌથી મોટી પરોપકારી સંસ્થા એવી સુરતની સાર્વજનિક એજ્યુકેશન સોસાયટી (SES) સાથે પણ તેઓ સેવા નિવૃત્તિ બાદ સંકળાયેલા હતા. વર્ષ 1999માં SES દ્વારા સંચાલિત Shree Ramkrishna Institute of Computer Education and Applied Sciencesની સ્થાપનામાં તેમનો નોંધપાત્ર ફાળો રહ્યો હતો.

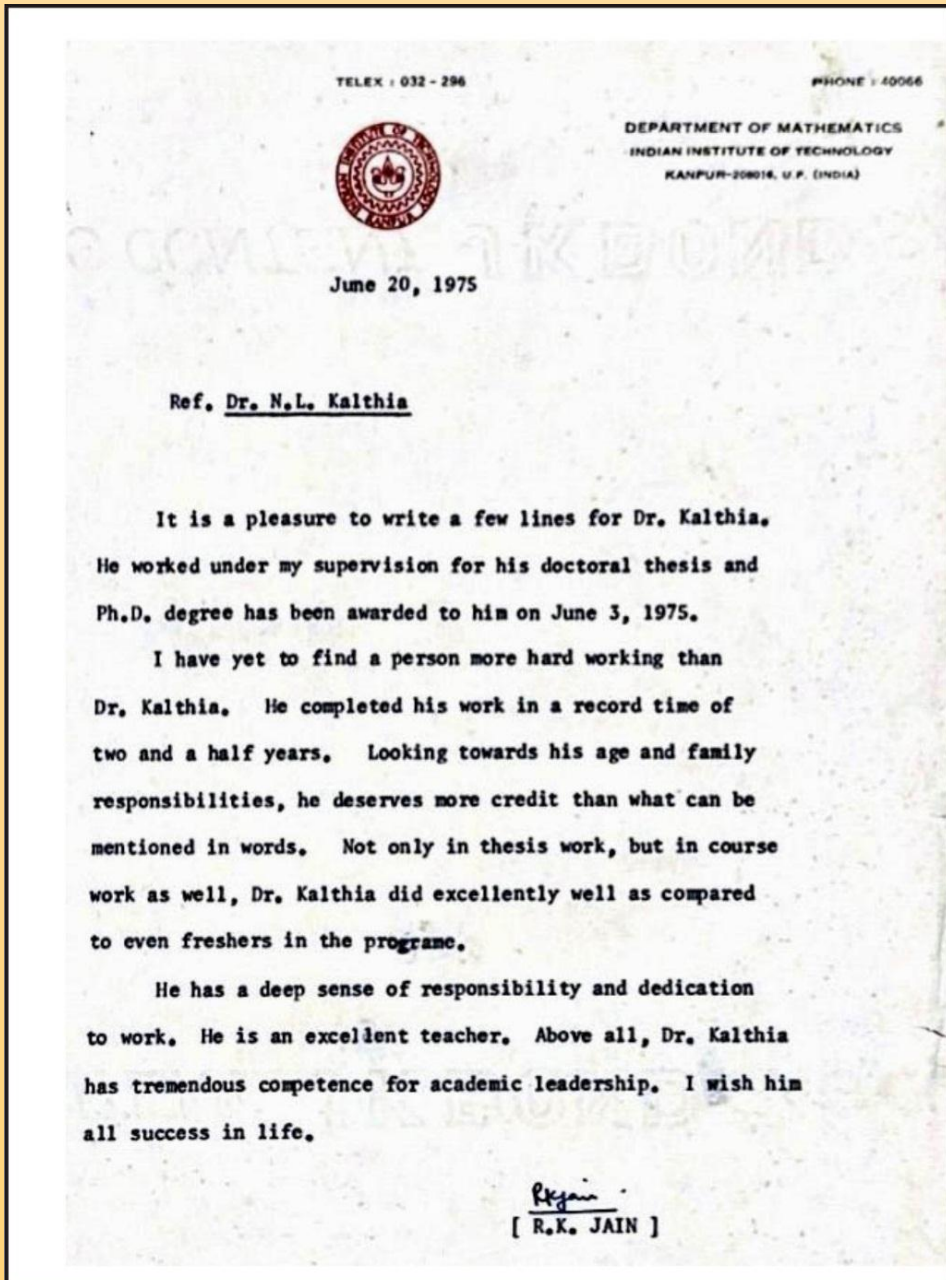
સ્વબળે આગળ વધનાર, અત્યંત ઉદ્યમી એવા ડૉ.કળથિયા સિદ્ધિ પ્રેરણા અને Enterprenueurshipનું એક અજોડ ઉદાહરણ છે.

જાન્યુઆરી 2024 માં ડૉ. કળથિયાનું સ્વાસ્થ્ય કથળ્યું ત્યાં સુધી તેઓ ગણિત સાથે એક કે બીજી રીતે સંકળાયેલા રહ્યા હતા. તેમના સતત સક્રિય મગજમાં જ્યારે પણ કોઈ વિશેષ ખ્યાલ આવે ત્યારે તેઓ અચૂક મારી સાથે ફોન પર ચર્ચા કરતા.

તેમનો ફોન આવે ત્યારે પ્રેમાળ સ્વરમાં સૌથી પ્રથમ વાક્ય સાંભળવા મળતું કે, “દેવભદ્ર, તમે ગામમાં છો કે બહાર છો? અત્યારે વાત થઈ શકશે?”

ગુજરાતના ગણિત, શિક્ષણ અને સંશોધનમાં તથા અન્ય અનેક રીતે ડૉ. કળથિયાનું યોગદાન ઘણું મોટું અને દિશાસૂચક રહ્યું છે. તેમની પાસે મને ભણવા મળ્યું, સાથે કાર્ય કરવા મળ્યું, ગણિત સિવાયની પણ ઘણી વાતો શીખવા મળી. આ સૌભાગ્ય બક્ષવા બદલ હું ભગવાનનો આભાર માનું છું.

આવા કળથિયા સાહેબનો આત્મા પરમ શાંતિ પામે તથા તેમના પરિવારજનોને આ ખોટ સહન કરી શકે તેવી શક્તિ મળે એવી પરમ કૃપાળુ પરમાત્માને હૃદયપૂર્વક પ્રાર્થના.





Telegram: TECHNOLOGY  
POST-GRADUATE OFFICE

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY KANPUR  
111 POST OFFICE, KANPUR-208016, INDIA  
Telephone: 51122-28  
Telex-022-296

A/PG/Cert/210864/75  
Dated: 3rd June, 1975

THIS IS TO CERTIFY THAT SHRI KALTHIA NATVARLAL LALJIBHAI  
A Ph. D. STUDENT IN THE DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
HAS COMPLETED ALL THE REQUIREMENTS FOR THE Ph. D. DEGREE.  
THE AWARD OF THE Ph. D. DEGREE IS EFFECTIVE FROM 3rd June, 1975  
THE TITLE OF THE THESIS IS : "LAMINAR JETS AND FLOW OVER A WEDGE,  
SOME PROBLEMS"

*P. R. Singh*  
Superintendent  
Post Graduate Office,  
Students' Academic Affairs,  
Indian Institute of Technology,  
KANPUR.

TELEGRAM: TECHNOLOGY TELEK: 032-296 TELEPHONE: 51122-26

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY KANPUR  
111 POST OFFICE  
KANPUR-208016

P.R. Singh  
Chairman,  
Senate Post Graduate Committee

A/PG/210864/75 June 26, 1975


This is to certify that Shri Kalthia Natvarlal Laljibhai, 210864, joined the Ph.D. programme in Mathematics under Quality Improvement Programme on 2.8.72 and completed all the requirements for Ph.D. on 3.6.75.  
He is the first student who has completed the Ph.D. programme within the least possible period out of 68 students who have completed the Ph.D. programme in Mathematics at this Institute so far.

*P.R. Singh*  
(P.R. Singh)  
Chairman  
Senate Post Graduate Committee  
Indian Institute of Technology,  
KANPUR

THE BOARD OF GOVERNORS  
OF THE  
INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY KANPUR  
UPON THE RECOMMENDATION OF THE SENATE  
HEREBY CONFERS ON  
KALTHIA NATVARLAL LALJIBHAI  
THE DEGREE OF  
DOCTOR OF PHILOSOPHY  
WITH ALL THE HONOURS PRIVILEGES AND OBLIGATIONS THEREUNTO PERTAINING  
GIVEN AT KANPUR ON THIS TWENTYFIRST DAY OF FEBRUARY  
NINETEEN HUNDRED AND SEVENTY SIX

*P. R. Singh*  
CHAIRMAN  
SENATE

*P. R. Singh*  
CHAIRMAN  
BOARD OF GOVERNORS



પી. એચ. ડી. થયા  
૧૦-૨-૭૬



સુરતની વિજિયો-  
નલ એન્જિનિયરિંગ  
કોલેજના  
ગણિત શાસ્ત્રના  
પ્રાધ્યાપક  
એન. એલ.  
કલ્યાણી પી.  
એચ. ડી. ના  
અભ્યાસ અંગે  
ઈન્ડિયન ઈન્સ્ટી-  
ટ્યુટમાં ટેકનોલોજી કાનપુર ખાતે ગયા  
હતા ત્યાં સહી ગાદી વર્ષના ટૂંકા સમય  
માં સંશોધન કાર્ય પુરું કરી "દ્વિમીનાર  
લેટસ એન્ડ ફ્લો ઓવર એ વેજ" પર  
મહાનિબંધ લખી એમણે ગણિત-  
શાસ્ત્રમાં પી.એચ.ડી. ની ઉચ્ચી પ્રાપ્ત  
કરી છે. શ્રી. કલ્યાણીએ આ મહા-  
નિબંધ ડો.આર.કે.જોનના માર્ગદર્શન  
હેઠળ તૈયાર કર્યો હતો. ૦૩.૬

1975 માં મેં. M.Sc. કર્યું અને તરત જ એક શાળામાં જોડાયો. મનમાં Ph.D. કરીને કોલેજ કે યુનિવર્સિટીમાં જોડાવાનું સ્વપ્ન હતું. પરંતુ તે જ અરસામાં શરૂ થયેલી શિક્ષણની 10+2+3ની તરાહને કારણે કોલેજના અધ્યાપકોને શાળામાં મોકલતા હતા. આથી નવી ભરતીની કોઈ શક્યતા જ નહોતી. બે વર્ષ બાદ B.Ed. કરીને શાળામાં સ્થિર થયાં બાદ ફરીથી સંશોધનની ઈચ્છા સળવળી. એક તાલીમ કાર્યક્રમ દરમિયાન અમદાવાદના પ્રા.એચ.એન.રાવલ સાહેબે સુરતની S.V.R કોલેજ (હાલની SVNIT) માં જઈ પ્રા. કળથિયા સાહેબને મળવાની સલાહ આપી. ગયો, મળ્યો અને પ્રથમ મુલાકાતમાં જ એમણે મને વિદ્યાર્થી તરીકે સ્વીકાર્યો. સલાહ આપી કે પહેલાં M.Phil. કરો. Linear Programming અને Fluid Mechanics એમ બે પુસ્તકો આપીને કહ્યું કે બન્ને નો અભ્યાસ કરો, જેમાં રસ પડે તેમાં આગળ વધીશું. એક મહિના પછી મળવા આવજો. બીજી મુલાકાતમાં અમે O.R. માં કામ કરવાનું નક્કી કર્યું. 1989 માં મેં M.Phil. પૂર્ણ કર્યું ત્યારે શાળામાં કામ કરનાર શિક્ષક Maths. માં M.Phil. કરે એવો એ (કદાચ) પ્રથમ બનાવ હતો.

એ ત્રણ વર્ષના સમયગાળા દરમિયાન અમે અનેકવાર મળ્યા. સોમથી શનિના દિવસોમાં મારે રજા લઈને જવું પડે આથી સાહેબે મારા માટે શનિ-રવિ ફાળવ્યા! શનિવારે સાંજે ચારેક વાગ્યા પછી એમની ઓફિસમાં મને માર્ગદર્શન આપતા. SVNITના ગેસ્ટ હાઉસમાં મારા રાત્રી રોકાણની વ્યવસ્થા એમણે કરી આપી હતી. રવિવારે સવારે 9 થી 12 દરમિયાન તેઓ કોલેજ આવતા અને અમારી ચર્ચા ચાલતી. ક્યારેક અન્ય પ્રતિકૂળતા હોય તો મને એમના ઘરે બોલાવતા ! ત્યાં તો વળી જ્ઞાન સાથે ચા-નાસ્તો પણ મળે ! શિક્ષણ અને સંશોધનમાં એમનું સ્તર ખૂબ ઊંચું છતાં એટલો જ સહૃદયી આત્મીય વ્યવહાર-આ સમન્વય બધામાં નથી હોતો.

Ph.D. માટે પણ એમણે ખૂબ પ્રોત્સાહન આપ્યું. પરંતુ એક ટર્મ પૂરી થયાં બાદ પ્રતિકૂળ સંજોગોને કારણે મારે છોડવું પડ્યું. ત્યારે એમણે મને ગણિત શિક્ષણ માટે કામ કરતા રહેવાની સલાહ આપી હતી. “સુગણિતમ” માં મારો લેખ આવે કે અધિવેશનમાં મેં જાતે કે વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા કોઈ રજૂઆત કરી હોય તો અવશ્ય નોંધ લેતા. એમના થકી મને TIFR અને I.I.T. મુંબઈની વિશાળ લાઈબ્રેરીનો લાભ મળેલો. નિવૃત્તિ પછી પણ જ્યારે જ્યારે એમના ઘરે મળવા ગયો ત્યારે એટલા જ પ્રેમથી માથે હાથ મૂકતા. SVNIT અને યુનિવર્સિટી બંને જગ્યાએ એમની વ્યવસ્થાપન ક્ષમતા જોવાનો સમજવાનો લાભ મને મળ્યો છે. વિષય શિક્ષણમાં યુસ્ત અને બીજી તરફ આંખમાંથી વિચારને વાંચી લેવાની સહૃદયતા અને મદદ કરવાની તત્પરતા હમેશાં યાદ રહેશે. એમણે મને વિદ્યાર્થી તરીકે ન સ્વીકાર્યો હોત તો હું આજે મારા નામ પાછળ M.Phil. લખી શકું છું તે ન થયું હોત! પ્રભુ એમના આત્માને ચિર:શાંતિ આપે એવી પ્રાર્થના.



ઈ.સ. 1979 માં M.Sc. Part-I માં કલથિયા સર પાસે Mechanics શીખવાથી માંડીને ઈ.સ. 2018માં સરના મારા Ph.D.ના Studentના defenceમાં હાજર રહેવા સુધીનો ખૂબ ક્રિયાશીલ સંબંધ પ્રભુકૃપાએ મને પ્રાપ્ત થયો. વિદ્યાર્થીસહજ ડર અને સંકોચથી શરૂ થયેલો સંબંધ એક પિતાતુલ્ય વડીલ પાસે પોતાની અંગત સમસ્યાઓ પણ વ્યક્ત થઈ જ જાય એટલી આત્મીયતામાં પરિણમ્યો !

એક કર્મનિષ્ઠ અને સફળ શિક્ષક હોવા ઉપરાંત તેઓ ખુબ સારા administrator હતા એ વાત પણ બધાં સારી રીતે જાણે છે. મને સરનું સૌથી વધારે આકર્ષક પાસું લાગ્યું હોય તો તે એ છે કે તેઓ ખૂબ જ વત્સલ હતા ! લાગણીનો કોઈ ખોટો દેખાડો બતાવ્યા વગર એકદમ સહજ ભાવે, કોઈનું પણ કામ થતું હોય તો તરત કરી દેતા ! હું SCET માં અને સાહેબ SICE માં, છતાં બંને ભગિની સંસ્થાઓ. એટલે સરને અને મારે કોઈને કોઈ કારણસર મળવાનું રહેતું. જેમ કે SICE માં કોઈ maths teacher લાંબી રજા પર જવાના હોય કે, IGNOU માં કોઈ વિષય શીખવવા માટે કોઈની જરૂર હોય વિગેરે વિગેરે... સરની કેબિનમાં સર સાથે વાત કરતાં મેં ઘણીવાર જોયું હતું કે કોઈ ગમે એટલું ગુસ્સામાં આવ્યું હોય, પણ સર જરા પણ ગુસ્સે થયા વગર, એકદમ શાંતિથી પ્રશ્નનું નિરાકરણ લાવી દેતા ! જો કોઈ session માં તેઓ chair person હોય તો ગમે તેવા વિવાદનો, બધાંને માન્ય હોય તેવો, નિવેડો લાવી શકતા ! મેં એમને હંમેશાં, કોઈ Issue Create કરતાં નહીં, પણ resolve કરતાં જ જોયા હતા. પરિણામે નાનામાં નાનો માણસ પણ એમને દિલથી માન આપતો. તેમ છતાં સિધ્ધાંત માટે તેમને post છોડતાં પણ જોયા છે!

અરુણભાઈ વૈદ્ય સાહેબ અને વંદનાબેન, સુરતની મુલાકાતે આવ્યા હોય તો મેં હંમેશાં જોયું કે તેઓ કલથિયા સર અને ઉષાબેનને મળવા ચોક્કસ જતાં. હું અને મારો દીકરો બૈજુ, બંને થોડે દૂર બેસી તેઓની રાહ જોતાં, નોંધતા કે આ બંને કુટુંબ વચ્ચે ખૂબ ધનિષ્ઠ સંબંધ છે !

મારા દીકરા માટે તેઓ તેના બાળપણથી જ પ્રણેતા રહ્યા. તેની Career અંગે તો ઘણું guidance, આપતા, પણ એની લગ્ન વિષયક શોધખોળમાં પણ તેઓ ખાસ્સા અમારી પડખે રહ્યા !

સરે પોતાનાં બધાં પુસ્તકોનું લિસ્ટ બનાવી GGM ના શુપમાં મૂક્યું હતું. અને એક જાહેર ઈજન આપ્યું હતું કે જેમને જે પુસ્તક જોઈતું હોય તે પુસ્તકના નામ સાથે તેનું postal Address લખી મોકલે તો સર એને એ પુસ્તક મોકલી આપશે. આ એક અનુકરણીય અને પ્રસંશાપાત્ર કામ હતું.

સરના નિધનથી એક સુજ્ઞ ગણિતજ્ઞ, એક કર્મનિષ્ઠ વ્યક્તિ, એક પ્રેમાળ વડીલની ખોટ તો પડે જ છે. વૈદ્ય સર, જોશી સર અને કલથિયા સરને કારણે VNSGU ના મેથ્સ. ડિપાર્ટમેન્ટને જે ઊંચાઈ પ્રાપ્ત થઈ છે તે આપણે સૌ જાળવી શકીએ અને ડિપાર્ટમેન્ટને હજુ વધારે આગળ લઈ જઈ શકીએ તેવી અભ્યર્થના સાથે અહીં વિરમું છું.



## My Association with Prof. N.L. Kalathia

By: Dr. R. V. Mehta

Rtd. Professor, Dept. of Physics,  
M.K. Bhavnagar University, Bhavnagar (M) 7722043049

Over six decades ago, I first became acquainted with him along with another good friend, Shri Divyakant Trivedi (Academic Secretary, Gujarat School Textbook Board). Since then, we have met several times at his residence in Bhavnagar. At that time, he was a Mathematics lecturer while I was a Physics demonstrator at Sir P.P. Institute of Science, Bhavnagar. In 1963, I shifted to Ahmedabad for pursuing Ph.D. in Physics at Gujarat College and he was visiting IIT(Kanpur) during vacation period for Ph.D. in Mathematics.

During the years 1963-1967, he frequently visited Ahmedabad for his research work and stayed with me at the University Hostel. I remember those days. Several friends were coming to my room at evening and left at about 10 p.m. Kalathiasaheb also joined our chat. But when we go to sleep, he will start his study till late night. His hard work and commitment to fully utilize the time available to him left us all feeling impressed.

He started his career as Assistant Professor of Mathematics at Sardar Vallabhbhai Regional College of Engineering and Technology, Surat (now S.V.N.I.T.) and I joined as Associate lecturer of Physics at the same college. Our association has grown stronger. Families of Professor Kalathia, Prof. H.S. Shah, Dr. N.D. Naik, Dr. K.K. Desai and myself and we had developed family ties and often met over lunch or dinner during birthdays of our children and other festivals. I have a sweet memory of his hospitality when I stayed with him for nearly two months. Mrs. Ushababen and all the family members treated me as their family member.

I am indebted to him for giving me opportunities to deliver lectures on theoretical aspects of magnetic fluids at the workshops, summer schools, organized by him. Afterwards he joined as professor of Mathematics at South Gujarat University, Surat. Even then our association was not diminished. There, he introduced post-graduate diploma in Computer Applications-which proved to be job-oriented course. After few years he also started B.C.A. and M.C.A. courses. He was also very much active in improving overall education in Mathematics and if I am not mistaken, he organized meetings of Gujarat Ganit Mandal and wrote articles in Suganitam. He was loved by all the students and teachers who came into his contact. To his students and their parents, he was providing guidance for their careers. He has also offered his expertise in social and religious activities. I know these since he wrote and send me to verify few articles on quantum mechanics and religion. His involvements in such activities continued till his last years. Our association continued even after I joined as Professor of Physics at the M.K. Bhavnagar University, Bhavnagar.

The last time I saw him was during his hospital stay and on life support. Regrettably he could not recover. We will all feel the absence of him.

## **Tribute by: Shri. Anupam Desai, Surat**

(Passout Electrical Engineering in 1972 from SVRCET, Surat)  
Ex-General Manager (Marketing), Indian Petrochemicals Corporation Ltd.  
Mob: 9998979352 Email: Anupam\_n\_desai@yahoo.com

Professor Kalathia Saheb was an excellent Maths. teacher. His teaching style was so superb that we could learn the subject chapters lifelong. In my final year B.E., I had taken up project assignment on subject Boolean Matrices (mix of Boolean Electronics and Matrix of Maths) under the guidance of Prof. Kalathia. Later on, after many years, I happened to meet him at Valsad station and he remembered me as one of the two students who had taken up project based on Mathematics.

I passed B.E. (Electrical) in 1972 from SVR College of Engg. & Tech., Surat. I had Engineering Mathematics subject upto B.E.III in 1970 and last 2 years of B.E.IV and B.E.V only subjects related to Electrical Engineering. I worked in Gujarat Electricity Board in Ankleshwar subdivision in 1977 - 1978.

I lived in Poornima Society, Ghod Dod Road, Surat and used to make up-down trips by train to Ankleshwar. My third door neighbor's younger brother was studying Civil Engineering in Morbi College. During first semester, he failed in Maths paper. During second semester he could not clear Maths paper of first semester and he failed in Maths paper of second semester also. He was allowed to keep terms. (ATKT). During second year he could not clear his ATKT and failed in Maths 3rd paper also. So, he had to stay home and could not attend college till he clear earlier papers.

He came to Surat at his brother's place for study. I taught him Engineering Mathematics exactly as per the style of Prof. Kalathia on 2nd & 4th Saturdays and Sundays mornings. I would get up at 5 AM to refresh the chapters that I was going to teach him. I taught him Maths after almost 7 years after my last study of Maths, but Prof. Kalathia had taught us in such a way that one can remember it lifelong.

The young boy went back to Morbi and cleared all 3 maths papers. In due course of time, he passed B.E. (Civil), joined PWD and was posted in Vadodara. In the meantime, I had got job in Indian Petrochemicals Corporation Limited, Vadodara and I was staying in IPCL township. He came to meet me in IPCL township and expressed his gratitude for helping him clear all Maths papers. It was a voluntary service free of charge, which gave me lot of satisfaction.

## **Tribute by: Shri Ashok Patel, London**

(Passout Civil 1973, SVRCET)

Prof. Kalathia was a remarkable and unique person. There are many students who learnt under the guidance of Prof. Kalathia and became key person in their profession. I am sure Prof. Kalathia's soul must be happy and peaceful to guide those Lucky students.

## Tribute by: Dr. Sudhanshu A. Pota (Student of 70s)

Retd. Chief Engineer, Madhya Gujarat Vij Co, Ltd.

Mob: 9879547252 Email: sap7852@yahoo.co.uk

It was a routine day in my life at the Sardar Vallabhbhai Regional College of Engineering & Technology, Surat when I received a Post Card from my Masa from Bhavnagar. It contained such wonderful news which was to give me a boon from the great God in the name of Kalathia Sir. Masaji gave reference of Sir as his childhood friend and mentioned that his family is known as self-made family in Bhavnagar. Immediately I contacted Sir and shown the Postcard. He was very happy and told me to approach him for any difficulty. That was the beginning of our beautiful relationship. This was his humanitarian side of personality.

As far as Teaching is concerned, I grade him number one Professor out of all professors who have taught me throughout my academic career. Mathematics is a subject which requires practice at home for getting confidence to solve the problems in the exams, but it was his excellency that we could directly solve problems in the exams after attending his lectures. I don't remember that I have missed his single lecture. Because of his teaching, Maths. became an interesting subject for me at least in his paper. His house door was always open for me for any difficulty in the subject. At the same time his loving and caring nature never gave feeling that I am far away from my family.

I would like to mention his immense help to me regarding books during my five years study at the college. He was in charge of Book Bank in the college which used to issue 2 books per year to needy students. I requested him that because of financial condition it was not possible for me to purchase text books from market. He assured me not to worry and immediately called clerk and instructed him to provide me all the required books. He proved God for me and let me reveal one record that I might be the only student on this Earth who did not spend any money for purchasing books in the engineering studies. It was his bounty that I could complete my studies without any problem. I don't consider him as a person but he was a divine personality who had come from heaven to help all needy persons, like me, as representative of great God.

We were not in contact for few years. One day I received his letter wherein he mentioned that he found my address in his diary and wrote the letter asking me for my contact number. I immediately called him and he was very pleased to talk to me. That particular moment gave me immense pleasure to get his contact again which we maintained till his departure.

When he planned to shift to Bhavnagar, I had promised him to visit him at Bhavnagar after he settles there. I am very sorry to feel that without him now my visit to Bhavnagar would be very painful. I don't have words to express his greatness. I still remember his happiness over phone call to talk to old students. Now I won't be able to hear that heavenly voice of my dear Professor Kalathia sir. He was beyond any praise. I think so many times that because of my good karma of last birth I could get his love and blessings in this birth. I am sure that physically he is not there, but spiritually he will be guiding all of us in the difficult time of our life. His departure for heavenly abode is irreparable loss for all of us and particularly I shall be missing him heavily in my life. Mathematics also lost one of its rare masters in this world.

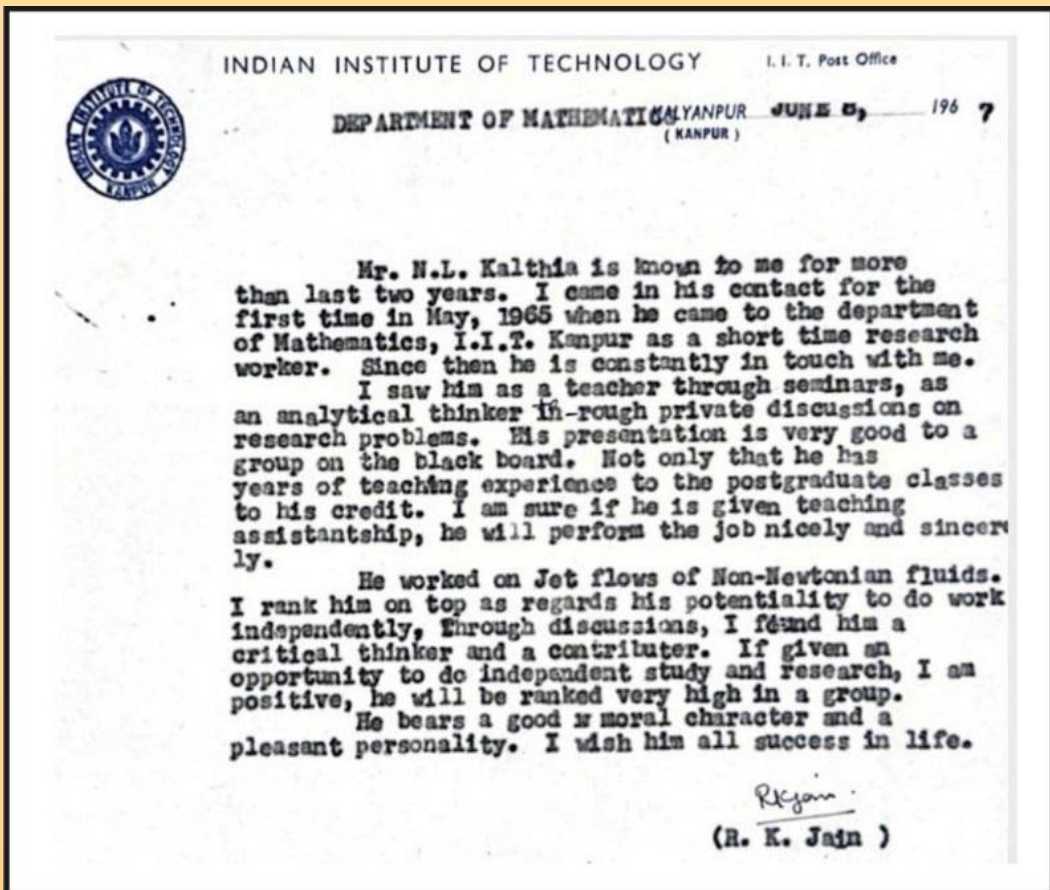
ડૉ. એન.એલ.કલથિયા સાહેબ મારા શિક્ષક, પીએચ.ડી.ના માર્ગદર્શક અને પ્રેરણાદાઈ વ્યક્તિત્વ. હંમેશાં મુખ પર હાસ્ય હોય એવા કલથિયા સાહેબ સાથેનો મારો પ્રથમ યાદગાર પ્રસંગ મારા વિદ્યાર્થીકાળમાં બન્યો હતો. એ વખતે ડૉ. કલથિયાસાહેબ વિભાગના વડા અને હું કોમ્પ્યુટર સાયન્સનો વિદ્યાર્થી. વિદ્યાર્થીઓને સદા નાની નાની વાતોમાં વાંકું પડતું હોય, એવી કોઈક બાબતમાં વર્ગના તમામ વિદ્યાર્થીને કોઈક બાબતે કાંઈક વાંકું પડ્યું અને અમે મોરચો લઈને ગયા. મોરચાની આગેવાનીમાં હું તો ખરો જ ! અમો તમામને એવું હતું કે સદા હસતા રહેતા કલથિયાસાહેબ પાસે જઈશું અને અમારી વાત તરત જ મનાવી લઈશું અને પછી મગ્ન મગ્ન. એમના રૂમમાં ગયા અને એમણે તેમના કોપીરાઈટેડ હાસ્યથી વાત શરૂ કરી અને પછી ધીમે ધીમે એમણે એમનું ત્રીજું લોચન ખોલવાનું શરૂ કર્યું અને ખૂબ જ મોટા ઠપકા સાથે અમને અમારી ભૂલનું ભાન કરાવી રૂમમાંથી વિદાય કર્યા અને અમારો ક્લાસ ચાલુ થઈ ગયો. આ દિવસે ડૉ. કલથિયાસાહેબનો એક ઉત્કૃષ્ટ એડમિનિસ્ટ્રેટર તરીકે કેવી રીતે વાત થાય તે અંગેનો પરિચય થયો. વર્ષ 1990 માં હું ડીપાર્ટમેન્ટ ઓફ મેથેમેટીક્સમાં 'ગેસ્ટ ટીચર' તરીકે કોમ્પ્યુટર સાયન્સ વિભાગમાં જોડાયો. આ સમય મારા માટે ખૂબ જ અગત્યનો રહ્યો. ડૉ.કલથિયાસાહેબનું વધુ સાંનિધ્ય પ્રાપ્ત થયું. વાણી, વર્તન અને વ્યવહારમાં ખૂબ જ સાલસ, એમની સાથે કોઈપણ ચર્ચા કરી શકાય અને કોઈપણ પ્રશ્નનું નિરાકરણ મેળવી શકાય. તેઓ તેમના તમામ સહકર્મીઓ સાથે ધરોબો કેળવતા અને નજીકના સામાજિક સંબંધો રાખતા. ઘરમાં કોઈપણ પ્રસંગ હોય અને ડૉ. કલથિયા સાહેબ આમંત્રિત હોય તો અચૂકપણે મેડમની સાથે પધારી તેઓનો આશીર્વાદ હું મેળવતો રહ્યો છું. સાહેબ સાથે ગેસ્ટ ટીચર તરીકે કામ કરતાં તેમનાથી હું ખૂબ જ પ્રભાવિત થયો અને એમના માર્ગદર્શનમાં પીએચ.ડી. કરવાનું મનોમન નક્કી કર્યું. એમની પાસે મેં મારી ઈચ્છા જાહેર કરી અને એમણે તરત જ મારા પીએચ.ડી. માર્ગદર્શક બનવાનું સ્વીકાર્યું. આ દિવસે હું ખૂબ જ ખૂશ થયો. પોતાના કાર્ય પ્રત્યેની નિષ્ઠા તેઓની પાસેથી શીખવા મળી. મારા જેવા અન્ય પીએચ.ડી. સ્કોલર્સ સાથે ખૂબ જ ધ્યાનથી અને કોન્સેન્ટ્રેશનથી સાંભળી શકાય અને તેઓનાં સંશોધન વિષે ઊંડાણમાં ચર્ચા થઈ શકે એટલા માટે તેઓ સ્કોલર્સને રવિવારે સવારે યુનિવર્સિટી ડીપાર્ટમેન્ટમાં બોલાવતા અને કહેતા કે ચાલુ દિવસોમાં ઓફિસ અને ક્લાસિસ સાથે તેમને ન્યાય ન આપી શકાય. અમારું સંશોધન બરાબર થાય એ માટે તેઓ તેમનો રવિવાર બગાડે. એમની આ આદતથી અમને કર્તવ્યનિષ્ઠાનો પાઠ તેઓ દર રવિવારે શીખવતા. એમના માર્ગદર્શનમાં મેં મારું પીએચ.ડી. પૂર્ણ કર્યું એ મારા માટે ગૌરવની વાત છે. તેમની દૂરંદેશી અને કર્તવ્યનિષ્ઠાથી જ હાલની વીર નર્મદ દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટી (અને ત્યારની દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટી)માં કોમ્પ્યુટર સાયન્સમાં શિક્ષણની શરૂઆત થઈ એમ કહું તો તેમાં કોઈ અતિશયોક્તિ નથી. તેઓના પ્રયત્નો થકી યુનિવર્સિટીમાં MCA નો અભ્યાસક્રમ શરૂ થયો, કોમ્પ્યુટર સાયન્સના વિવિધ શિક્ષકોની નિમણૂક થઈ, કોમ્પ્યુટર સેન્ટરના મકાન માટેનું ડોનેશન મળ્યું અને અલાયદા

કોમ્પ્યુટર સેન્ટરના મકાનનું નિર્માણ થઈ શક્યું. આજે એમણે વાવેતર કરેલ એક વૃક્ષ થકી અનેક વિદ્યાર્થીઓ આપણી યુનિવર્સિટીમાંથી કોમ્પ્યુટર સાયન્સનો અભ્યાસ કરી શકે છે.

ડૉ.કલથિયા સાહેબનું અન્ય એક પાસું એટલે યુવાનોને પણ શરમાવે તેવું ડાયનેમીઝમ. સદાય કોઈને કોઈ કાર્યમાં હંમેશાં પોરવાયેલા જ હોય. સતત વ્યસ્ત રહેતા કલથિયાસાહેબ તેઓની સાથે સંકળાયેલા તમામને પણ ચૂસ્ત અને વ્યસ્ત રાખે. તેઓને જોઈને ઘણીવાર થતું કે સાહેબમાં આટલી શક્તિ આવતી કેવી રીતે હશે. ડૉ.કલથિયાસાહેબ એક પ્રખર અને નિવડેલા ગણિતશાસ્ત્રી તો ખરાં જ પરંતુ મને ખાતરી છે કે તેમના ગણિતશાસ્ત્રી હોવા વિશે અન્ય ઘણા લેખકો લખશે જ આથી હું તેમના ગણિતશાસ્ત્રી હોવા વિશે લખવાથી દૂર રહું છું. આમ પણ દીવાના પ્રકાશથી ક્યારેય સૂર્યના પ્રકાશને ઉજાળી શકાય?

આવા ડૉ.કલથિયા સાહેબ જેમણે હજારો વિદ્યાર્થીઓને શિક્ષિત કર્યાં. કંઈ કેટલાય વિદ્યાર્થીઓને અને અન્ય વ્યક્તિઓને પ્રેરિત કર્યાં અને કંઈ કેટલાયના માર્ગદર્શક બન્યા. તેઓ જ્યારે આપણી વચ્ચેથી વિદાય પામ્યા છે ત્યારે જરૂર શિક્ષણ જગતમાં એક ખાલીપો ઉદભવ્યો છે. આ ખાલીપો પૂરવો ખૂબ જ મુશ્કેલ છે. તેઓ મારા જેવા અસંખ્ય વિદ્યાર્થીઓના હૃદયમાં કાયમ માટે વસેલા રહેશે.

તેમની વિદાયથી તેમના પરિવાર પર જે દુઃખ આવી પડ્યું છે તે સહન કરવાની શક્તિ પ્રભુ તેમના પરિવારને આપે એવી પરમ કૃપાળુ પરમાત્માને પ્રાર્થના. અંતમાં એમની એક પુત્રી બિંદુ અને હું જીવનભારતી સ્કૂલમાં એક વર્ગમાં સાથે ભણતાં. એ રીતે પણ ડૉ.કલથિયાસાહેબ અને મેડમ બંને સાથે વિશેષ નાતો રહ્યો હતો. આ શબ્દાંજલિ ડૉ.કલથિયાસાહેબના ચરણોમાં સવિનય સમર્પિત કરું છું અને તેઓના પરીવારજનોને પણ નમસ્કાર પાઠવું છું.



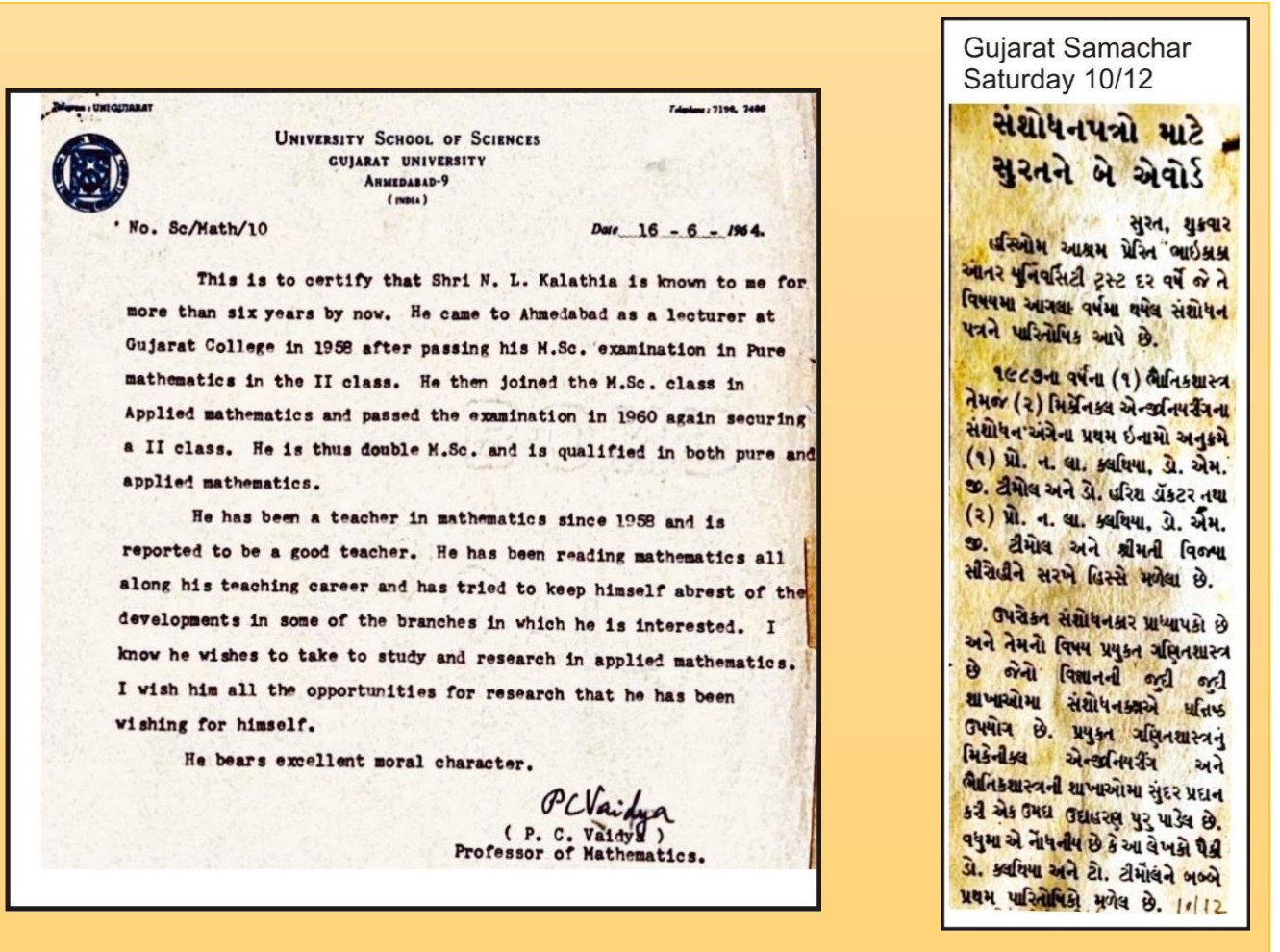


## My Cherish Memory with Professor N. L. Kalathia

Prof. H.S. Shah  
SVRCET, Surat. (M) 96624024949

પ્રોફેસર કલથિયા સાહેબની ગણિત ભણાવવાની રીત એટલી સુંદર અને સરળ હતી કે કોલેજનો દરેક વિદ્યાર્થી એમની પાસે ગણિત ભણવાનો આગ્રહ રાખતો તથા સ્ટાફના બાળકો પણ કલથિયા સાહેબ પાસે ગણિત ભણવા જતા.

એક સમયે મારે અને કલથિયાને એક સેમીનારમાં મુંબઈ જવાનું થયું. વળતી વખતે સુરત અમે બંને ફ્લારીંગ રાણીમાં આવવાના હતા. ફ્લારીંગ રાણી પ્લેટફોર્મ ઉપર આવીને ઊભી રહી ગઈ હતી. અમે વહેલા પહોંચ્યા હોવાથી પેસેન્જર કોઈ હતા નહીં. બધી સીટો ખાલી હતી. અમે રિઝર્વેશનના કમ્પાર્ટમેન્ટમાં ચડ્યા પરંતુ અમારી પાસે રિઝર્વેશન કન્ફર્મ હતું નહીં. ઉપડવાને વાર હોવાથી કઈ સીટ ખાલી રહેશે તેની અમને ખબર ન હતી. એટલે પ્રોફેસર કલથિયાએ રેન્ડમ સ્ટેટીસ્ટીકલી ચાર ખૂણાની ચાર સીટો સિલેક્ટ કરી. ગાડી ઉપડવાનો સમય થતો ગયો અને એક પછી એક સીટો ભરાતી ગઈ. અમારા સદનસીબે અમે સિલેક્ટ કરેલી ચાર સીટોમાંથી બે સીટો ઉપર ગાડી ઉપડી ત્યાં સુધી કોઈપણ પેસેન્જર આવ્યા નહીં. અમે રેન્ડમ સિલેક્ટ કરેલી બે સીટો ઉપર બેસી મુંબઈથી સુરત સુધી આરામથી પહોંચી ગયા. પ્રોફેસર કલથિયાનો આ એક રેન્ડમ સિલેક્શનનો સફળ પ્રયોગ હતો.



સમય જીંદગીનો ઓછો હશે... એ ક્યાં ખબર હતી.

વિદાય તમારી અણધારી હશે એવી ક્યાં ખબર હતી

કોઈ સૂચના વગર સર્વત્ર સુવાસ ફેલાવી,

સંભારણા સૌના દિલમા રાખી ગયાં,

ભગવાન દિવ્ય આત્માને શાંતિ આપે એ જ ભાવાત્મક શ્રદ્ધાંજલિ.

હું, પ્રિતેશ, જ્યારથી મને કમાવાની સમજ આવી, ત્યારથી હું કલથિયા સાહેબના હાથ નીચે કામ કરતો આવ્યો છું. એમની સાથે લાંબા સમય સુધી કામ કરીને મને ઘણું બધું શીખવા મળ્યું તેમજ વ્યવહારુ જ્ઞાન પણ ઘણું પ્રાપ્ત થયું. કલથિયા સર સ્વભાવે એકદમ ઉદાર વ્યક્તિ, નિખાલસ, દયાળુ. અને પરોપકારી. કોઈપણ પ્રશ્નનો હલ અને કોઈપણ મુશ્કેલીનું નિરાકરણ તેમની પાસે હોય જ ! તેઓ હમેશાં અખૂટ વિશ્વાસ, હિંમત અને શક્તિથી ભરેલા હતા. પોતાનું કામ જાતે કરવામાં વધારે માનતા હતા. આવી સૌમ્ય વ્યક્તિત્વ ધરાવનાર વ્યક્તિને કદી ભૂલી જ ન શકાય. તેમનો જીવનમંત્ર એક જ હતો, 'કોઈના દુખે દુખી ને કોઈના સુખે સુખી'. આખી જીંદગી તનતોડ મહેનત કરી તેમના સાથીદારોને સુખનો સાગર સોંપતા ગયા. પરમાત્મા તેમના દિવ્ય આત્માને પરમ શાંતિ અર્પે એ જ પ્રાર્થના.

આત્મા કદી મૃત્યુ પામતો નથી, જે નાશ પામે છે એ શરીર છે. આત્મા શાશ્વત અને અમર છે. ઈશ્વર આપના દિવ્ય આત્માને પરમ શાંતિ અર્પે એવી પ્રભુને મારી પ્રાર્થના.



ગ્રામ-ટસ ગ્રુપ ઓફ નર્મદનગરીના પોન્નપેલ નર્મદનગરીના નાના વચ્ચેલા પ્રમુખ શ્રી જ્ઞાદીશભાઈ પદવીદાન સમારોહનું દીપ પ્રગટાવીને ઉદ્ઘાટન કરી ટેકરાવાળાને પીન પહેરાવતા નજરે પડે છે. જ્યારે એવા જ્ઞાન-ટસ કેડરેશન ઈન્ડીયાના પ્રમુખ શ્રી (જ્યારે) નિવૃત્ત પ્રમુખ શ્રી એન.એલ. કથલીયા શ્રી પ્રફુલ્લભાઈ ચાલ નસ્વીરમાં નજરે પડે છે. જ્યારે તેમની ટેકરાવાળાનું પુષ્પગુચ્છથી સન્માન કરી એવા નજરે પડે છે. (નસ્વીર: ચન્નલ ચીનીવચ્ચા)

Gujarat Samachar Dt. 11-3-91

વર્તમાનપત્રોમાં  
પ્રા. કલથિયા સાહેબ

મારા પૂ. મોટાભાઈ જેમને મેં આટલા વર્ષોમાં મોટાભાઈ તરીકે જ જાણ્યા અને ઓળખ્યા છે, તેમનો જન્મ માર્ચ 1936 માં અને મારો જન્મ ઓક્ટોબર 1937માં થયો હોવાથી અમે, લગભગ સમજણ આવી ત્યારથી, બંને સાથે જ, મિત્રો જેમ ઉછર્યાં. અમારા બંનેના મિત્રો પણ એક જ શુપમાં વર્ષો સુધી સાથે જ રહ્યાં.

મારા પૂજ્ય પિતાશ્રી પોસ્ટ માસ્ટર હતા. પરંતુ અમને બધાં ભાંડરડાંને ટ્યુશન એમનું જ હતું અને ગણિતના તેઓ જાણકાર હતા. એમનો હમેશાં એવો આગ્રહ રહેતો કે SSCમાં ગણિત (અંકગણિત) વિષયમાં દરેકને 100 માંથી 100 માર્ક આવવા જ જોઈએ અને અમે ચાર ભાઈઓ અને બે બહેનોએ પૂ. કાકા (પિતાશ્રી) ને ક્યારેય નિરાશ નથી કર્યાં.

પોસ્ટની નોકરી અને છ ભાઈ બહેનોના અભ્યાસ નો ખર્ચ ! (જો કે એ સમયે હાલ જેટલો અભ્યાસનો ખર્ચ થતો નહોતો) મારા સિવાય બધાએ પોત પોતાના વિષયમાં માસ્ટર ડિગ્રી મેળવી અને મોટાભાઈએ તો I.I.T. કાનપુરમાંથી Maths.માં Ph.D. કર્યું.

ઘરની પરિસ્થિતિથી બધા પરિચિત હતા. એટલે જ પૂજ્ય મોટાભાઈ SSC (તે સમયે SSC 11 ધોરણમાં હતું અને SSC બોર્ડ પૂના હતું) કરીને તરત જ તાર ઓફિસમાં સાંજના 6 થી 12 સુધીની નોકરી સ્વીકારી લીધી એટલે ઘરમાં થોડી આવક વધી.

એ સમયે જ્યારે મારે ઈન્ટરમાં એન્જિનીયરીંગમાં જવા માટેના પૂરતા માર્ક્સ ન આવ્યા ત્યારે B.Sc. કરવા સિવાય બીજો કોઈ કોર્સ જ નહોતો.

હું અને દામજીભાઈ (મારા પિત્રાઈ) જ્યારે B.Sc. નું ફોર્મ ભરવા જતા હતા ત્યારે મોટાભાઈએ કહ્યું, “તમારે જવાની જરૂર નથી. મેં તમારા બંનેનું એડમિશન ડિપ્લોમા સિવિલમાં લઈ લીધું છે.” એ સમયે, 1956માં, ઈન્ટર સાયન્સ ભણેલને ડિપ્લોમા એટલે શું અને ભાવનગરમાં જ કોર્સ ચાલુ થયો હોવા છતાં જાણ નહોતી. એ સમયના પ્રમાણમાં અત્યારે ધોરણ-9-10 માં અભ્યાસ કરતાં વિદ્યાર્થીને કેટલી બધી માહિતી હોય છે !

જો મારા પૂજ્ય મોટાભાઈએ આ ન કર્યું હોત તો હું સિવિલ એન્જિનીયર થઈ શક્યો ન હોત અને આગળ જતાં બાંધકામનો વ્યવસાય પણ ન કરી શક્યો હોત. 1959 માં D.C.E. કર્યા પછી 1960 થી બાંધકામ વ્યવસાય શરૂ કર્યો ત્યારે મોટાભાઈ ભાવનગરમાં જ મેથેમેટિક્સના લેકચરર હતા.

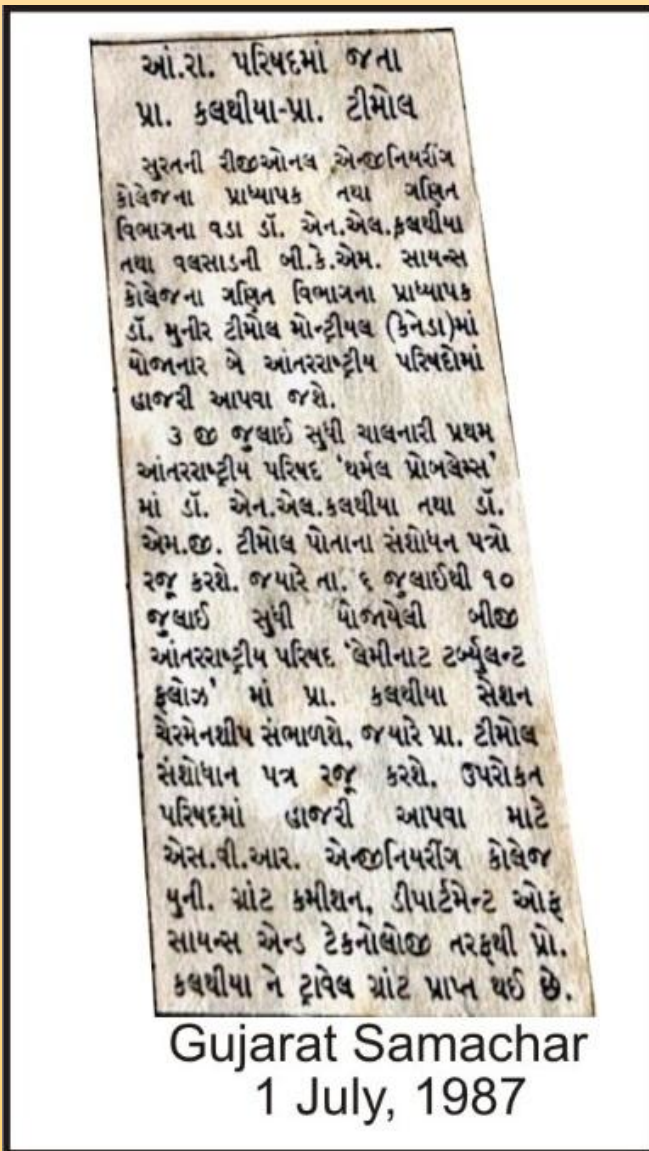
મારાથી નાના બંને ભાઈઓ સિવિલ એન્જિનીયર થયા હોવાથી અમારી કંપનીમાં અમારે મોટાભાઈની ખૂબ જરૂર હતી પણ તેમણે રૂપિયા કમાવા કરતાં વિદ્યાર્થીઓને ભણાવવાનું વધારે પસંદ હતું.

એમના હાથ નીચે ભણેલા વિદ્યાર્થીઓ અત્યારે પણ અવાર નવાર મળે ત્યારે મોટાભાઈની મેથ્સ. શીખવવાની પધ્ધતિ અને કોઈપણ વિદ્યાર્થી તોફાન કરે તો તેને સીધા કરવાની રીતના ખૂબ જ વખાણ કરે છે.

જગત નિયંતાની આટલી બધી કરુણા ન હોત તો ! “આમ ન થયું હોત તો શું થયું હોત અને આમ થયું હોત તો શું ન થયું હોત.” એ કલ્પનાનો જવાબ હજુ મળ્યો નથી.....



લાલજીભાઈ કલથિયાના સૌથી મોટા પુત્ર પ્રોફેસર નટવરલાલ લાલજીભાઈ કલથિયા. હું, હર્ષદ, ચાર ભાઈઓમાં ત્રીજા નંબરે. સૌથી મોટા હોવાથી અમે તેમને મોટાભાઈ કહેતા. મોટાભાઈ આખા પરિવારના ફેન્ડ, ફિલોસોફર અને ગાઈડ હતા. નાના બાળકથી માંડીને બધા જ મોટાભાઈનો ખૂબ જ આદર કરતાં અને મોટાભાઈ સાથે રહેવું સૌને ગમતું. મારા માટે મોટાભાઈ એક આદર્શ હતા. અમે ત્રણેય ભાઈઓ એન્જિનીયર થયા. કંસ્ટ્રક્શન કંપની કરી. મોટાભાઈને અમે ઘણીવાર ધંધામાં સાથે આવી જવા વિનંતી કરી પણ તેમણે શિક્ષણ વધારે પસંદ કર્યું અને ન જોડાયા. મોટાભાઈ અને મારું ટ્યુનિંગ ખૂબ જ સારું હતું અમે પરસ્પર એકબીજાને સારી રીતે સમજી શકતા. મોટાભાઈએ એમનો આખરી પડાવ વતન ભાવનગરમાં કર્યો. કલ્પના કરતાં પણ વધારે આનંદ અમને અને આખા પરિવારને થયો તેમજ મોટાભાઈ પણ ખૂબ જ આનંદમાં રહેતા. નિયતિ આગળ કોઈનું કશું ચાલતું નથી. આખરે મોટાભાઈએ વિદાય લઈ લીધી. જય સ્વામી નારાયણ



વર્તમાનપત્રોમાં  
પ્રા. કલથિયા સાહેબ



મારા પૂજ્ય પિતાશ્રી લાલજીભાઈ કલથિયાના પરિવારમાં અમે નાના મોટા સૌ મળીને 87 વ્યક્તિઓ છીએ. હું સૌથી નાનો રજની અને નટવરલાલ લાલજીભાઈ સૌથી મોટા. તેઓને દરેક માટે ખૂબ જ લાગણી હતી. અત્યારના મોબાઈલના જમાનામાં પણ તેઓ દરેકને જન્મદિવસ કે લગ્નતિથિએ શુભેચ્છા કાર્ડ મોકલતા. મારા મિત્રના મોટાભાઈ 1965-66 દરમિયાન ભાવનગર સર પી.પી. ઈન્સ્ટિટ્યુટમાં કોલેજના પ્રથમ વર્ષમાં હતા ત્યારની તેમણે મને વાત કરેલી. ગણિત જેવા અધરા વિષયને ભણાવવાની પદ્ધતિ તે ભૂલ્યાં નથી. શૈક્ષણિક ક્ષેત્રમાં તેઓ ખૂબ જ કડક અને શિસ્ત પાલનના અતિ આગ્રહી હતા. તેને કારણે વર્ગમાં એકદમ નીરવ શાંતિ રહેતી. કોઈપણ વિદ્યાર્થી તેમના લેક્ચરમાં ગેરહાજર ન રહેતો. તેઓ ગણિતના ગમે તેવા અધરા પ્રશ્નો ખૂબ જ સરળતાથી સમજાવતા. પરીક્ષા સમયે ફક્ત તેમની નોટ જ અમારા માટે ગાઈડ અને સોલ્યુશન બની જતી અને વિદ્યાર્થીઓને ગણિતમાં કોઈપણ પ્રકારની મુશ્કેલી રહેતી નહીં. આજે આટલા વર્ષો બાદ પણ તેમની પાસે ભણેલા કોઈપણ તેઓને ભૂલી શકતા નથી તો અમારી તો વાત જ કહેવી મુશ્કેલ છે.



વર્તમાનપત્રોમાં  
પ્રા. કલથિયા સાહેબ

તા. 13 ફેબ્રુ, 2024 ના દિને એક વિરલ વ્યક્તિત્વ “પ્રો.ડૉ.એલ.એન.કલથિયાનું દેહાવસાન થયું..ઘણીજ દુઃખદ ઘટના બની રહી..!! સદગતના સ્નેહાળ, સંવેદનાપૂર્ણ, પ્રેરણાત્મક જીવનનાં સંસ્મરણો સંપર્કમાં આવનાર સૌને સદાય રહેશે....

શિક્ષણક્ષેત્રમાં ગણિતક્ષેત્રે ખ્યાતિપ્રાપ્ત નામ “પ્રો.ડૉ.એન.એલ.કલથિયા”.... સગાં, સંબંધી, મિત્રો, પરિચિતોના “નટુભાઈ”.... પરિવારમાં ભાઈ-બહેનોમાં સૌથી મોટાં એટલે હુલામણું અને કાયમી થઈ ગયેલું સંબોધન... “મોટાભાઈ” સ્થાપિત થઈ ગયેલું. અને વરિષ્ઠ વડીલ અને શ્રેષ્ઠ સ્વજન સ્વરૂપે તેઓનું આ નામ “મોટાભાઈ” યથાર્થ બની રહ્યું.

સને 1960ના અરસામાં સ્નાતક કક્ષાનું શિક્ષણ પણ ઊંચું ગણાતું..... સ્નાતકોની સંખ્યા પણ ખૂબ અલ્પ પ્રમાણમાં રહેતી, તેવા સમયમાં અમારા “મોટાભાઈ”એ કઠિન સંઘર્ષ વેઠીને, રાતપાળી નોકરી સાથે સ્વબળે ગણિતશાસ્ત્રમાં અનુસ્નાતક (M.Sc.) ની ગરિમાપૂર્ણ ઉચ્ચ પદવી પ્રાપ્ત કરી અને ભાવનગરની સર પી.પી. ઈન્સી. ઓફ સાયન્સ કોલેજમાં લેક્ચરર તરીકેની કારકિર્દી શરૂ કરી. ટૂંક સમયમાં જ શિક્ષણના પવિત્ર વ્યવસાયને સાર્થક રૂપમાં અપનાવીને પોતાની નિષ્ઠા, સહજતા, ટીચીંગપાવરથી કોલેજના આચાર્ય, સાથી પ્રોફેસરગણ અને વિદ્યાર્થીઓમાં પ્રિય, જાણે કે સર્વમિત્ર બની ગયા. શિક્ષણ પ્રત્યેની નિષ્ઠા એવી કે વિષયના કોઈપણ પ્રશ્ન કે ન સમજાતી બાબત અંગે કોઈપણ વિદ્યાર્થી કોઈપણ સમયે તેઓનો સરળતાથી સંપર્ક કરી શકતા અને તેઓ પૂરા પ્રેમ અને લાગણીથી, વારંવાર સમજાવીને પણ પ્રશ્નો અને વણસમજાતી બાબતોના ઉકેલ આપતા. હોસ્ટેલમાં રહેતા બહારગામના વિદ્યાર્થીઓ કે અન્ય કોઈને શિક્ષણ સિવાયની પણ કોઈ અંગત મુશ્કેલી અંગેનાં માર્ગદર્શન, કાઉન્સેલિંગ અને પોતાનાથી બનતી મદદ માટે હંમેશાં ઉપલબ્ધ રહેતા. શિક્ષણને લગતા કે કોઈ અંગત મુશ્કેલીના પ્રશ્ને વિદ્યાર્થીઓ તેઓના ઘરે પણ વિના સંકોચે મળી શકતા. ભાવનગરની કોલેજમાં ઓછા વરસોની કારકિર્દીમાં કોલેજમાં અને ખાસ કરીને વિદ્યાર્થીઓમાં ખૂબ પ્રિય અને આદરપાત્ર બની રહ્યા.

વર્ષ 1968-69 ના અરસામાં તેઓ સુરત ખાતેની સરદાર વલ્લભભાઈ રીજીયોનલ કોલેજ ઓફ એન્જીનીયરીંગ (S.V.R.C.E., હવે S.V.N.I.T.)માં ગણિત વિભાગમાં પ્રોફેસર તરીકે જોડાયા. અહીં પણ તેઓએ ભાવનગર જેવાં જ સેવાનિષ્ઠા અને સમર્પણ દાખવીને તેવી જ સર્વપ્રિયતા અને આદર પ્રાપ્ત કર્યાં. રીજીયોનલ કોલેજમાં આખા દેશમાંથી દરેક રાજ્યના વિદ્યાર્થીઓ હોય, તેથી દરેકને પોતાની વિવિધ અંગત મુશ્કેલીઓ હોય. તેવા પ્રશ્ને પણ તેઓ વિદ્યાર્થીઓને માર્ગદર્શન, કાઉન્સેલિંગ અને નિઃ સ્વાર્થભાવે બનતી મદદ માટે હંમેશા તત્પર રહેતા.

સને 1972 થી 1974ના અરસામાં સરકારશ્રી/કોલેજની સ્પોન્સરશીપથી તેઓએ ઈન્ડીયન ઈન્ટીટ્યુટ ઓફ ટેકનોલોજી, કાનપુર ખાતે સંશોધનાત્મક કાર્ય કરીને પીએચ.ડી.ની પદવી પ્રાપ્ત કરી. અને પરત આવીને કોલેજમાં પ્રોફેસર અને હેડ ઓફ મેથેમેટીક્સ ડિપાર્ટમેન્ટ તરીકે ઉચ્ચ પદે નિયુક્ત થયા. ઉચ્ચ પદે રહીને પણ પોતાની સરળતા, સહજતા, સંવાદિતા, નિષ્ઠા, સમર્પણ અને સર્વપ્રિયતા જાળવી રાખ્યાં.

ઉચ્ચ અને ઉત્તમ શૈક્ષણિક અને વહીવટી કારકિર્દીનાં અનુલક્ષમાં સને 1987-88 ના અરસામાં તેઓની નિયુક્તિ વીર નર્મદ સાઉથ ગુજરાત યુનિવર્સિટી, સુરત ખાતે ગણિતશાસ્ત્રના પ્રોફેસર અને H.O.D. તરીકે થઈ. ડીન તરીકે પણ નિમાયા. કોમ્પ્યુટર શિક્ષણનો આવિર્ભાવ થતાં તેઓએ પ્રોઢ વયે કોમ્પ્યુટર વિષય અને તેના શિક્ષણમાં પણ મહારત હાંસલ કરી, અને

યુનિવર્સિટીમાં નવા શરૂ કરવામાં આવેલ કોમ્પ્યુટર વિભાગના પણ હેડ તરીકે નિયુક્ત થયા. આ દરેક ક્ષેત્રમાં પૂરી સેવાનિષ્ઠા, સંવાદિતા, સમર્પણ અને કાર્યદક્ષતાથી યુનિવર્સિટીમાં કુલપતિ સહિત સર્વે તરફથી પ્રેમ, આદર અને સર્વપ્રિયતા પ્રાપ્ત કરી.

સને 1996ના અરસામાં યુનિવર્સિટી ખાતે પોતાની ફરજમાંથી વચનિવૃત્ત થયા. પણ મૂળે શિક્ષણ અને સેવાનો જીવ ! નિવૃત્તિ બાદ તેઓએ IGNOUમાં કમ્પ્યુટર અને ગણિતશાસ્ત્રના એચ.ઓ.ડી. તરીકે અમુક વર્ષો કાર્ય કર્યું. બાદમાં સુરત ખાતેની પ્રતિષ્ઠિત સાર્વજનિક એજ્યુકેશન સોસાયટીના નેજા હેઠળ સોસાયટીના કેમ્પસમાં કૉલેજ ઓફ કોમ્પ્યુટર સાયન્સ તેઓનાં સંપૂર્ણ શૈક્ષણિક માર્ગદર્શન અને વ્યવસ્થાપન હેઠળ શરૂ કરવામાં આવી અને તેના વડા તરીકે તેનું શૈક્ષણિક સંચાલન તેઓને સોંપવામાં આવ્યું. ટૂંક સમયમાં તે સંસ્થા ખ્યાતિપ્રાપ્ત બની રહી.

વડોદરા ખાતે બાબરિયા ઈન્સ્ટીટ્યૂટ ઓફ ટેકનોલોજી શરૂ કરવામાં પાયાના માર્ગદર્શનથી શરૂ કરીને ઈન્સ્ટીટ્યૂટ શૈક્ષણિક રીતે સંપૂર્ણપણે સુપેરે કાર્યરત થવામાં પણ તેઓનું નિઃસ્વાર્થપણે મોટું યોગદાન રહ્યું છે.

સૌરાષ્ટ્રનાં અમારા સમાજના લોકો સને 1960 થી સુરત ખાતે હીરા ઉદ્યોગમાં મજૂરી કામે આવતા થયા. તેઓમાં શિક્ષણનું પ્રમાણ બહુ જ ઓછું, નહિવત જેવું હતું. ઘણાબધા લોકો સુરતમાં આવતા થયા અને સ્થાયી થયા, પણ શિક્ષણ પ્રત્યે તેઓમાં ખાસ જાગૃતિ ન હતી. તેવા સંજોગોમાં પ્રો. કલથિયા સાહેબે થોડી જે કોઈ શિક્ષિત અને શિક્ષણ પ્રત્યે રસ ધરાવતી વ્યક્તિઓ હતી, તેમને સંગઠિત કરી અને તે થકી અન્ય લોકોને શિક્ષણમાં રસ લેતા કર્યા. તેવા સંગઠનમાં સૌએ મળીને એક સંપન્ન લાયબ્રેરીની સ્થાપના કરી, સૌરાષ્ટ્ર કેળવણી મંડળ અને સૌરાષ્ટ્ર પટેલ સમાજ જેવી શિક્ષણ અને સમાજસેવાના હેતુ ધરાવતી સંસ્થાઓની સ્થાપનામાં તેઓ અગ્રેસર રહ્યા. શિક્ષણ, કારકિર્દી અને સમાજના પ્રશ્નો અંગે સતત પાયાનું માર્ગદર્શન આપતા રહ્યા. પરિણામે શિક્ષણ અને કારકિર્દી બાબતના કોઈપણ પ્રશ્નના માર્ગદર્શન માટે પ્રો. કલથિયા સાહેબનું નામ સૌને મોઢે રહ્યું.

આમ, નિવૃત્તિ પછી પણ શિક્ષણ અને સમાજ પ્રત્યે ઘણાં વર્ષો સુધી સમર્પિત અને કાર્યરત રહ્યા.

આ બધી બાબતે મારું સાક્ષીપણું તે કારણે રહ્યું છે કે, તેઓ જ્યારે ભાવનગર કોલેજમાં કાર્યરત હતા ત્યારે મારું ભાવનગર ખાતે શાળા શિક્ષણ ચાલતું હતું... અને ત્યારબાદ મારા, અમદાવાદ ખાતે એમ.જી.સાયન્સ ઈન્સ્ટીટ્યૂટ અને એલ.ડી કોલેજ ઓફ એન્જીન્યરીંગમાં, શિક્ષણ દરમિયાન અમારા અભ્યાસમાં ગણિતના કોર્સમાં ચાલતા ગણિતશાસ્ત્રની બુકનાં તેઓશ્રી એક સહલેખક હતા. બીજા સહલેખકો પ્રો. ફાધર વાલેસ, પ્રો. એચ.સી શુક્લ અને પ્રો. મહેતા હતા. આ પૈકી પ્રો. શુક્લ સાહેબ અને મહેતા સાહેબ એમ.જી. સાયન્સ ઈન્સ્ટીટ્યૂટમાં જ કાર્યરત હતા. તેથી મારા કોઈ પ્રશ્નમાં માર્ગદર્શન માટે પ્રો. કલથિયા સાહેબનું નામ લઈને તેઓની પાસે જતાં જ તેઓશ્રી તરફથી કલથિયા સાહેબ પ્રત્યેની લાગણી સાથે મને પણ ખૂબ પ્રેમપૂર્વકનો પ્રતિસાદ મળ્યો અને પછી વારંવાર મળતો રહ્યો. આને અમારા “મોટાભાઈ” નો સર્વ સાથેની સંવાદિતાનો પુરાવો જ ગણવો રહ્યો.

સને 1967 થી હું તેમના વધારે સંપર્કમાં આવ્યો. ત્યારથી શરૂ કરીને અત્યાર સુધીની મારી કારકિર્દી, વ્યવસાય કે અન્ય ક્ષેત્રોમાં તેઓના હાથ નીચે ભણેલ કે કોલેજ, યુનિવર્સિટીમાં તેઓનાં સંપર્કમાં આવેલી નાની મોટી વ્યક્તિઓ, હસ્તીઓ મળી જાય અને વાતચીત, પરિચયમાં જેવું પ્રો. કલથિયા સાહેબનું નામ આવે એટલે તેઓ દરેકને પોતાનાં ગુરુજી પ્રત્યેનાં આદરભાવ અને સુખદ સંભારણાં વ્યક્ત કરતાં જોયા છે. માઈ માનવું છે કે આ એક શિક્ષકની મોટી અને મોંઘી કમાણી છે.

પોતાના વ્યવસાય પ્રત્યેની લગન, નિષ્ઠા અને સમર્પણ જેવી જ, બલકે સ્વાભાવિક પણે અધિક, ભાવના તેઓને પરિવાર, કુટુંબ, સગા-સંબંધીઓ, મિત્રો, પરિચિતો પ્રત્યે પણ હતી. સૌની સાથે વ્યવહાર, લાગણી, સ્નેહ, સંબંધ કાયમ જાળવી

રાખ્યાં. તેઓનો પરિવાર.... સ્નેહાળ, આદર્શ ગણી શકાય તેવા દંપતિરૂપે અને તેઓની વ્હાલી દોલતસમી ચાર દીકરીઓ... દિકરીઓના ઉચ્ચ સંસ્કાર, કેળવણી અને સ્વતંત્રપણે પગભર થવા માટેનું ઉચ્ચ શિક્ષણ અને ઉત્તમ જીવનમૂલ્યોના પાઠ આપ્યા. તેઓના પરિવારને ચોક્કસ આદર્શ પરિવારનું ઉદાહરણ ગણી શકાય. !!! પોતાની સહજતા કે સરળતા તો એટલી કે કુટુંબ પરિવારમાં નાના ભત્રીજા-ભત્રીજીઓ કે બાળકો પણ “મોટાભાઈ” તરીકે જ સંબોધન કરે અને તેઓ દરેકના ખરા અર્થમાં ‘મોટાભાઈ’ બની રહે.

પોતાની સરળ, સહજ, નિયમિત અને ચોક્કસાઈભરી જીવનશૈલીથી 88 વર્ષની દીર્ઘ આયુમાં મૃત્યુના થોડા દિવસો પહેલાં સુધી તંદુરસ્ત, સ્નેહાળ અને સમભાવી, સેવાભાવી જીવન જીવી ગયા. છેલ્લા થોડા દિવસોમાં અકલ્પનીય બીમારી થકી નિયતીએ તેઓને આપણી વચ્ચેથી છીનવી લીધા.... એમ સમજીએ કે તેઓનાં શિક્ષણ-સેવા-સમર્પણનાં કાર્યોની નિયતિને પણ જરૂર હશે... !!!

આવું એમનું જીવન મારા માટે એક આદર્શરૂપ છે.... અને અનેકોના માટે હશે જ... !!!

સદગત “મોટાભાઈ” “ડૉ.પ્રો.એન.એલ.કલથિયા” ની સ્મૃતિમાં.... તેમને સમર્પિત “સુગણિતમ” ના આ અંકમાં સદગત પ્રત્યે અમારી સ્મરણાંજલિ.. શ્રધ્ધાંજલિ માટે દિલથી શબ્દો ઉઠે છે કે,

સંનિષ્ઠ કર્મ અને આદર્શ જીવનનાં પ્રેરણાસ્ત્રોત.

વિદ્યા-જ્ઞાનની ઝળહળતી જ્યોત.

આંખમાં અમી અને ચહેરે રમતું સદાય સ્નેહાળ સ્મિત...

મુખે મીઠી વાણી... જાણે નેહ નીતરતું ગીત.

નમ્ર, નિખાલસ, સરળ સ્વભાવ...

સૌના માટે શુભ ચિંતક ને સૌની સાથે આત્મીય લગાવ.

હૂંફ, હેત ને વાત્સલ્યનો ધોધ...

વહેતો રહેતો સદા વણ અવરોધ.

એવા વિરલ વ્યક્તિત્વનાં ધની...

વરિષ્ઠ વડીલ.. શ્રેષ્ઠ સ્વજન.

યથાર્થરૂપે “મોટાભાઈ” ના...

દિવંગત દિવ્યાત્માને

નમનાંજલિ...હૃદયાંજલિ...શ્રધ્ધાંજલિ...!!!

ૐ શાંતિ: શાંતિ: શાંતિ:

અસ્તુ...



## મોટાભાઈને શ્રદ્ધાંજલિ...

ઈન્દુબેન જેસાણી (બહેન)  
Virginia, U.S.A. (M) 15718 884983

સ્વ શ્રી લાલજીભાઈ અને લક્ષ્મીબેન કલથિયાના અમે છ સંતાનો. સૌથી મોટાભાઈ, અમારા કુટુંબના મોભી સમાન પરમ પૂજ્ય શ્રી નટવરભાઈ લાલજીભાઈ કલથિયા.

તેમના અચાનક અવસાનથી અમે સર્વે કુટુંબીજનો ખૂબ જ આઘાત પામ્યા છીએ. તેમના જીવનચરિત્રનું શબ્દોમાં સંપૂર્ણ વર્ણન કરવું અશક્ય છે. ક્યાંથી શરૂ કરું તે સમસ્યા બની રહે છે. તેઓ શાંતિના પ્રતીક, સદગુણોના ભંડાર, સહિષ્ણુતાના સાગર હતા. તેમનો ખૂબ જ સરળ સ્વભાવ, લોકોને હમેશાં મદદરૂપ બનવાની વૃત્તિ અમારા સૌની યાદગીરીમાં અમર રહેશે. તેઓ અમારા મોટા કુટુંબને તેમના પ્રેમાળ સ્વભાવથી સાંકળેલું રાખતા હતા. તેમની કૌટુંબિક ભાવના ઉદાહરણરૂપ છે.

અભ્યાસ ક્ષેત્રમાં તેમનો ફાળો અમૂલ્ય છે. તેમણે ગણિત વિષયને રસપ્રદ બનાવી વિદ્યાર્થીઓને ગણિતમાં રસ લેતા કર્યા. અગણિત વિદ્યાર્થીઓનાં જીવનમાં તેમણે માર્ગદર્શક બની ખૂબ જ મોટો ફાળો આપ્યો છે. દેશમાં અને વિદેશમાં આજે પણ વિદ્યાર્થીઓ તેમને યાદ કરે છે, પોતાની સફળતા માટેનો યશ કલથિયા સાહેબને આપે છે.

એક જ વ્યક્તિ સમગ્ર સમાજમાં કેટલો મોટો ફાળો આપી શકે તેનો દાખલો બની અમારા મોટાભાઈ જીવનને સાર્થક કરી ગયા !

મોટાભાઈને કોટિ કોટિ વંદન, વારંવાર !

## મોટાભાઈને ભાવાંજલિ...

વસંતબેન બગડીયા (નાની બહેન)  
Los Angeles, U.S.A. (M) +19512819942

અમારા પરિવારમાં અમે છ ભાઈ બહેનો – ચાર ભાઈઓ તથા બે બહેનો. હું, વસંત, સૌથી નાની બહેન. સૌથી મોટાભાઈ નટુભાઈ – નટવરભાઈ લાલજીભાઈ કલથિયા. કુટુંબમાં સૌથી મોટા હોવાને કારણે તેમના પર કુટુંબને મદદરૂપ થવાની જવાબદારી નાનપણથી જ હતી. આ જવાબદારી તેમણે ખૂબ જ ધીરજ અને સાવચેતીપૂર્વક નિભાવી જાણી. તેઓ પોતાનો અભ્યાસ પૂરો કર્યા પછી ભાવનગરની સાયન્સ કોલેજમાં લેક્ચરર તરીકે જોડાયા. સાથે સાથે બીજી પાર્ટ ટાઈમ નોકરી પણ તેમણે તાર ઓફિસમાં કરેલી. આ રીતે તેઓએ અમને પાંચ ભાઈ બહેનોને સારી રીતે ભણાવ્યા. હું સ્કૂલમાં હતી ત્યારે 8-9-10 ધોરણમાં ગણિતનો વિષય એમની પાસે ભણતી. ગણિત ન આવડતાં ખૂબ જ ગુસ્સે થઈ જતા, પરંતુ તરત જ તે શાંતિથી ફરીવાર સમજાવતા.

કોલેજના દિવસોમાં પણ ટૂરમાં જવાની બાબતમાં ઘરના સર્વે વડીલોની મનાઈ છતાં મોટાભાઈ સંપૂર્ણપણે સાથ આપતા. બહાર નીકળો તો નવું જાણવા મળે, શીખવા મળે. ટૂરનો ખર્ચ પણ તે જ સંભાળી લેતા હતા. મારી નાની રાખડી સામે ખૂબ લાગણી ભર્યા આશીર્વાદ મળતા જે હમેશાં પૂરા થતા. હવે તો મારા ભાઈ આ નાશવંત દુનિયામાં રહ્યા નથી. તેઓ આનંદની સફરે નીકળી ગયા છે. અમે એમને ખૂબ યાદ કરીએ છીએ.

Pooja & dear Papa,

“કુશળ હશે”, this is the way you have always initiated all your notes and letters to me, correct Papa? In the past 28+ years, you have written many letters to me and have shared many unspoken sentiments, valuable advice, inspiring sayings and sometimes even funny jokes in your unique style. So, I have decided to be with you through your favorite way of expression - writing a letter to you Papa!

It has been around three months since you have taken the trip to eternal peace, but time has just remained in a standstill for me.

But talking about time, Papa, no one can beat your ability to optimize 24 hours. It feels like your body clock is always in competition with your wristwatch. You always said, “respect your time otherwise time won't respect you”! And so, you always have given your 100% in multitasking with full attention and focusing on any given area, from professional to public to private.

Everyone wonders where you get that evergreen energy to work, endlessly, timelessly and tirelessly (word “retirement” doesn't exist in your dictionary), without pausing for acknowledgment or validation, without complaining of any physical or emotional exhaustion, from early morning walks and yoga to KBC shows! How do you do this? I think the secret of this energy may lie in your most favorite drink - a cup of tea, especially the morning one, in those loaded after-lunch sweets, in those power naps and your ability to get a peaceful good night's sleep in any given mindset. Above all it is your faith in God to respect and accept the situation he gives you and your determination to try your hardest to make it better and possibly even the best.

For me, you are a synonym for Mathematics and Computer Science. You have breathed, digested and loved those complex concepts, taken them out of the elite realm and made them accessible for everyone. One may wonder how a man of Maths & Science with such a genius brain could be so gentle and during every step of his life had and have listened to his heart over his brain. Maybe from very early on, you were preparing yourself to raise four daughters in a truly progressive manner, give them higher education and nurture them with the highest dignity and love.

Papa, I know that this letter is already pretty long, but I can't resist talking about your unmatched positive attitude, giving and gaining equal trust, respect and love from everyone and yet reaching the highest level of modesty and selflessness.

And so, the warmth of your love and kindness is everywhere - in every brick and breath of Surat to Bhavnagar, in IIT Kanpur campus to many Maths. conferences, to every page of સુગણિતમ્, in those little handwritten phone diaries that are about to tear apart and, oh yes, everyone's favorite - in your every morning “to do” list, written on your self made note pads “created” from those ready to be thrown empty envelopes and unused sides of any cards - our lifelong grand and brand ambassador of “Save the Trees”!

Papa, I have always been fascinated not only by your elegant signature but by your confidence and conviction that you have poured along with it!

So, if time permits, do write me back in my prayers or dreams, with one more signature of love!

**Yours, Bindu**



હું, નેહા સુકેશ મોદી, ડૉ.કલથિયાની ચાર દીકરીઓમાં સૌથી નાની.

પ્રા.એન.એલ.કલથિયા એટલે એક પ્રભાવશાળી વ્યક્તિત્વ, સરળ અને ધીરજવાળો સ્વભાવ, સાદગીભરી જીવનશૈલી, હંમેશાં બીજાની મદદ કરવા તત્પર, ‘Nothing is Impossible in this world’ ને સાર્થક કરનાર, હંમેશાં હસતો ચહેરો સ્ફૂર્તિ ભરેલો, બધીજ પરિસ્થિતિમાં adjust થઈ જનાર, ઘડિયાળને પણ પાછી પાડી દે એવા સમયના પાબંદ, દરેક કામ પ્લાનીંગ સાથે કરનાર, પોતાના કામ અને વિષયને ખૂબ જ પ્રેમ કરનાર વ્યક્તિ. હું અહીં જો ગણિત વિષયમાં તેમનું વર્ચસ્વ, યોગદાન અને ન ગણી શકાય એવી સિધ્ધિઓની વાત કરીશ તો તેમના વ્યક્તિત્વની બીજી બાજુ વિષે નહીં લખી શકું એટલે હું મારા પપ્પા વિશે લખીશ.

“પિતા..”

‘એક એવી વ્યક્તિ છે....

જેની છાયામાં...

“દીકરીઓ” રાજ કરે છે.’ !!

આ મેં લખ્યું નથી પણ હંમેશાં અનુભવ્યું છે, દુનિયાની દરેક દીકરીઓ અનુભવતી હશે.

હું જ્યારથી સમજણી થઈ (10 થી 12 વર્ષની), ત્યારથી મેં હંમેશાં પપ્પાને કામ કરતા અને દોડતાં-ભાગતાં જોયા છે. ઘરની દરેક નાની મોટી જવાબદારીમાં મમ્મીનો સાથ આપતા, શાકભાજીથી લઈને ઘરની દરેક ચીજ વસ્તુઓ જાતે લાવતા, મહિનાના એક રવિવારે પસ્તી અને ભંગાર વેચતા, ઘરનું નાનું મોટું રિપેરીંગ કરતા, સોસાયટીના કામ કરતા, અમને ભણાવતા, સામાજિક જવાબદારી ખૂબ નિષ્ઠાથી નિભાવતા અને આ બધાની સાથે કૌટુંબિક જવાબદારી અને મિત્રોને પણ ક્યારેય ભૂલ્યા નથી.

અમને ચારેય બહેનોને ખૂબ જ સરસ ભણતર અને ઘડતર આપ્યું કે જેથી જીવનની કઠિનમાં કઠિન પરિસ્થિતિનો સામનો Confidence સાથે કરી શકીએ. નાણામંત્રીને શરમાવે એવું એ પોતાનું બજેટ બનાવતા અને રોકાણ કરતા. એટલે જ તો એમણે કોઈને ક્યારેય પણ ઓછું આવવાં દીધું નથી. ક્યારેય પણ કોઈ વસ્તુની ના પાડી નથી. પોતે પોતાના ઉપર ક્યારેય ખર્ચ કરતા નહીં અને અમારા અને મમ્મીના ભવિષ્ય માટે હંમેશાં દોડતા રહ્યા. અમે ના પાડતા રહ્યા અને તેઓ છેલ્લી ઘડી સુધી દોડતા રહ્યા. જીવન એવા પ્લાનીંગ સાથે જીવ્યા કે ચાર દીકરીઓને ભણાવી, યોગ્ય પાત્ર સાથે ધામધૂમથી લગ્ન કરાવ્યા અને અમારા સંતાનોના લગ્ન સમયનાં મામેરાં પણ કરતા ગયા.

મારા પપ્પા મારા માટે ‘24 × 7’, 108 ઈમરજન્સી સર્વિસ, 24 × 7 હેલ્પલાઈન હતા. અમારી ગમે તે સમસ્યા હોય એમની પાસે એનું સામાધાન હોય જ. સમસ્યાનું સારું પરિણામ આવે તો અમને અને ખરાબ પરિણામ આવે તો પોતાને

જવાબદાર ગણતા. આવું સુંદર વ્યક્તિત્વ ધરાવતા પપ્પાની દીકરી હોવું ગર્વની વાત છે. મને બે વાતનું ખૂબ જ અભિમાન છે. એક, મારી અને પપ્પાની બર્થ ડેઈટ એક જ છે. બીજું, લોકો જ્યારે મને કહે છે કે હું પપ્પાની સૌથી લાડકી છું અને એમના જેવી છું. એમના જેવું બનવું તો અશક્ય છે છતાં સાંભળીને ખૂબ જ આનંદ થાય છે.

આજે પપ્પા ખૂબ જ દૂર જતા રહ્યાં છે પણ એમનો પળે પળે સાથે હોવાનો અહેસાસ જતો નથી અને ક્યારેય ન જાય એવી પ્રભુને વિનંતી કરું છું. ફોન પર, ‘બોલો બેટા’ જેવું સાંભળવા મારા કાન તરસી રહ્યા છે. પપ્પા ફોન કરીને પૂછે કે ફી છો? અને જો હું હા પાડું તો મારી સાથે પોતાના દિલની વાતો શેર કરતા અને હું પણ કરતી. એ વાર્તાલાપ હવે ક્યારેય સાંભળવા નહીં મળે. સુકેશે ખૂબ નાની ઉંમરમાં પોતાના પિતાને ગુમાવ્યા હતા. એના માટે તો મારા પપ્પા એના બની ગયા હતા. બંને વચ્ચે પિતા-પુત્ર જેવો સંબંધ હતો, જે હવે માણવા નહીં મળે. છેલ્લે માંદગીના દિવસોમાં, હું જ્યારે પપ્પાને છેલ્લી વખત મળી ત્યારે, મેં તેમને કહ્યું કે, “તમે જરાય ચિંતા કરતા નહીં, તમારા બધાં અધુરાં કામ અમે પૂરા કરીશું.” ત્યારે તેમનો, આંખમાં આંસુ અને સંતોષવાળો, ચહેરો હું ક્યારેય પણ ભૂલી નહીં શકું.

આવા પ્રેમાળ પપ્પાને ભગવાને ખૂબ જ ઊંચું સ્થાન આપ્યું હશે એવો મને વિશ્વાસ છે. મને મારા પપ્પા પાસેથી જે સંસ્કારનો વારસો મળ્યો છે તે હું મારા દીકરા રીયાન ને આપવાનો પૂરેપૂરો પ્રયત્ન કરીશ. હું મારા પપ્પાના પડછાયામાં હમેશાં મોજ કરીશ.

જય શ્રી કૃષ્ણ  
નેહા

ઈમારતોનું ગણિત: નવયુગ  
સાયન્સકોલેજ માધ્યાખ્યાન  
સુરત, રવિવાર,  
દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીની  
આંતર કોલેજ વિસ્તરણ યોજના  
લેક્ચર નવયુગ સાયન્સ કોલેજમાં  
સુરતની એસ.વી. આર. એન્જનીયરિંગ  
કોલેજના મેથેમેટીક્સ ડીપાર્ટમેન્ટના  
પ્રાધ્યાપક ડૉ. એન. ડી. કલથિયાનું  
“ઈમારતોનું ગણિત” વિષય પર  
વ્યાખ્યાન રાખવામાં આવ્યું હતું.  
આ વ્યાખ્યાનમાં કેવા સંબંધોમાં  
ઈમારતો નુટી પડે છે. તેના  
ગાણિતિક ખ્યાલ વિકલ સમીકરણો  
દ્વારા સાબજ રીતે આપવામાં  
આવ્યો હતો.  
પ્રમુખસ્થાનેથી આચાર્ય શ્રી  
પી. જી. સુખારામવાલાએ વક્તાનો  
પરિચય આપી પુષ્પગુચ્છ અર્પણ  
કરી વક્તાનું સ્વાગત કર્યું હતું.  
આંતમાં કોલેજના જનરલ સેક્રેટરી  
શ્રીધોજીજી જી. પટેલે આભારવિધિ કરી  
હતી.

વર્તમાનપત્રોમાં  
પ્રા. કલથિયા સાહેબ

ડૉ. એકેન દેસાઈ  
અને ડૉ. એન. એલ.  
કલથિયા સિન્ડિકેટમાં

સુરત મંજળવાર: દક્ષિણ ગુજરાત  
યુનિવર્સિટી ધારાની ક્વમ ૧૯ (૧)  
(viii) અન્વયે યુનિવર્સિટીના એકેડેમિક  
કાઉન્સિલનાસભ્યો પૈકીના વિદ્યાશાખાના  
અધ્યક્ષ હોય તેવા અને વિદ્યાશાખાના  
અધ્યક્ષ સિવાયના એક સભ્યની  
સિન્ડિકેટ ઉપરની ચૂંટણી મંજળવાર,  
તા. ૧૬-૮-૯૪ના રોજ એકેડેમિક  
કાઉન્સિલની સભામાં યોજવામાં આવી  
હતી. પ્રસ્તુત ચૂંટણીમાં ડૉ. એકેન  
જળેન્દ્રરાય દેસાઈ, ગવર્નમેન્ટ મેડિકલ  
કોલેજ, સુરત અને ડૉ. નટવરલાલ  
લાલજીભાઈ કલથિયા, (વિજ્ઞાન  
વિદ્યાશાખાના અધ્યક્ષ) (પ્રાધ્યાપક અને  
૧૬૧, મેથેમેટીક્સ વિભાગ, દક્ષિણ  
ગુજરાત યુનિવર્સિટી, સુરત)ને કુલપતિએ  
તા. ૨૨-૫-૧૯૯૭ સુધી સિન્ડિકેટ ઉપર  
ચૂંટાયેલા જાહેર કર્યાં છે.

Gujarat Mitra  
Dt. 17-8-94



I was with **Dadaji** when he took his last breath and his soul departed this world. It's been over two months since that. But, as I sit here writing this piece from my apartment in San Fransisco, I am still finding it surreal that Dadaji passed away and that I will never get to talk to him ever again. Such was our connection that despite him not being with us anymore, I still feel that his **Aatma** is watching over me, giving me guidance not physically but through all the knowledge he had passed down over the years.

I had the privilege of growing up in very close proximity to my grandparents - both geographically and emotionally. Over the 18 years we spent together in Surat, Dadaji and I formed and shared a special bond that is hard to describe. His not being here makes those emotions even more complex to get through a piece of paper but this short article will be my attempt to preserve those emotions over time and pass them down to people who will come after me.

As a kid, Dadaji was the model grandpa. Caring and always eager to give all the love he could. Some of the best times we had was, us just simply going out together to do his chores. I'd love to tag along with him as we drove across the city - getting groceries, going to IGNOU and finishing the day with some treats. In between, he'd share stories of his childhood, peeling back layers of his life that over the years helped me piece together the story of his life. And that story inspires you to be good, to be selfless and to help those in need. On the surface, you'd be mistaken to think that all he taught was Maths. To me, he taught how to live a virtuous life.

Now that I look back at it, most of the time I spent with him as a teenager was actually spent in silence. We'd spend all day doing Maths sitting in the same room but the silence would only occasionally be broken when I needed his help or when he wanted to teach me something. And yet, I think those were some of the best times we shared because we were both doing what we loved. I loved learning from someone who was a master of his craft and he loved teaching to someone who cared. And boy, was he good at what he did ! I am still amazed by how he would go to sleep not knowing something and wake up with an articulated solution in his head. What always struck me was his commitment towards finding the answer. On the rare occasions, I came to him with a maths problem he couldn't solve on the first go, he would spend multiple days thinking through it. He sometimes even reached out to his other Mathematician friends to discuss a potential solution! The dedication he showcased to his skill and passion was something awe-inspiring and guide me in all my endeavours.

After I moved to the Purdue in the US for college, our relationship changed once again. We were no longer spending time together, but I can still remember how involved he was emotionally. We'd talk frequently and he would even help me with Maths problems through WhatsApp! We'd sometimes discuss in depth the different approaches towards teaching Maths in the two countries and what new ideas could be adopted in India. It was amazing to see someone care so deeply about making mathematical education approachable to a wider audience. This phase of our relationship was special to me because I could see that he was proud of how I was growing up and the person I was growing into.

The last two months have been emotionally challenging at times, but that is only because of the 25 great years we shared. I still don't have an answer to how I'll continue his legacy. Etching down our shared memories is just the start of that journey, because the generation that comes after me deserves to learn about this great man and everything that he stood for.

## Tribute to Dadaji

Varisha (Granddaughter)  
New Delhi (M) 9409081228

When I pen down few words for my strength giver, I would like to start with his nature to always keep up the optimistic approach regardless of any bad situation. His solution-oriented thinking habit has become an aim to me in my life. A perfect balance of emotions and practicality was seen throughout my life around him.

I remember every summer vacations where we were treated like prince and princess in our 'Utsav' (name of residence of Prof. Kalathia). Growing up, his guidance in my career was the brightest light of hope in any circumstances. Specifically, after my father passed away, he has made sure to be a father figure to me, be it my postgraduate admission or be it my Sibling's wedding.

Age was never a barrier for him. He had stood up with our family in every thick and thins. Once I lost him, the dilemma for me was to be sad as I lost my father again or to be fine as he hadn't had to suffer more because of the health issues. I am still in this dilemma even after 3 months. Concluding now, I only wish peace for him.



## Tribute to Dadaji

Riaan (Grandson)  
Ahmedabad (M) 9408961316



Dr. N.L.Kalthia, a profound Mathematician and the best grandfather. “**Dadaji**”, as we all cousins used to call him, was one of the calmest and composed persons I had ever met. He was an absolute mind reader. Dadaji just always knew what I wanted and what would make me happy at that instance. He had this urge in him to keep every family member happy and make them feel loved.

One of my most unforgettable memory is that whenever I used to go visit **dadaji** in Surat, just stepping right into the house, I could smell those dhoklas that dadaji used to specially himself go and get it for me. Dadaji was also my favourite teacher, looking at his determination in teaching me Maths made me like Maths more. His teaching style was unique compared to the teachers now. Now-a-days teachers directly just jump and rush through the syllabus. But dadaji believed in learning the basics and theory of each topic whether it be easy or difficult. I personally learnt so much from him, not just studies, but in general how to be a good human being. Dadaji will always be missed and his spirit will guide me ahead in life.

**I love you, Dadaji.**

## Tribute to Dadaji

Shailee (Granddaughter)  
California, U.S.A. (M) 2246000241

Dadaji's love for me knew no bounds. I consider myself incredibly fortunate to spend an abundance of time with him until I moved to the US. Living nearby, I had the privilege of visiting 'Utsav' often, not just during summer vacations. Dadaji made sure my life felt like an eternal summer vacation. Both my grandparents treated me like royalty, serving my favourite delicious breakfast every morning, and oh, the countless mangoes **Daddu** would get for us!

Daddu's pampering felt like a warm hug, adding to our special bond. While his students knew him as strict, with me, he was the most gentle and amazing teacher I could ever have wished for! As a child, I was not particularly fond of studying, but the way he taught me made Maths my absolute favourite subject. Dadaji would often laugh at the number of breaks I took while studying, but he always graciously allowed them. One of my proudest moments was discovering that Dadaji was one of the authors of my 8th, 9th, and 10th-grade Maths. textbooks. His passion for Mathematics was inspiring. Sometimes, he would fall asleep contemplating a particular problem and have the solution ready when he woke up. Yes, he solved problems in his sleep! That is the level of dedication and brilliance he had for Maths. It was simply extraordinary.

He didn't just teach me Maths., he taught me invaluable life lessons. Every year, on my birthday or any other milestone, big or small, I received a heartfelt card from Dadaji without fail. I always saw him as one of the most content, selfless, and calm individuals. I admired the way he cared for my grandma. As a child, every evening at **Utsav**, he would take me to the temple downstairs, and we would pray together. There are countless memories to cherish, but I will end by saying that nothing can fill the void in my heart. It's been three months, and I still cannot believe he is no longer with us. I constantly feel like he is watching over me, just a call or text away. I hope and pray that he is the happiest wherever he is!

## Tribute to Dadaji

Dr. Nishad (Grandson)  
Bhavnagar (M) 9727728225



Myself, Dr. Nishad AKA chizu, am the first and mostly pampered grandchild of **dadaji**. My childhood's every page has the time I spent at Dadaji house. Every vacation when I go to Surat, dadaji was like “તોફાની બાર્કસ આવી ગયો!”, as I was very mischievous. I was scolded on regular basis by all but dadaji. Dadaji used to explain me with his kind and polite nature. All my school and medical college life, dad was leading my way ahead, but **dadaji** was always watching my back.

When I lost my dad, I was lost and shattered. Our whole family was shocked. In such times, dadaji sat aside his grief and helped us out of ours. It is this quality of him that has inspired us and many more to shine in any situation. Years after my father's death, dadaji was my guiding angel. He was always by my side, be it my masters, marriage etc. His last few months were very depressing and stagnant for a person who daily walked 5 km in his nineties.

Dadaji's contribution to my upbringing can't be compiled in this note, but still this is a small gesture of thanking him for the goods he has done in my life.









Prof. Kalathia with wife and daughters









When Prof. Kalathia went to Italy in 1982 for the first time to attend the conference

Prof. Kalathia with three brothers and two sisters



Prof. Kalathia with three brothers



Prof. Kalathia with cousin Bhikhubhai



Prof. Kalathia with wife Ushaben



Prof. Kalathia with wife Ushaben



Prof. Kalathia with grandson Fagun

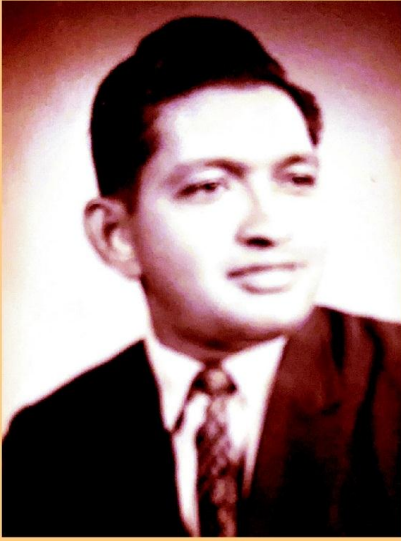


Prof. Kalathia with wife Ushaben and grand daughter Shailee



Prof. Kalathia with Dr. D. V. Shah and Mrs. Darshana Shah





Prof. Kalathia with cousin Bhikhubhai (on left) and his family









During Indian  
Mathematical  
Society  
Conference at  
Surat, 1990 (1)



During Indian  
Mathematical  
Society  
Conference at  
Surat, 1990 (2)

During Indian  
Mathematical  
Society  
Conference at  
Surat, 1990 (3)



# અનુક્રમણિકા

સળંક અંક : 314 Part-2

ઈ-આવૃત્તિ-9

જુલાઈ-2024

લેખનું શીર્ષક	લેખક	પાના નં.
1 સો અંક પહેલાં	--	48
2 ઉઘાડી રાખજો બારી	પ્રા. એમ. એચ. વસાવડા	50
3 વીસરાતી ભૂમિતિ : સ્ટીવર્ટનું પ્રમેય (Stewarts Theorem)	પ્રા. પી. કે. વ્યાસ	52
4 Digits and Tables	પ્રા. રેખાબેન મહેતા	58
5 A MEMORABLE PILGRIMAGE	Babubhai B. Kayasth	60
6 ત્રિકોણના લંબકેન્દ્રનાં કેટલાંક રસપ્રદ પરિણામો	રૂપાંતરણ : શ્રી મેઘરાજ જ. ભટ્ટ	63
7 સુગણિતમમાંથી વીણેલાં મોતી પુનશ્ચ "1089"-3	પ્રા. પી. કે. વ્યાસ	66
8 આબેલ પુરસ્કાર વિજેતા - મિશેલ તાલાગ્રાન્ડ (Michel Talagrand)	ડૉ. માનસી શાહ	70
9 ટીનુ મીનુની ટોળકી (લાંબા વિરામ પછી)	પ્રા. રેખાબેન મહેતા	73
10 રાજેશ મેરના પ્રશ્નોના ઉત્તર	દોઠ ગણિતજ્ઞ	75
11 ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી	વિઠ્ઠલભાઈ અં. પટેલ	80
12 ગણિત ઉપયોગી છે અને રસપ્રદ પણ છે.	થાનકી હિંજલ મનસુખલાલ	82
13 પ્રા. પ્ર. યુ. વૈદ્ય ગણિત પ્રશ્નો	ડૉ. સચિન ગજજર	85
14 ગણિતમાં ઈતર વાચન : (સંદર્ભ પુસ્તકોની યાદી)	મેઘરાજ ભટ્ટ	88
15 પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન (ગુજરાત ગણિત મંડળ) અહેવાલ	અરવિંદભાઈ બી. પટેલ	92
16 ગણિત સમાચાર	--	96



## સો અંક પહેલાં

[સુગણિતમ્નો સળંગ અંક 214 માર્ચ-એપ્રિલ 2005નો હતો. આ અંકની વાચકનોંધપોથીમાં 'સુરેશ મોદીના આલ્ફામેટિકનો ઉકેલ' શીર્ષક હેઠળ પ્રગટ થયેલ લખાણ અત્રે પુનઃમુદ્રિત કરીએ છીએ. સળંગ અંક 213ની ગણિતનોંધપોથીમાં પ્રગટ થયેલો સુરેશ મોદીનો કોયડો પણ અત્રે પ્રગટ કર્યો છે - પ્રધાન સંપાદક]

સિગ્નલની લાલ બત્તી આવતાં એ જગ્યાએ મારે સારી એવી વાર થોભવું પડ્યું. મારી કારની આગળ બીજી બે ગાડીઓ ઊભી હતી. તે ગાડીઓના રજીસ્ટ્રેશન નંબરો પર મારી નજર પડી. નંબરો મનમાં નોંધી લીધા. નંબરો જોઈને તેના અવયવો શોધવા માટે મચી પડવાની મને ટેવ છે. આ કિસ્સામાં મને એ જોઈને આશ્ચર્ય થયું કે આગળની બે ગાડીઓના ચાર અંકોના રજીસ્ટ્રેશન નંબરોનો જો ગુણાકાર કરવામાં આવે તો ગુણનફળમાં આઠ અંકો મળતા હતા અને બધા અંકો એક સરખા હતા!

કિષ્ટારિધમ પ્રમાણે આ ગુણાકાર નીચે પ્રમાણે હતો.

$$\begin{array}{r} ABAB \\ \times ACBC \\ \hline CCCCCCC \end{array}$$

ઉપર પ્રમાણેની માહિતી પરથી બંને ગાડીઓના નંબરો શોધી શકશો?

મુંબઈ, 400 071

સુરેશ મોદી

સુગણિતમ્ના અંક 213ની ગણિત નોંધપોથીમાં ઉપરોક્ત પ્રશ્ન હતો. આ પ્રશ્નનો ઉકેલ અમને ખુદ સુરેશભાઈ મોદી ઉપરાંત અમદાવાદના સંકેત ભાવસાર અને પી.કે. વ્યાસ, વડોદરાના સ્નેહલ ભાયાણી તથા સુરેન્દ્રનગરના નિલેશ માંડલિયા તરફથી મળ્યો હતો.

ગુણાકારનું પરિણામ આઠ આંકડાની સંખ્યા છે અને તેનો દરેક આંકડો C છે. માટે ગુણાકાર  $C \times 11111111$  છે.

હવે  $11111111 = 11 \times 73 \times 101 \times 137$  થાય છે.

આમ ABAB અને ACBC એ ચાર અંકોની સંખ્યાઓમાં 11, 73, 101, 137 અવયવો છે જ. આપણે આ અવયવોના ગુણાકારથી ચાર અંકની બે સંખ્યા ઉપજાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ તો  $101 \times 73 = 7373$  મળે છે. એટલે તરત  $A=7, B=3$  મળે છે. હવે બીજું કશું વિચારવાને બદલે એ જોઈએ કે ACBC અને ABAB પ્રમાણમાં એકબીજાની નજીકની સંખ્યાઓ છે. એટલે ગુણાકાર એ  $(7373)^2$ ની નજીકની સંખ્યા છે. એટલે કે તે 54361129 ની નજીક છે પણ તેમાં દરેક આંકડો C છે. માટે ગુણાકાર 5555 5555 હોવો જોઈએ અને  $C=5$ . આમ  $ABAB=7373$  અને અને  $ACBC = 7535$ . આ બેનો ગુણાકાર કરી ખાતરી કરી શકાય કે તે 5555 5555 છે.

**20 વર્ષ પહેલાંની યાદો :** આ કોયડો સુગણિતમ્ના સળંગ અંક 212માં મુદ્રિત થયો હતો. મુદ્રણદોષ હોવાને કારણે અંક 213માં પુનઃમુદ્રિત થયો. અંક 214માં તેનો ઉકેલ મુદ્રિત થયો. ઉકેલ આપનાર વાચકોમાં અમારું નામ પણ છે. તમામ ઉકેલોનું સંકલન કરી તંત્રીશ્રી અરુણભાઈએ ઉપરનું લખાણ તૈયાર કરેલ. અમારો ઉકેલ બરાબર યાદ છે. અમે કોયડો રજૂ કરનારના લખાણ : નંબરો જોઈને તેના અવયવો શોધવા મચી પડવાની અમને ટેવ છે — પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કર્યું હતું. ACBC ના અવયવો શોધવા માટે કોઈ ઉપાય જડ્યો નહિ પણ ABAB ના અવયવો શોધવા તો સહેલા છે.

$$ABAB = AB \times 101$$

વળી, CCCC CCCC નાં અવયવો શોધવા પણ સહેલાં છે.

CCCCCCCC =  $C \times 11 \times 73 \times 101 \times 137$ . જમણી બાજુના અવયવો પૈકી કોઈક બે (કે ત્રણ) નો ગુણાકાર  $ABAB = AB \times 101$  થવો જોઈએ. બબ્બેના જોડકાં બનાવી ગુણાકાર કરતાં  $ABAB = 7373 = 73 \times 101$  મળી ગયા. એ સિવાયના જોડકાં પૈકી કેટલાકના ગુણાકારમાં પાંચ અંકો મળતા હતા તો કેટલાકમાં AB બે વખત પુનરાવર્તિત થતાં ન હતાં. આમ  $AB = 10$   $A + B = 73$  અને તેથી  $A = 7$  અને  $B = 3$ .

હવે, ABAB નો એકમનો અંક 3, ACBC નો એકમનો અંક C અને આ બેના ગુણાકારનો એકમનો અંક પણ C. 3નો ઘડિયો (table) બોલો. 3 ને 5 વડે ગુણતાં ગુણાકારનો એકમનો અંક પણ 5 મળે છે. બાકીના કોઈ  $1 \leq C \leq 9$  માટે  $3 \times C$  માં એકમનો આંક C નહિ મળે. તેથી  $C = 5$ .

$$\text{છેલ્લે } 5555\ 5555 = (73 \times 101) (5 \times 11 \times 137) = 7373 \times 7535 = ABAB \times ACBC$$

અહીં Rep. Unit (Repeated Unit)  $1_n$  ( $n$  એકડાથી બનતી સંખ્યા)નો ઉપયોગ છે. Rep Unit ના ઘણા બધા રસપ્રદ ગુણધર્મો છે. આ ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરી ઘણી બધી ગણિત ગમ્મતો રચી શકાય છે. ગણિત પ્રયોગશાળાની દિવાલોને શોભા આપતાં પોસ્ટરો પણ બનાવી શકાય. સંખ્યા ગણિતના અભ્યાસી વાચકો પૈકી કોઈ આ વિશે કાંઈક લખે તો લેખ રસપ્રદ પણ બનશે અને વાચકોને ઉપયોગી પણ થશે. - પી.કે. વ્યાસ

## કૃપા કરી આટલું કરશો.

સુગણિતમ્માં પ્રકાશિત કરવા માટે ઘણાં બધાં – સારા, પ્રકાશિત કરવાં જ જોઈએ એવાં – લખાણો મળી રહ્યાં છે. કેટલાંક લખાણો ટાઈપ કરેલાં હોય છે તો કેટલાંક હસ્તલિખિત પણ હોય છે. હસ્તલિખિત લખાણોના ફોટા પાડીને અને ટાઈપ કરેલાં લખાણોની Doc-File અને PDF મળે છે. અમે નમ્રતાપૂર્વક નીચે પ્રમાણે ત્રણ સૂચનો કરીએ છીએ.

1. ટાઈપ કરેલાં લખાણો 14 પોઈન્ટના અક્ષરોમાં ટાઈપ કરવાં. ટાઈપ કરતી વખતે બે લીટી વચ્ચેનું અંતર (Line Spacing) થોડું વધારે રાખવું. પછી તેની Doc-File અને PDF બંને મોકલવી.
2. હસ્તલિખિત લેખ તદ્દન કોરા કાગળો પર પાનાંની એક જ બાજુએ લખવો. લીટીવાળા-આંકેલા કાગળોનો ઉપયોગ ન કરવો. લખાણ 0.7 પોઈન્ટની અણી (Nib) વાળી વાદળી અથવા કાળા કલરની Gel Pen વડે લખવું. Ball Pen નો ઉપયોગ ન કરવો.
3. હસ્તલિખિત લખાણના ફોટા પાડતા પહેલાં અને ટાઈપ કરેલ લખાણની PDF બનાવતા પહેલાં, લેખ બરાબર વાંચી જવો.

જો આપ આ સૂચનોનો અમલ કરશો તો ટાઈપ કરનારને અને પ્રુફ વાંચનારને ઘણી સુગમતા થશે.

આભાર...

આપણે સુગણિતમ્ના અંક 313માં વર્ગ શિક્ષણની સુષ્કતા નિવારવા માટે બારી ઉઘાડી રાખવાનો અનુરોધ કર્યો હતો. અભ્યાસક્રમ, પાઠ્યપુસ્તક અને પરીક્ષાના માળખાને ખલેલ પહોંચાડ્યા વગર આપણે અન્ય કેટલીક વાતોને વર્ગશિક્ષણ સાથે સાહજિક રીતે વણી લઈને શિક્ષણ કાર્યને રસપ્રદ અને ચેતનવંતુ બનાવી શકીએ. આ માટે અભ્યાસક્રમમાં ન હોય એવી અને પાઠ્યપુસ્તકમાં ન આપેલી હોય એવી કેટલીક વાતો આપણે જાણીએ તો એ ઉપયોગી થઈ શકે. આવી વાતો કયા પ્રકારની હોય શકે ?

- (1) ગણિતનો ઈતિહાસ અને ગણિતજ્ઞોના જીવન પ્રસંગો
- (2) જ્ઞાન સાથે ગમ્મત આપતાં પરિણામો
- (3) રમતો અને કોયડાઓ
- (4) વ્યવહારમાં અને વિજ્ઞાનમાં ગણિતનો ઉપયોગ
- (5) આપણી આસપાસની દુનિયામાં અને પ્રકૃતિના પદાર્થો અને પરિઘટનાઓમાં દેખાતું ગણિત
- (6) પ્રવૃત્તિઓ દ્વારા ગણિત શિક્ષણ

આ લેખમાળામાં આપણે ઉપર આપેલા પ્રકારની કોઈ વાત કરીશું. વર્ગમાં આ વાતો કરતી વખતે એક બાબત ધ્યાનમાં રાખવી જરૂરી છે. અભ્યાસક્રમમાં ન હોય તેવી અન્ય વાતો યોગ્ય સંદર્ભમાં, યોગ્ય માત્રામાં જ હોવી જોઈએ. વર્ગ શિક્ષણનો મુખ્ય હેતુ હાર્ડ (hardcore) ગણિત શીખવવાનો જ છે. એટલે અન્ય વાતોના અતિરેકથી શિક્ષણના મુખ્ય હેતુને નુકસાન ન થવું જોઈએ. અહીં લખતી વખતે પણ આપણે આ બાબત ધ્યાનમાં રાખીશું. અહીં કોઈ અભ્યાસપૂર્ણ લેખ લખવાનો હેતુ નથી, કે કોઈ વિષયનાં બધાં પાસાંને આવરી લેતી ચર્ચાનો હેતુ નથી. જે કહીશું તે જરૂરી વિગતો સાથે સંક્ષિપ્તમાં કહીશું.

આપણે શરૂઆત યુક્લિડથી કરીશું. શાળામાં શીખવાતી ભૂમિતિ અને યુક્લિડ અતૂટ રીતે સંકળાયેલાં હોઈ યુક્લિડ વિષે વાતો કરવાનો વર્ગમાં પૂરતો અવકાશ રહેશે. શાળાની ભૂમિતિ યુક્લિડની ભૂમિતિ તરીકે જાણીતી હોઈ છાપ એવી પડે કે આ ભૂમિતિમાં આવતાં બધાંજ પરિણામો યુક્લિડે શોધ્યાં હશે. પરંતુ એવું નથી. યુક્લિડ ની પહેલાં પાયથાગોરસ, થેલ્સ જેવા ગણિતશાસ્ત્રીઓ થઈ ગયા, જેમણે ભૂમિતિનાં કેટલાંક પરિણામો શોધ્યાં હતાં. પરંતુ આ પરિણામો વેર-વિખેર હતાં. યુક્લિડ નું મુખ્ય અને મહત્વનું પ્રદાન એ કે તેણે આ પરિણામો અને તેણે શોધેલાં બીજાં પરિણામો તર્કબદ્ધ માળખામાં વ્યવસ્થિત ગોઠવ્યાં. યુક્લિડની ભૂમિતિની તર્કબદ્ધ રચના એટલી સરસ અને સચોટ છે કે તેને નિગમન તર્ક (Deductive Logic)ના પિતા ગણવામાં આવે છે.

યુક્લિડના જીવન વિષે બહુ ઝાઝી નક્કર માહિતી ઉપલબ્ધ નથી. જે માહિતી ઉપલબ્ધ છે તે પરથી તારવી શકાય કે તે ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી હતા. તેમનો જન્મ ઈ.સ. પૂ. 330 આસપાસ થયો હતો. અને તેમનું મૃત્યુ ઈ.સ. પૂ. 275 આસપાસ થયું હતું. તેમણે તેમના જીવનનો ઘણોખરો ભાગ સમ્રાટ સિકંદરે વસાવેલા એલેક્ઝાન્ડ્રિયા શહેરમાં વિતાવ્યો હતો. (હાલ આ શહેર ઈજિપ્તમાં છે) તેમના જીવનના બે પ્રસંગો જાણીતા છે. જે તેમના વ્યક્તિત્વ પર પણ પ્રકાશ પાડે છે. યુક્લિડના સમયમાં રાજા તરીકે ટોલેમી પહેલો હતો. ટોલેમી યુક્લિડની વિદ્વતાથી પરિચિત હતો. તેણે યુક્લિડને તેને ભૂમિતિ શીખવવાની વિનંતી કરી. યુક્લિડે તેની વિનંતી માન્ય રાખી અને રાજાને ભૂમિતિ શીખવવી શરૂ કરી. યુક્લિડે તો પૂર્વધારણાઓ, પરિણામો, પરિણામોની સાબિતી વગેરે પધ્ધતિસર શીખવવા માંડ્યું. બે-ત્રણ દિવસમાં રાજા કંટાળી ગયો. તેણે યુક્લિડને કહ્યું : આ ભૂમિતિ શીખવાનો કોઈ ટૂંકો રસ્તો નથી ? યુક્લિડનો જવાબ સરસ હતો. તેણે કહ્યું: Your Majesty, there is no royal road to geometry (મહારાજ ભૂમિતિનો કોઈ રાજમાર્ગ નથી).

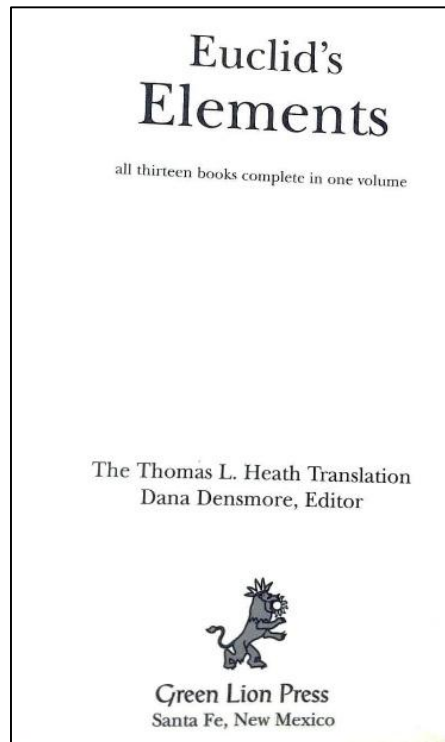
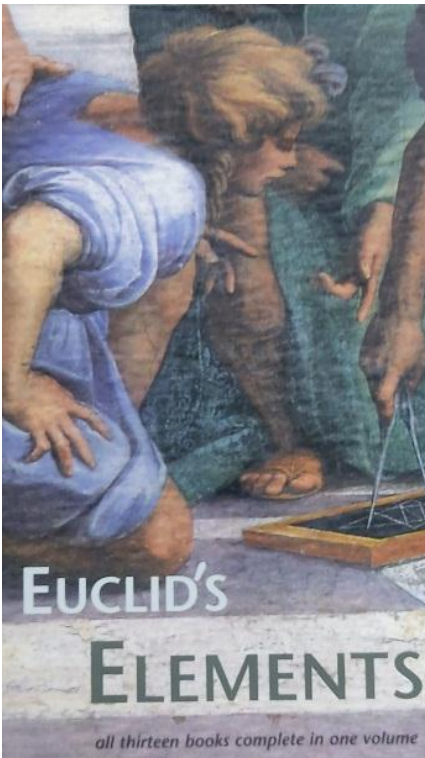
બીજો પ્રસંગ એવો છે કે એક સમૃદ્ધ વેપારીને યુક્લિડની ખ્યાતિ સાંભળીને તેની પાસે ભૂમિતિ શીખવાની ઈચ્છા થઈ. તે યુક્લિડ પાસે ગયો અને તેણે યુક્લિડને કહ્યું: મહારાજ, મારે આપની પાસે ભૂમિતિ શીખવી છે, પણ પહેલાં આપ મને કહો કે આ શીખવાથી મને શું ફાયદો થશે. યુક્લિડે તેના નોકરને બોલાવ્યો અને કહ્યું: આને એક કોપેક આપી દે. (કોપેક એટલે એ સમયના ચલણનો ઓછામાં ઓછા મૂલ્યનો સિક્કો) તેને એ જે કંઈ શીખે તેમાંથી કંઈને કંઈ લાભ ખાટવો છે.

યુક્લિડના જીવનના ઉપરના બે પ્રસંગોનું મહત્વ તેમાં રહેલા સંદેશાની દૃષ્ટિએ પણ ઘણું છે. પહેલો સંદેશો એ કે જ્ઞાન પ્રાપ્તિ માટે કોઈ સુંવાળો માર્ગ નથી હોતો. એ માટે કઠોર પરિશ્રમ જોઈએ. બીજો સંદેશો એ કે વળતર મળે તો જ જ્ઞાન મેળવવું એ વૃત્તિ બરાબર નથી. Knowledge is its own reward.

માનવીની બૌદ્ધિક સંસ્કૃતિની દૃષ્ટિએ યુક્લિડની ભૂમિતિનું મહત્વ ઘણું છે. છેલ્લા બે હજાર વર્ષથી દુનિયાના દરેક દેશની શાળામાં યુક્લિડની ભૂમિતિ કોઈને કોઈ સ્વરૂપમાં શીખવવામાં આવે છે.

યુક્લિડે એક મહાગ્રંથ લખ્યો જે ‘Elements’ ના નામથી ઓળખાય છે. ગ્રંથના 13 ભાગ છે. 13 માંથી 4 ભાગ સંખ્યાઓ વિશે છે. બાકીના ભાગમાં ભૂમિતિની ચર્ચા છે. ગ્રંથ મૂળ ગ્રીક ભાષામાં લખાયેલો હતો. પરંતુ એ મૂળ ગ્રંથ ઉપલબ્ધ નથી. લગભગ આઠમી સદીમાં આરબ ગણિતજ્ઞોએ ‘Elements’ નો અરબીમાં અનુવાદ કર્યો. એ અનુવાદ યુરોપ પહોંચ્યો અને આઠમી સદીમાં અરબીમાંથી લેટિનમાં અનુવાદ થયો. ગ્રંથની પહેલી છપાયેલી આવૃત્તિ લેટિનમાં 1482 માં બહાર પડી. ત્યારબાદ તો યુક્લિડના ગ્રંથના જુદી-જુદી ભાષાઓમાં અનુવાદ થયા. ગ્રંથની અત્યાર સુધીમાં એક હજાર કરતાં વધુ આવૃત્તિઓ બહાર પડી છે. બાઈબલ સિવાયના અન્ય કોઈ પુસ્તકની આટલી મોટી સંખ્યામાં આવૃત્તિઓ બહાર પડી નથી. આ માહિતી પરથી વિદ્યાર્થીઓને ભૂમિતિના વિષયની અને યુક્લિડના કાર્યની અગત્યનો ખ્યાલ આવશે. આપણે એ નોંધીએ કે ઈ.સ.1719માં જયપુરના જગન્નાથ પંડિતે ‘Elements’ ના અરબી અનુવાદ પરથી સંસ્કૃતમાં અનુવાદ કર્યો અને ત્યારબાદ શશીપાલ શર્માએ સંસ્કૃત અનુવાદ પરથી હિંદીમાં અનુવાદ કર્યો.

યુક્લિડની વાત કરતી વખતે ઉપર આપણે ગ્રીસ અને ઈજિપ્ત, સિકંદર અને ટોલેમી, એલેક્ઝાન્ડ્રિયા અને આરબ દેશો, પંડિત જગન્નાથ અને પંડિત શશીપાલ શર્માનો ઉલ્લેખ કર્યો. આવા ઉલ્લેખથી ગણિત એકલો અટૂલો વિષય નથી, પરંતુ ઈતિહાસ, ભૂગોળ, ખગોળ, વિજ્ઞાન, ભાષા જેવા વિષયો સાથે પણ સંબંધ ધરાવે છે એવી પ્રતીતિ વિદ્યાર્થીઓને કરાવી શકાય.



**Photographs  
provided by  
P. K. Vyas**

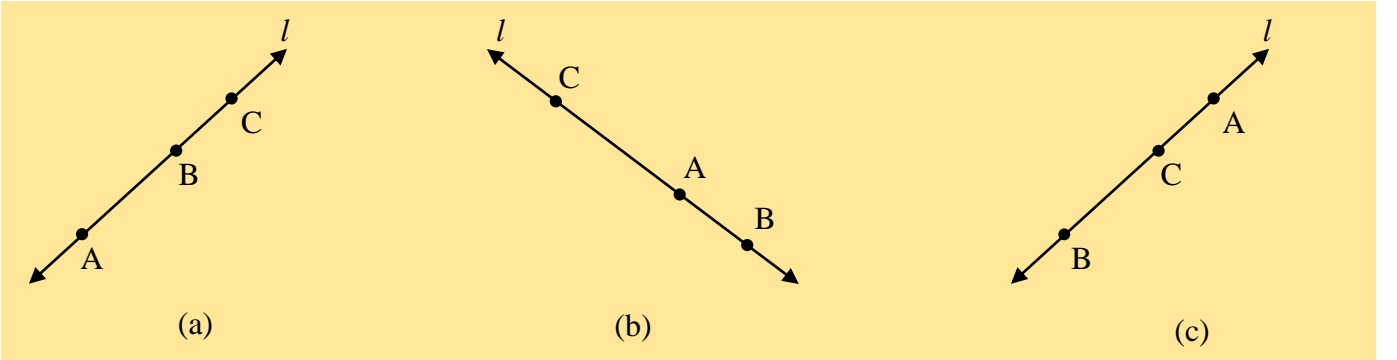


(A) દિશાયુક્ત (ચિહ્નયુક્ત) રેખાખંડો :

અહીં આપણે દિશાયુક્ત (ચિહ્નયુક્ત) રેખાખંડો (Directed Line Segments) ની સંકલ્પનાનો ઉપયોગ કરવાના છીએ. આપેલી રેખા  $l$  ની એક દિશાને ધન લઈએ તો તેની વિરુદ્ધ દિશાને ઋણ લઈશું. સામાન્ય રીતે વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિમાં આપણે રેખાખંડ  $AB$  નું માપ ધન જ લઈએ છીએ. તેથી સહજ ભાવે  $AB=BA$  લઈએ છીએ. આ સંકલ્પના બદલવી પડશે.  $AB=-BA$  અને તેથી  $AB+BA=0$  એવી સંકલ્પના લેવી પડશે.

નીચેની આકૃતિ-1માં રેખા  $l$  પર ત્રણ બિંદુઓ  $A, B, C$  આવેલાં છે. 1(a) માં  $A-B-C$  (એટલે કે બિંદુ  $B$  એ  $A$  અને  $C$  ની વચ્ચે આવેલું છે), 1(b) માં  $B-A-C$  અને 1(c) માં  $B-C-A$  છે.

પણ ત્રણે આકૃતિમાં  $AB+BC=AC$ . વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિ પ્રમાણે આકૃતિ 1(a) માં તો પરિણામ ગળે ઉતરે એવું છે.



આકૃતિ-1

$AB=-BA, BC=-CB$  અને  $AC=-CA$  નો ઉપયોગ કરી આકૃતિ 1(b) અને 1(c) માટે પરિણામ સત્ય છે તેવું દર્શાવીએ.

આકૃતિ 1(b)માં  $B-A-C$  છે.

તેથી વર્તમાન શાળા ભૂમિતિ પ્રમાણે

$$BA + AC = BC$$

$$\therefore AC = BC - BA$$

$$\therefore AC = BC + AB$$

$$\therefore AB + BC = AC$$

આકૃતિ 1(c)માં  $B-C-A$  છે.

તેથી વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિ પ્રમાણે

$$BC + CA = BA$$

$$\therefore BC - AC = -AB$$

$$\therefore BC + AB = AC$$

આમ, યથેચ્છ સમરેખ બિંદુઓ  $A, B, C$  માટે  $AB + BC = AC \therefore AB + BC = -CA$  અને તેથી  $AB+BC+CA = 0$ .

આ સંકલ્પનાને ચાર કે તેથી વધુ સમરેખ બિંદુઓ માટે નીચે મુજબ વ્યાપક સ્વરૂપે લખી શકાય.

$$(1) \quad AB + BC + CD + DA = 0 \quad (2) \quad PQ = PR + RS + ST + TU + UQ$$

$$(3) \quad AB = AP_1 + P_1P_2 + P_2P_3 + \dots + P_{n-1}P_n + P_nB.$$

(B)  $R^1$ ની યામ પદ્ધતિ અને દિશાયુક્ત (ચિહ્નયુક્ત) રેખાખંડો :

વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિમાં આપણે  $R^1$ ની યામભૂમિતિ શીખવીએ જ છીએ. આપેલ રેખા પરના પ્રત્યેક બિંદુને સંગત એક અનન્ય વાસ્તવિક સંખ્યા સાંકળી શકાય અને પ્રત્યેક વાસ્તવિક સંખ્યાને સંગત તે રેખા પર એક અનન્ય બિંદુ સાંકળી શકાય. A બિંદુને સંગત વાસ્તવિક સંખ્યા  $a$  હોય તો  $a$ ને બિંદુ Aનો યામ કહીએ છીએ અને બિંદુ Aને તેના યામ સાથે  $A(a)$  વડે દર્શાવીએ છીએ. જેની સાથે 0 (શૂન્ય) સંકળાયેલ હોય તે બિંદુને ઉગમબિંદુ કહીએ છીએ અને સામાન્ય રીતે ઉગમબિંદુને O(ઓ) વડે દર્શાવીએ છીએ. આમ O (0) ઉગમબિંદુ છે.

$R^1$ માં બિંદુઓ  $A(a)$  અને  $B(b)$  વચ્ચેનું અંતર આપણે વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિમાં  $AB = |a-b|$  લઈએ છીએ. ચિહ્નયુક્ત રેખાખંડોની સંકલ્પનામાં  $AB = b - a = (Bનો યામ) - (Aનો યામ)$  છે. તેથી  $BA = a - b$ .

$$\therefore AB + BA = b - a + a - b = 0$$

ચિહ્નયુક્ત રેખાખંડોની આ સંકલ્પનાથી ઘણાં બધાં પરિણામોની સાબિતી સરળ અને ટૂંકી બની જાય છે. યામ પદ્ધતિથી આપણે નીચેનું પરિણામ સાબિત કરીએ. આ પરિણામ ઓઈલરના નિત્યસમ તરીકે જાણીતું છે.

બિંદુઓ A, B, C, D સમરેખ છે. આપણે સાબિત કરીએ કે

$$AB \cdot CD + AC \cdot DB + AD \cdot BC = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

આપણે  $A(a)$ ,  $B(b)$ ,  $C(c)$  અને  $D(d)$  લઈએ તો

$$\begin{aligned} & AB \cdot CD + AC \cdot DB + AD \cdot BC \\ &= (b-a)(d-c) + (c-a)(b-d) + (d-a)(c-b) \\ &= bd - ad - bc + ac + cb - cd - ab + ad + dc - db - ac + ab \\ &= 0 \end{aligned}$$

રેખા  $l$  પર બિંદુ A, B, C, Dનાં સ્થાન યાદચ્છિક છે. ઉગમબિંદુ O(0)નું સ્થાન પણ યાદચ્છિક છે. આપેલાં ચાર બિંદુઓ પૈકી કોઈપણને ઉગમબિંદુ તરીકે પસંદ કરીએ તો સાબિતી હજુ વધારે સરળ બનાવી શકાય. ઉદાહરણ તરીકે A(0) લઈએ તો  $AB = b-0$ ,  $AC = c-0$ ,  $AD = d-0$ ,  $CD = d-c$ ,  $DB = b-d$ ,  $BC = c-b$

$$\begin{aligned} (1) \text{ ની ડાબી બાજુ} &= b(d-c) + c(b-d) + d(c-b) \\ &= bd - bc + cb - cd + dc - db = 0. \end{aligned}$$

વળી પરિણામ (1)માં  $DB = -BD$  લઈએ તો પરિણામ નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$AB \cdot CD - AC \cdot BD + AD \cdot BC = 0$$

અને તેથી,  $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$

(ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD માટે ઉપરનું પરિણામ એ ટોલેમીનું પ્રમેય છે. તે વિશે વધુ વિગતે વાત ફરી કોઈ બીજા લેખમાં કરીશું)

(C) સ્ટીવર્ટનું પ્રમેય (Stewart's Theorem) :

A, B, C સમરેખ બિંદુઓ હોય અને P એ A, B, C સિવાયનું યથેરછે બિંદુ હોય, તો

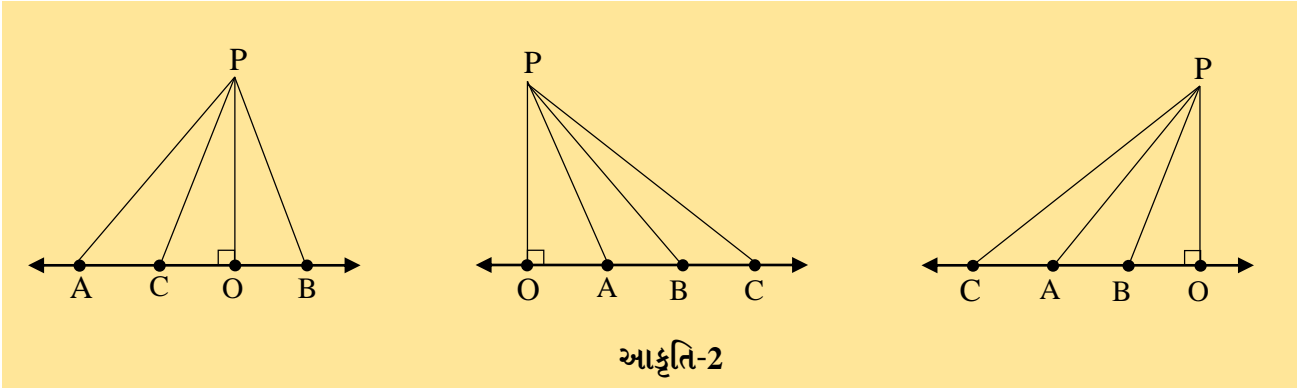
$$PA^2 \cdot BC + PB^2 \cdot CA + PC^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB = 0$$

નોંધ : (1) અહીં A, B, C સમરેખ બિંદુઓ છે. કયા ક્રમમાં સમરેખ છે તે મહત્વનું નથી. ત્રણ વિકલ્પો હોઈ શકે

(i) A-B-C (ii) B-A-C, (iii) A-C-B. આ ત્રણેય વિકલ્પો માટે ઉપરોક્ત પ્રમેય સત્ય છે.

(2) P યથેરછે બિંદુ છે. અહીં બે વિકલ્પો મળે. (i) બિંદુ P એ A, B, C ને સમાવતી રેખા પર નથી. (ii) બિંદુ P એ A, B, C ને સમાવતી રેખા પર છે. આપણે (i) માટે સાબિતી આપીશું, (ii) માટે સાબિતી આપોઆપ મળી જશે.

સાબિતી :



A, B, C માંથી પસાર થતી રેખા પર P માંથી દોરેલા લંબનો લંબપાદ O લઈએ.  $\Delta POA$ ,  $\Delta POB$ ,  $\Delta POC$  કાટખૂણ ત્રિકોણો છે.

$$\therefore PA^2 = PO^2 + OA^2, PB^2 = PO^2 + OB^2, PC^2 = PO^2 + OC^2$$

સ્ટીવર્ટના પ્રમેયની ડાબી બાજુ =

$$PA^2 \cdot BC + PB^2 \cdot CA + PC^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB \dots\dots\dots (2)$$

$$= (PO^2 + OA^2) BC + (PO^2 + OB^2) CA + (PO^2 + OC^2) AB + BC \cdot CA \cdot AB$$

$$= PO^2 (BC + CA + AB) + OA^2 \cdot BC + OB^2 \cdot CA + OC^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB$$

$$= OA^2 \cdot BC + OB^2 \cdot CA + OC^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB \dots\dots\dots (3)$$

$$(\text{કારણ: } BC + CA + AB = 0)$$

હવે, O, A, B, C સમરેખ બિંદુઓ છે. અહીંથી નોંધ (2) ના બીજા વિકલ્પ માટે સાબિતી શરૂ થાય છે.

હવે, આપણે  $R^1$  ની યામ પદ્ધતિ લઈએ.  $O(0)$ ,  $A(a)$ ,  $B(b)$ ,  $C(c)$  લઈએ

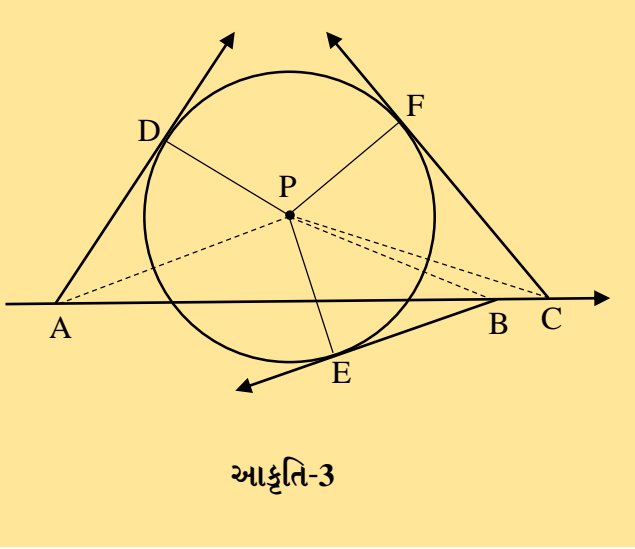
$$\begin{aligned} (3) \text{ પરથી, ડાબી બાજુ} &= a^2 (c-b) + b^2 (a-c) + c^2 (b-a) + (c-b) (a-c) (b-a) \\ &= a^2 (c-b) + b^2 a - b^2 c + c^2 b - c^2 a + (c-b) (a-c) (b-a) \\ &= a^2 (c-b) - a (c^2 - b^2) + bc (c-b) + (c-b) (a-c) (b-a) \\ &= (c-b) (a^2 - ac - ab + bc) + (c-b) (ab - a^2 - bc + ac) \\ &= (c-b) (0) = 0 \end{aligned}$$

આમ સ્ટીવર્ટનું પ્રમેય સાબિત થયું.

(D) સ્ટીવર્ટના પ્રમેયનું વ્યાપક સ્વરૂપ :

વર્તુળના બહારના ભાગમાં ત્રણ સમરેખ બિંદુઓ A, B, C આવેલાં છે. A, B, Cમાંથી વર્તુળ Sને ત્રણ સ્પર્શકો દોરેલા છે. જે વર્તુળને અનુક્રમે D, E, F માં સ્પર્શે છે. આપણે સાબિત કરવું છે કે

$$DA^2 \cdot BC + EB^2 \cdot CA + FC^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB = 0$$



ધારો કે વર્તુળનું કેન્દ્ર P અને ત્રિજ્યા  $r$  છે.

$\therefore PD = PE = PF = r$  અને  $\angle PDA, \angle PEB$  અને  $\angle PFC$  કાટખૂણા છે.

$$\therefore PA^2 = DA^2 + PD^2 = DA^2 + r^2, \text{ તે જ પ્રમાણે } PB^2 = EB^2 + r^2, PC^2 = FC^2 + r^2 \dots\dots\dots (4)$$

હવે, A, B, C સમરેખ બિંદુઓ છે અને P યથેચ્છ બિંદુ છે. તેથી આગળ સાબિત કર્યું તે સ્ટીવર્ટ-પ્રમેય અનુસાર

$$PA^2 \cdot BC + PB^2 \cdot CA + PC^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB = 0$$

$$\therefore (DA^2 + r^2) BC + (EB^2 + r^2) CA + (FC^2 + r^2) AB + BC \cdot CA \cdot AB = 0$$

$$\therefore DA^2 \cdot BC + EB^2 \cdot CA + FC^2 \cdot AB + r^2 (BC+CA+AB) + BC \cdot CA \cdot AB = 0$$

પણ  $BC + CA + AB = 0$

$$\therefore DA^2 \cdot BC + EB^2 \cdot CA + FC^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB = 0$$

આમ સ્ટીવર્ટ-પ્રમેયનું વ્યાપક સ્વરૂપ સાબિત થયું.

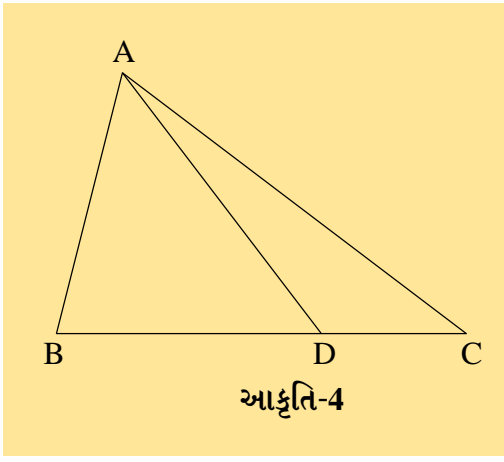
આ પરિણામમાં વર્તુળનું કેન્દ્ર P બદલ્યા વિના ત્રિજ્યા  $r \rightarrow 0$  લઈએ તો (C) માં સાબિત કર્યું તે પરિણામ મળે તે સ્પષ્ટ છે.

(E) વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિ પ્રમાણે સ્ટીવર્ટ-પ્રમેયનું સ્વરૂપ

વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિમાં દિશાયુક્ત (ચિહ્નયુક્ત) રેખાખંડોની સંકલ્પના નથી. રેખાખંડની લંબાઈ હંમેશા ધન લેવામાં આવે છે. વર્તમાન સ્વરૂપમાં સ્ટીવર્ટનું પ્રમેય લખીએ અને તેમાંથી કેટલાક પરિણામો તારવવા માટે આપણે બે ફેરફારો કરીએ.

- (i) સમરેખ બિંદુઓ B, D, C લઈશું અને D બિંદુ B અને Cની વચ્ચે (B-D-C) લઈશું. જેથી BD, DC અને BC ની દિશા (અને તેથી ચિહ્ન) સમાન થશે. (આકૃતિ-4 જૂઓ.)
- (ii) રેખા BC પર ન હોય તેવું બિંદુ A લઈશું. (કારણ કે આપણે  $\Delta ABC$  થી વધુ ટેવાયેલા છીએ.)





દિશાયુક્ત (ચિહ્નયુક્ત) રેખાખંડોની સંકલ્પના પ્રમાણે (C)માં સાબિત કરેલું પરિણામ નીચે પ્રમાણે થશે.

$$AB^2 \cdot DC + AD^2 \cdot CB + AC^2 \cdot BD + DC \cdot CB \cdot BD = 0$$

ઉપરોક્ત પરિણામમાં  $CB = -BC$  લઈએ.

$$\therefore AB^2 \cdot DC - AD^2 \cdot BC + AC^2 \cdot BD - DC \cdot BC \cdot BD = 0$$

$$\therefore AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC \quad \dots\dots\dots (4)$$

અહીં જૂઓ કે રેખાખંડો BD, DC, BCની દિશા સમાન છે. વ્યાપકતાનો ભંગ કર્યા વિના આ દિશાને આપણે ધન દિશા લઈ શકીએ. હવે પરિણામ (4)ને આપણે વર્તમાન શાળા-ભૂમિતિમાં પ્રચલિત સંકેતો :  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$  નો ઉપયોગ કરી ફરી લખીએ.

$$c^2 \cdot DC + b^2 \cdot BD = AD^2 \cdot a + BD \cdot DC \cdot a$$

$$\therefore c^2 \cdot DC + b^2 \cdot BD = a [AD^2 + BD \cdot DC] \quad \dots\dots\dots (5)$$

હવે (5) પરથી કેટલાંક પ્રચલિત પરિણામો મેળવીએ.

(1) રેખાખંડનું  $m : n$  ગુણોત્તરમાં વિભાજન :

ધારો કે બિંદુ D રેખાખંડ BCનું  $m : n$  ( $\frac{m}{n} > 0, n \neq 0$ ) ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{m}{n} \therefore \frac{BD}{m} = \frac{DC}{n} = \frac{BD+DC}{m+n} = \frac{BC}{m+n} = \frac{a}{m+n}$$

ધારો કે  $\frac{BD}{m} = \frac{DC}{n} = \frac{a}{m+n} = k$  ( $k > 0$ ) લઈએ, તો  $BD = km$ ,  $DC = kn$  અને  $BC = a = k(m+n)$

$$\therefore (5) \text{ પરથી, } knc^2 + kmb^2 = k(m+n)(AD^2 + BD \cdot DC)$$

(નોંધો કે જમણી બાજુએ BD અને DC માટે  $km$  અને  $kn$  લખ્યા નથી.)

$$\therefore nc^2 + mb^2 = (m+n)(AD^2 + BD \cdot DC) \quad \dots\dots\dots (6)$$

(2) એપોલોનિયસ - પ્રમેય અને મધ્યગાની લંબાઈ

જો બિંદુ D એ BCનું મધ્યબિંદુ હોય તો  $\frac{m}{n} = 1 \therefore m=n$  અને  $BD = DC$  તેથી  $BD \cdot DC = BD^2$  અને

$2BD = BC = a$ . તેથી પરિણામ (6)નું સ્વરૂપ નીચે મુજબ થશે.

$$nc^2 + nb^2 = 2n(AD^2 + BD^2)$$

$$\therefore c^2 + b^2 = 2(AD^2 + BD^2),$$

$$\text{એટલે કે } AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ઉપરોક્ત પરિણામ શાળા ભૂમિતિનું ખૂબ જ જાણીતું પ્રમેય – એપોલોનિયસ પ્રમેય – છે.

(7) ને 2 વડે ગુણતાં,

$$2AB^2 + 2AC^2 = 4AD^2 + (2BD)^2$$

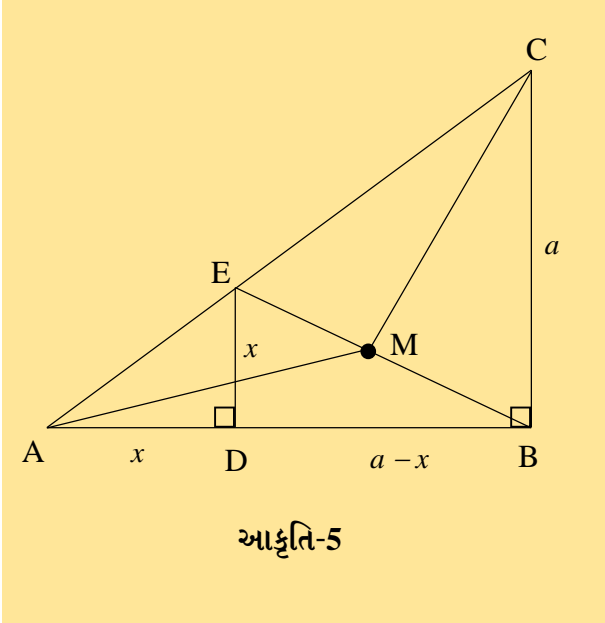
$$\therefore 4AD^2 = 2AB^2 + 2AC^2 - BC^2$$

$$\therefore 4AD^2 = 2c^2 + 2b^2 - a^2 \quad \dots\dots\dots(8)$$

(8) માં ત્રિકોણની બાજુઓ  $AB=c$ ,  $AC=b$  અને  $BC=a$ નાં મૂલ્યો (બાજુઓમાં માપ) મૂકીએ તો મધ્યગા  $AD$ ની લંબાઈ મળે.

(3) પ્રા. વસાવડા સાહેબ દ્વારા પરિવર્તિત, દયારામભાઈ ઠક્કરના પ્રશ્નનો ભૌમિતિક ઉકેલ

(મૂળ પ્રશ્ન અને પ્રા. વસાવડા સાહેબના વિશ્લેષણ, સંશોધન, પરિવર્તન (modification) માટે સુગણિતમૂના સળંગ અંક 312 અને 313 જોઈ જવા)



પ્રશ્ન :  $\triangle ABC$ માં  $\angle B$  કાટખૂણો અને  $AB = BC = a$ .  $AC$  પર  $E$  એવું બિંદુ છે કે જેથી  $BE$  ના મધ્યબિંદુ  $M$ નું  $A$  અને  $C$  થી અંતર અનુક્રમે 5 અને 7 એકમ છે. આપણે  $\triangle ABC$  નું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું છે.

આપણે  $E$ માંથી  $AB$  પરના લંબનો લંબપાદ  $D$  લઈએ.

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$  હોવાથી  $AD = DE = x$  લઈએ.

(કારણ કે  $AB = BC = a$  છે.)

નીચેના પરિણામો સહેલાઈથી મળશે.

$$(1) AE = x\sqrt{2} \quad (2) AB = BC = a \text{ તેથી } AC = a\sqrt{2} \quad (3) CE = AC - AE = (a-x)\sqrt{2}$$

$$(4) DB = a-x \quad (5) BE^2 = (a-x)^2 + x^2 = a^2 - 2ax + 2x^2$$

$AM = \triangle AEB$  ની મધ્યગા = 5,  $CM = \triangle CEB$  ની મધ્યગા=7 આપેલ છે. આપણે સાબિત કરેલા સૂત્ર (8) મુજબ

$$4CM^2 = 2CE^2 + 2CB^2 - BE^2$$

$$\therefore 196 = 2 [2(a-x)^2] + 2a^2 - (a^2 - 2ax + 2x^2)$$

$$\text{સાદુંરૂપ આપતાં, } 2x^2 - 6ax + 5a^2 = 196 \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\text{તે જ પ્રમાણે, } 4AM^2 = 2AE^2 + 2AB^2 - BE^2$$

$$\text{આપેલાં મૂલ્યો મૂકી સાદું રૂપ આપતાં, } 2x^2 + 2ax + a^2 = 100 \quad \dots\dots\dots(10)$$

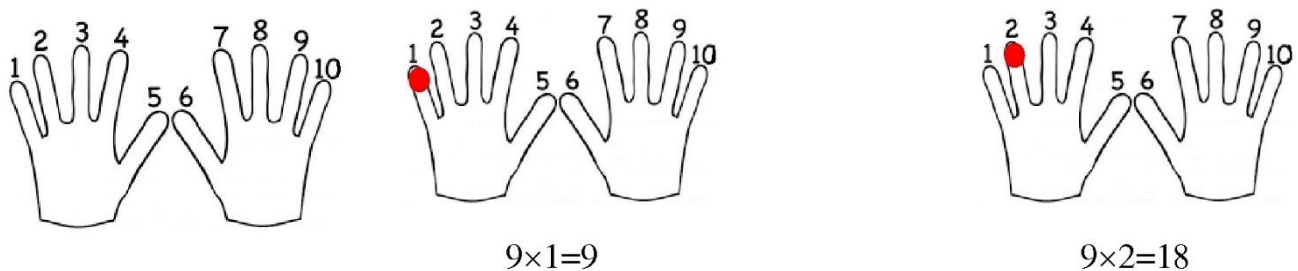
સમીકરણો (9) અને (10) આપણે સળંગ અંક 312 અને 313 માં મેળવ્યા છે. અહીં  $x$  નો લોપ કરતાં  $a^2$ નું દ્વિઘાત સમીકરણ મળે છે. જેમાંથી  $a^2$  મેળવી શકાય. યાદ રહે કે મૂળ પ્રશ્ન મુજબ આપણે  $a^2$  શોધવાના હતા, સંશોધિત પ્રશ્ન મુજબ આપણે  $\frac{1}{2}a^2$  શોધવાના છે.



Almost everybody must have seen (on WhatsApp, YouTube etc. or might be knowing earlier), ‘How the table of nine (9) can be remembered using digits (fingers). Let us quickly recall.

For  $9 \times 1$ , hide the finger no. 1, then there are nine fingers, so,  $9 \times 1 = 9$ .

For  $9 \times 2$ , hide finger no. 2, then there is one finger on LHS and 8 on RHS (see Figure 1), so  $9 \times 2 = 18$ . (LHS represents tens digit) and so on. Fine! Children or anyone who see this for the first time are happy and surprised. The teacher/educator is also happy and satisfied. Very good!



**Figure 1 : Hand 1 and hand 2 with fingers**

Oh! Now the problem arises, if a curious student or anyone in the audience asks “Can we remember the table of 8 also in the same way?”

I was fortunate enough to be asked such a question and that is the origin of this talk. (I delivered a talk on Mathematics Day in the Department of Mathematics, S.P.U. about this).

After facing the question, for the first time I took the trick (for table of 9) seriously. Thinking a little deeply, I could see that the trick works because of the decimal system and having ten fingers. Further  $9 = 10 - 1$ . So, I guessed that such a trick for the table of 8 is possible if I choose the number system with base 9, instead of 10.

Let us first quickly understand number systems.

## Ten and other bases

The decimal system is used world-wide today. This system originated in India. Since the Europeans learnt it from Arabs, initially the system and the digits (0, 1, 2, ..., 9) were called Arabic numbers. Later on, India got credit for it and now they are called Hindu-Arabic numerals.

What does a system with a base ten mean? There are ten digits, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 used to express any number as per the value i.e.

$$3758 = 8 \times 10^0 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^2 + 3 \times 10^3$$

Each digit has a value as per its multiplication with powers of 10 and placed accordingly. So, the system is a place-value system. Each number is expressed using powers of 10 and so, the base is ten.

What about number systems with other bases? The one, which is frequently used and heard of is ‘Binary system’; the base is 2. Number systems with different bases itself is an interesting topic of study.

Coming back to the original question, as I said, we are going to use number system on base 9 (nine). Let us quickly understand it.

Nine digits: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 are used. A number is expressed with multiplication with powers of 9. e.g. take the number 18 in base 9. We shall write this as

$$(18)_9 = 1 \times 9^1 + 8 \times 9^0 = 9 + 8 = 17 \text{ in base 10} = (17)_{10}$$

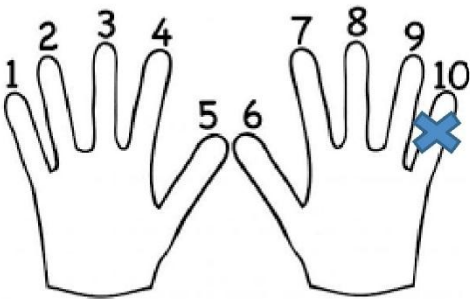
$$\text{Similarly, } (16)_{10} = 16 \text{ in base 10} = 9 + 7 = 1 \times 9^1 + 7 \times 9^0 = (17)_9.$$

We can also study the arithmetic with this number base. But here we focus on the table of 8.

Table of 8

In base 10	In base 9
$8 \times 1 = 8$	$8 \times 1 = 8$
$8 \times 2 = 16$	$8 \times 2 = 17$
$8 \times 3 = 24$	$8 \times 3 = 26$
$8 \times 4 = 32$	$8 \times 4 = 35$
$8 \times 5 = 40$	$8 \times 5 = 44$
$8 \times 6 = 48$	$8 \times 6 = 53$
$8 \times 7 = 56$	$8 \times 7 = 62$
$8 \times 8 = 64$	$8 \times 8 = 71$
$8 \times 9 = 72$	$8 \times 9 = 80$
$8 \times 10 = 80$	(There is no 8 x 10 !)

Now the trick with the fingers. Imagine that there are only nine fingers. Just cross out finger 10 in figure 1.



Now, if we hide 1, there are 8 fingers seen, so  $8 \times 1 = 8$ . If we hide 2, what do we get? 17 i.e.  $8 \times 2 = 17$ . Wrong? No! It is correct as we are using base 9. Similarly, it can be checked for  $8 \times 3, 8 \times 4, \dots, 8 \times 9$ .

**Figure 2 Hand 1 and hand 2 with fingers (with tenth finger cancelled)**

So, the trick works! There is also another interesting similarity. In the table of 9 (with usual base 10), the sum is always 9 ( $1+8=9, 2+7=9, \dots$ ). Similarly, here, in table of 8 (with base 9) the sum is 8 ( $1+7=8, 2+6=8, \dots$ )

Amazing, isn't it?

If one loves playing with numbers and exercise the brain, then one can check that the tables of 7 can be shown in base 8, of 6 in base 7 and so on. Similarly, by adding an extra finger, the table of 10 in base 11 can be shown.

The original question is answered, but not in a 'so easy' way. I am working on some simple trick. Maybe I can share it in future.



## A MEMORABLE PILGRIMAGE

Babubhai B. Kayasth  
Surat (M) 9265028417

My only one Pautri (Son's Daughter) **Oorja** and only one Dohitra (Daughter's Son) **Nilayam** have already made all necessary preparations to migrate abroad for further studies almost after two weeks. They will have to reside there at least for five years.

Hence considering my age (86+ years), health conditions and residual life-time, I arranged an excursion for one day, especially for these two grand children, with an ardent desire to warm the cockles of their hearts and with the hope that they would keep my memories in their hearts and minds even after my final good bye to The Mother Earth.

So, on an early pleasant dawn we three accompanied by my Dohitri (Daughter's Daughter) **Khushbu** and two Pautras (Sons' Sons) **Aaryan** and **Dishank** started in a cab towards Nashik in the state of Maharashtra.

After about two and half of an hour, we entered the threshold of the city of Nashik. On the road side there, my sight fell upon the big golden dome of the grand and palatial Mandir (Temple) named Muktidham [which means a heavenly abode, where a visitor expects Moksha (Salvation) from the cycles of births and rebirths in the views of HINDUS' belief and faith]. Here we had a halt near the main gate of the temple, entered its Garbhgruh (Innermost area) where on a big Aasan (a big seat in the form a long-large stage) are Birajman (Conspicuous) Durgamata, Bhagwan Shree Rama with Sitamata, Lakshmanji and Hanumanji and lastly Shree Lakshmi-Narayana in a queue. Having done the darshan (Insight), prayer and homage to all these deities, we left the interior of the temple and we found a restaurant where we had light refreshment.

Then after, we started moving towards the exterior surroundings of the temple where the established series of Kapat Mandiras, (Temples in Cupboards) where there are birajman several deities of Hindus' faith, then proceeding we noticed a big fabulous Kapat Mandira in which artistic model-formats of twelve Jyotirlingas are established.

The twelve Jyotirlingas (Idols of Lord Shiva) are believed to have happened svayambhoo (Self Existent) at twelve different locations in our country, **Bharat**, according to reference in Shiva-Purana (Scriptures on Lord Shiva) and in the views of Hindu's faith.

The list of names and locations of twelve Jyotirlingas is as mentioned below.....

12 Jyotirlingas in India		
Jyotirlingas List with Location		
No.	Jyotirlinga	Location
1	Vaidyanath	Parli, Maharashtra
2	Bhimashankara	Pune, Maharashtra
3	Kedarnath	Kedarnath, Uttarakhand
4	Mahakaleswar	Ujjain, Madhyapradesh
5	Mallikarjuna	Srisailam, Andhrapradesh

6	Omkareswar	Shivpuri, Madhyapradesh
7	Somnath	Saurashtra, Gujarat
8	Trayambakeshwar	Nashik, Maharashtra
9	Rameshwaram	Rameshwaram, Tamilnadu
10	Nagneswar	Darukavanam, Gujarat
11	Kashi Vishwanath	Varanasi, Uttarpradesh
12	Grishneswar	Aurangabad, Maharashtra

At this juncture, waiting for a while near this particular Kapat Mandira, I began to think “At my present age, it is impossible for me to have actual pilgrimages of all twelve Jyotirlingas situated at different far locations, but now here a chance has arisen for a **Single Symbolic Pilgrimage** of all of twelve Jyotirlingas- altogether”.

Then I told all my grand children “at this Kapat-Mandiras we will specially worship all these model-formats of twelve Jyotirlingas, adorning and bestowing them with twelve gorgeous garlands made from fresh fragrant jasmine flowers.”

Listening to me Khushbu told me, “Dadaji, please entrust Aaryan, Dishank and me to construct these 12 garlands and Oorja and Nilayam to preserve them carefully.” I agreed with her, but Khushbu continued telling, “You have been a life long teacher of Maths. You taught us and tested in it also, so today, let us have a chance to test you for your Maths-skill, may we?” “Oh! Yes, why not?” I affirmed, then she said, “The garlands should be constructed containing same number of flowers and using least number flowers so that no flower should be left unused, but, How to Start This?”

Now the answer of earlier question of Khushbu ‘How to Start’ is described in the following steps

**A-** Aaryan and Dishank together hand  $2x$  flowers to Khushbu and from them she uses  $y$  flowers in the first garland.

Hence, the number of residual flowers with Khushbu  $= 2x - y = 2x - (2-1)y = 2^1 x - (2^1 - 1)y$

**B-** Now, let Aaryan and Dishank add  $2x - y$  flowers to the residual flowers with Khushbu

So, number of flowers with Khushbu  $= (2x - y) + (2x - y) = 4x - 2y$ ,

from which she uses  $y$  flowers in the second garland. So the number of residual flowers with Khushbu

$$= 4x - 2y - y = 4x - 3y = 4x - (4-1)y = 2^2 x - (2^2 - 1)y$$

**C-** Again let Aaryan and Dishank add  $4x - 3y$  flowers to the earlier residual flowers with Khushbu then, the number of flowers with Khushbu  $= (4x - 3y) + (4x - 3y) = 8x - 6y$ , from which Khushbu uses  $y$  flowers in third garland.

so the number of residual flowers with Khushbu =

$$= (8x - 6y) - y = 8x - 7y = 8x - (8-1)y = 2^3 x - (2^3 - 1)y$$

Hence, observing the patterns of the number of residual flowers with Khushbu in (A), (B), (C) it is easy to guess the number of residual flowers with Khushbu after the construction of eleventh garland

$$= 2^{11} x - (2^{11} - 1)y \quad \text{----- (I)}$$

On observing the patterns of number of flowers added by Aaryan and Dishank in above steps, the number of flowers to be added is same as in step (I) ----- (II)

Hence now number of flowers with Khushbu

$$\begin{aligned}
 &= [2^{11}x - (2^{11} - 1)y] + [2^{11}x - (2^{11} - 1)y] \\
 &= 2 [2^{11}x - (2^{11} - 1)y] \\
 &= 2 \cdot 2^{11}x - 2 \cdot 2^{11}y + 2y \\
 &= 2^{12}x - (2^{12} - 1)y + y
 \end{aligned}$$

At the end of the construction of twelfth garland number it Khushbu uses  $y$  flowers then by conditions mentioned earlier, the number of residual flowers should be zero

$$\text{Hence } [2^{12}x - (2^{12} - 1)y + y] - y = 0$$

$$\text{So } 2^{12}x - (2^{12} - 1)y = 0$$

$$\text{Hence we get the result : } 2^{12}x = (2^{12} - 1)y$$

$$\text{i.e. } \frac{x}{2^{12} - 1} = \frac{y}{2^{12}} = t \quad \text{say}$$

As  $x, y$  are the numbers of flowers and in the problem, minimum number of flowers should be used. Hence  $t$  must be equal to least positive integer i.e.  $t=1$

$$\text{hence } \frac{x}{2^{12} - 1} = \frac{y}{2^{12}} = 1$$

Hence

$$x = 2^{12} - 1 = 4096 - 1 = 4095 \text{ and } y = 2^{12} = 4096$$

$$12y = 49152$$

From the data of calculations above, the following information was obtained

- (1) The number of flowers to be used in a garland = 4096 and
- (2) The total number of flowers to be purchased = 49152

Then, knowing all these figures, Khushbu was pleased very much with the fact that ‘Her Dadaji came out of the ordeal with flying colours.

Aaryan and Dishank managed for flowers together with other essential material for worship.

Then for knitting garlands with ease, Khushbu divided the flowers in to 12 small equal heaps. From these heaps, taking one by one, Khushbu knitted all the twelve garlands in a FataaFat (rapid) way.

Then taking an account for all matters after formal completion of rites and as decided unanimously for final worship, Oorja and Nilaym adorned and bestowed garlands to all the twelve model-formats of twelve Jyotirlingas, one by one, holding each garland in their (Oorja’s and Nilayam’s) hands together.

After completion of the worships with prayers and homages to all the deities in the mandiras, all of us chanted with Josh” Hara, Hara, Mahadeva.” Then we left the Muktidham Complex, sat in the cab and started towards home city Surat and thus ended.

### “A Memorable Pilgrimage”

**સંપાદકીય નોંધ :** પ્રશ્ન ઘણો જૂનો અને જાણીતો છે. વાર્તા કહેવાની રીત બેનમૂન છે. કોઈને પ્રશ્નમાં કાંઈ ઉમેરવા જેવું લાગે છે ? પ્રશ્નનું વ્યાપક સ્વરૂપ આપવાનો પ્રયત્ન કરવા જેવું લાગે છે?

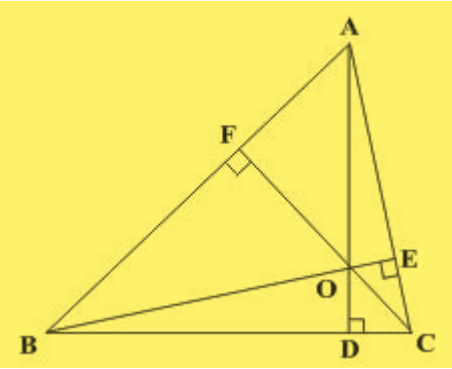
## ત્રિકોણના લંબકેન્દ્રના કેટલાંક રસપદ પરિણામો

મૂળ લેખક : Dr. M. Rajaclimax & N. Sai Prasadkumar, Madurai

રૂપાંતરણ : મેઘરાજ જ. ભટ્ટ, (M) 9925837247

આ અગાઉ ‘સુગણિતમ્’માં ઉપરના બંને લેખકોના અન્ય એક પુસ્તક આધારિત Ceva’s theorem અને Menelaus theoremને લગતાં કેટલાંક પરિણામો વિશે લેખ આપ્યા હતા. આ જ બંને લેખકોની અન્ય એક પુસ્તિકા “The Novelties of Geometry”માં એમણે ત્રિકોણના લંબકેન્દ્રના સંદર્ભમાં કેટલાંક પરિણામો સાબિતીસહ આપ્યાં છે. પરિણામો અને સાબિતી ખૂબ સરળ છે. શાળા કક્ષાએ ભૂમિતિ શીખવનાર આવાં પરિણામો વિચારી શકે, શોધી શકે અને સાબિત પણ કરી શકે એ દર્શાવવાના હેતુથી આ લેખ લખ્યો છે. સક્ષમ શિક્ષકો પોતાના હોશિયાર વિદ્યાર્થીઓને પણ આ રસ્તે આગળ વધવાની પ્રેરણા આપી શકે. શક્ય છે કે આમાનાં કેટલાંક પરિણામોની અનુભવી શિક્ષકોને ખબર પણ હોય પરંતુ જેમને ખબર નથી તેઓ રસ લે તો આ રીતે ઘણું કરી શકાય.

શરૂઆતમાં લંબકેન્દ્ર વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે જે સૌ વાચકોને જાણીતું છે. ત્યારબાદ એમણે એક જ વર્તુળ પર આવેલાં ચાર-ચાર બિંદુઓ અવલોક્યાં છે જે સામાન્ય રીતે પુસ્તકોમાં હોતું નથી. નીચેની આકૃતિના સંદર્ભમાં આ સમજાવે.



આકૃતિ-1

$\Delta ABC$  માં AD, BE અને CF વેધ, O માં સંગામી છે. O લંબકેન્દ્ર છે.

$$\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$$

એટલે કે BFEC ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે. આથી B, F, E અને C એક જ વર્તુળ પર છે. તેજ રીતે A, F, D અને C તથા A, E, D અને B પણ એક જ વર્તુળ પર છે.

$$\text{વળી, } \angle ODC = \angle OEC = 90^\circ$$

$\therefore$  ODCE ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે. આથી O, D, C અને E એક જ વર્તુળ પર છે. તે જ રીતે O, E, A અને F તથા O, D, B અને F પણ એક જ વર્તુળ પર છે.

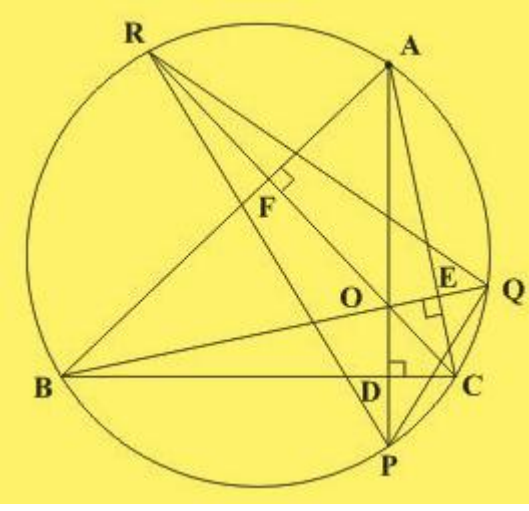
આ પરિણામોનો આગળ જતાં ઉપયોગ પણ કર્યો છે. ત્યારબાદ એક જાણીતા પરિણામનો ઉલ્લેખ કર્યો છે. જે નીચે પ્રમાણે છે.

આકૃતિ-1 ના સંદર્ભમાં, D, E અને F ને જોડતાં મળતા ત્રિકોણને  $\Delta ABC$  નો પદિક ત્રિકોણ (Pedal Triangle) કહે છે,  $\Delta ABC$  નું લંબકેન્દ્ર એ પદિક ત્રિકોણનું અંત:કેન્દ્ર છે. આ સાબિત કરવું સરળ છે પરંતુ પુસ્તિકામાં કાટકોણ ત્રિકોણ કે ગુરુકોણ ત્રિકોણ માટે આ પરિણામ કેવું સ્વરૂપ લે છે એ વિશે કોઈ ઉલ્લેખ નથી.

ત્યારબાદ બીજા પ્રકરણમાં નીચેના 7 પરિણામો સાબિતી સાથે આપેલાં છે. સૌ પ્રથમ બે પરિણામોની ચર્ચા કરીએ.

**પરિણામ-1** લઘુકોણ ત્રિકોણનું લંબકેન્દ્ર, તેના વેધોને લંબાવતાં તેઓ પરિવર્તુળને જે બિંદુઓમાં છેદે તેનાથી બનતા ત્રિકોણનું અંત:કેન્દ્ર છે.





આકૃતિ-2

$\Delta ABC$  નું પરિવર્તુળ દોરેલું છે. વેધ  $AD$  ને લંબાવતાં પરિવર્તુળને  $P$  માં મળે છે. તે જ રીતે  $Q$  અને  $R$  બિંદુઓ મળે છે.  $\Delta ABC$ નું લંબકેન્દ્ર 'O'  $\Delta PQR$  નું અંતઃકેન્દ્ર છે. આ પરિણામ જાણીતું છે એની સાબિતીની ચર્ચા કરતા નથી. પરંતુ ઓછું જાણીતું પરિણામ ગુરુકોણ ત્રિકોણ માટે છે. જે સાબિતી સાથે જોઈએ.

પરિણામ-2 :

$\Delta ABC$ માં  $\angle A$  ગુરુકોણ છે.  $AD \perp BC$ ,  $BE \perp \overline{CA}$  અને  $CF \perp \overline{BA}$ , પરસ્પર લંબકેન્દ્ર 'O' માં મળે છે. વળી  $\overline{AD}$ , પરિવર્તુળને  $P$ માં;  $\overline{BE}$  પરિવર્તુળને  $Q$ માં અને  $\overline{CF}$ , પરિવર્તુળને  $R$ માં છેદે છે. સાબિત કરો કે 'O',  $\Delta PQR$  નું  $\angle A$  તરફનું બહિર્કેન્દ્ર છે.

રચના :  $\overline{CE}$  અને  $\overline{PQ}$  ને લંબાવો જે  $L$ માં મળે.  $\overline{PR}$ ને  $K$  સુધી લંબાવો.

સાબિતી :

$$\angle LQO = \angle BQP = \angle BAP = \angle OAF$$

$$\text{એટલે કે } \angle LQO = \angle OAF \quad \text{_____ (1)}$$

હવે  $\square DAFC$  ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.

$$\therefore \angle OAF = \angle FCD = \angle RCD \quad \text{_____ (2)}$$

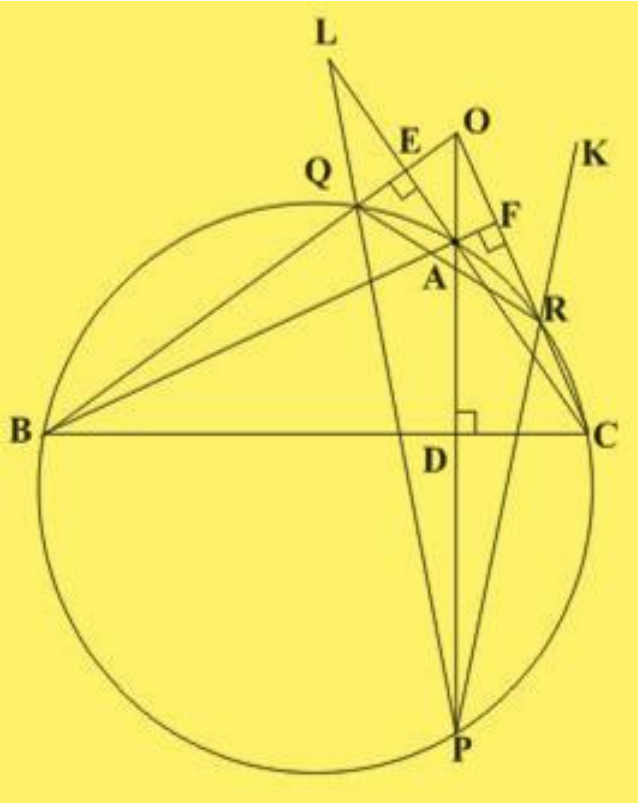
$\square BQRC$  ચક્રીય છે.

$$\therefore \angle OQR = \angle BCR = \angle RCD \quad \text{_____ (3)}$$

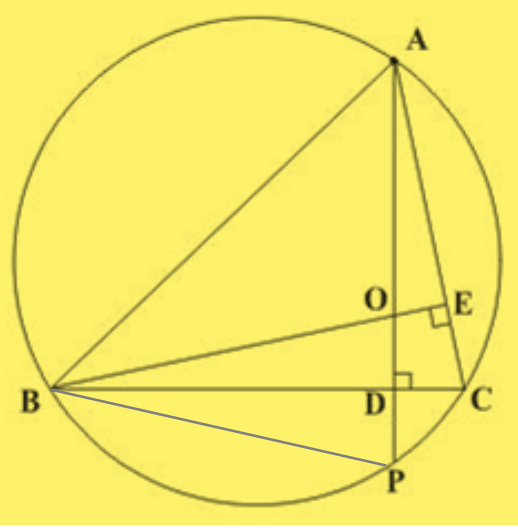
$$(1), (2) \text{ અને } (3) \text{ પરથી, } \angle LQO = \angle OQR$$

$\therefore O$ ,  $\angle LQR$  નો દ્વિભાજક છે. એટલે કે  $\Delta PQR$  માટે  $\angle Q$ નો બહિઃદ્વિભાજક છે. તે જ રીતે સાબિત કરી શકાય કે  $RO$ ,  $\angle R$ નો દ્વિભાજક છે.

$\therefore O$ ,  $\Delta PQR$  નું બહિર્કેન્દ્ર છે.



આકૃતિ-3



પરિણામ-૩ :  $\Delta ABC$ માં  $AD \perp BC$  છે.  $\overline{AD}$ ,  $\Delta$ ના પરિવર્તુળને  $P$ માં મળે છે.  $BE \perp AC$  છે.  $O$  લંબકેન્દ્ર છે. સાબિત કરો કે  $OD = DP$ .

રચના :  $\overline{BP}$  દોરો.

સાબિતી :  $\angle PBC = \angle PAC$  \_\_\_\_\_ (1)  
(એક જ વૃત્તખંડ)

$\square ABDE$  ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.

$\therefore \angle OBD = \angle DAE = \angle PAC$  \_\_\_\_\_ (2)

(1) અને (2) પરથી,  $\angle PBC = \angle OBD$

$\Rightarrow \angle PBD = \angle OBD$  \_\_\_\_\_ (3)

$\therefore$  વળી  $\overline{BD} \perp \overline{OP}$  છે જ.

$\therefore BC, OP$  નો લંબ દ્વિભાજક છે.

$\therefore OD = DP$

આકૃતિ-4

નીચેના ચાર પરિણામો સુંદર અને સરળ છે જેની સાબિતી વાચકો ઉપર છોડી દઉં છું. ફરીથી જણાવું કે અહીં લંબકેન્દ્ર, વેધ અને પરિવર્તુળને સાંકળતાં પરિણામો લેખકે મેળવ્યાં છે. અહીં દર્શાવ્યાં તે સિવાયના પરિણામો પણ છે જે વિશે ભવિષ્યમાં વાતો કરીશું. મૂળ વાત તો એ કહેવાની છે કે આવા પ્રયત્નો શિક્ષકો કરે અને વિદ્યાર્થીઓ પાસે કરાવે તો ભૂમિતિ શિક્ષણ રસપ્રદ બને જ. નીચેના ચાર પરિણામોથી શરૂઆત કરો !

પરિણામ-4 :  $\Delta ABC$ માં  $AD$  અને  $BE$  વેધ છે અને  $O$ , લંબકેન્દ્ર છે.  $\overline{AD}$  અને  $\overline{BE}$ , પરિવર્તુળને અનુક્રમે  $P$  અને  $Q$ માં મળે છે. સાબિત કરો કે  $PQ \parallel DE$  અને  $PQ = 2DE$ .

પરિણામ-5 :  $\Delta ABC$ માં  $AD, BE$  અને  $CF$  વેધ છે અને  $O$  લંબકેન્દ્ર છે.  $\Delta DEF$  પદિક ત્રિકોણ છે.  $\overline{AD}, \overline{BE}$  અને  $\overline{CF}$  પરિવર્તુળને અનુક્રમે  $P, Q$  અને  $R$  માં મળે છે.

સાબિત કરો : (1)  $\Delta DEF \sim \Delta PQR$

$$(2) \frac{DE}{PQ} = \frac{EF}{QR} = \frac{FD}{RP} = \frac{1}{2}$$

પરિણામ-6 :  $\Delta ABC$  કોણ દ્વિભાજકો  $AD, BE$  અને  $CF$  છે અને  $I$ , અંતઃકેન્દ્ર છે.  $\overline{AD}, \overline{BE}$  અને  $\overline{CF}$  પરિવર્તુળને અનુક્રમે  $P, Q$  અને  $R$ માં મળે છે. સાબિત કરો કે બિંદુ  $I, \Delta PQR$  નું લંબકેન્દ્ર છે.

પરિણામ-7 :  $\Delta ABC$ નું પરિવર્તુળ દોરેલું છે.  $\angle A$ નો અંતઃ દ્વિભાજક અને  $\angle B$  અને  $\angle C$ ના બહિઃદ્વિભાજકો,  $X$ માં સંગામી છે. આ દ્વિભાજકો પરિવર્તુળને અનુક્રમે  $P, Q$  અને  $R$ માં મળે છે. સાબિત કરો કે  $X, \Delta PQR$ નું લંબકેન્દ્ર છે.

## સુગણિતમમાંથી વીલેલાં મોતી પુનઃ “1089”-3

પી. કે. વ્યાસ

(M) 98255 77784, vyaspk123@gmail.com

‘1089’ વિષેના પ્રથમ બે લેખોમાં આપણે જે પરિણામો મેળવ્યાં તેનું થોડુંક પુનરાવર્તન કરી લઈએ. પહેલા લેખમાં આપણે ત્રણ આંકડાની સંખ્યા પર નીચે મુજબ એક પ્રક્રિયા વ્યાખ્યાયિત કરી હતી.

- (1) જેનો પહેલો અને છેલ્લો અંક સમાન ન હોય તેવી ત્રણ અંકોની એક સંખ્યા ધારો.
- (2) ઉપર (1)માં ધારેલી સંખ્યાના અંકો ઉલટાવી નવી સંખ્યા રચો.
- (3) ઉપરની બન્ને સંખ્યાનો ધન તફાવત લઈ ત્રીજી ત્રણ અંકની સંખ્યા રચો.
- (4) (3)માં મળેલી સંખ્યાના અંકો ઉલટાવી ચોથી સંખ્યા રચો.
- (5) (3) અને (4) માં મળેલી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરો.

ઉપરોક્ત પ્રક્રિયાને અંતે મળતી સંખ્યા અચળ છે. એટલે કે તે (1) માં ધારેલી સંખ્યા પર આધારિત નથી.

પ્રચલિત દશ અંકી સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં આ સંખ્યા 1089 છે.

ઉપરોક્ત પ્રક્રિયાને અંતે મળતી સંખ્યાને આપણે ‘અચળાંક’ કહીએ છીએ. આપણે એ પણ જોઈ ગયા હતા કે સંખ્યાલેખનનો આધાર બદલીએ તો અચળાંક પણ બદલાય છે. સંખ્યાલેખન પદ્ધતિના આધાર અને અચળાંક વચ્ચે શો સંબંધ છે તે પણ આપણે જોઈ ગયા હતા.

### કોષ્ટક-1

સંખ્યાલેખન પદ્ધતિ	દ્વિ અંકી	ત્રિ અંકી	ચતુર્થ અંકી	પંચ અંકી	ષટ્ અંકી	સપ્ત અંકી	અષ્ટ અંકી	નવ અંકી	દશ અંકી	.....n અંકી $n \geq 2$
આધાર	2	3	4	5	6	7	8	9	10	.....n
અચળાંક	1001	1012	1023	1034	1045	1056	1067	1078	1089	...10 (n-2) (n-1)

આપણે એ પણ સાબિત કર્યું હતું કે આધાર ‘n’ પર રચાયેલી સંખ્યાલેખન પદ્ધતિમાં જો (n-1) પૂર્ણવર્ગ હોય તો અચળાંક  $10(n-2)(n-1)$ ,  $n \geq 2$  પૂર્ણવર્ગ થાય. આટલા પુનરાવર્તન પછી હવે આગળ વધીએ.

સંખ્યાલેખન પદ્ધતિના કોષ્ટક-1ના તમામ અચળાંકોના અંકોને ઉલટા ક્રમમાં લખીએ. આમ કરવાથી જે સંખ્યા મળશે તે હંમેશાં પૂર્ણવર્ગ જ હશે. આપણે થોડાંક ઉદાહરણો લઈએ અને પછી વ્યાપક સ્વરૂપે સાબિતી પણ આપીએ.

અચળાંક  $(1001)_2$  ના અંકો ઉલટાવતાં  $(1001)_2$  મળે છે. એટલે કે આ સંખ્યા પોલિન્ડ્રોમ છે. વળી

$$(1001)_2 = 1(2)^3 + 0(2)^2 + 0(2)^1 + 1(2)^0 = (9)_{10} = (3)_{10}^2 = (11)_2^2$$

$(1012)_3$  ના અંકો ઉલટાવતાં  $(2101)_3$  મળે છે.

$$(2101)_3 = 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = (64)_{10} = (8)_{10}^2 = (2 \cdot 3^1 + 2)_{10}^2 = (22)_3^2$$

આ જ રીતે આગળ વધતાં

$(1056)_7$  ના અંકો ઉલટાવતાં  $(6501)_7$  મળે છે.

$$(6501)_7 = 6 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = (2304)_{10} = (48)_{10}^2 = (6 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0)_{10} = (66)_7^2$$

(1078)<sub>9</sub> ના અંકો ઉલટાવતાં (8701)<sub>9</sub> મળે છે.

$$(8701)_9 = 8 \cdot 9^3 + 7 \cdot 9^2 + 0 \cdot 9^1 + 1 = (6400)_{10} = (80)_{10}^2 = (8 \cdot 9^1 + 8 \cdot 9^0)_{10}^2 = (88)_9^2$$

અને (1089)<sub>10</sub> ના અંકો ઉલટાવતાં (9801)<sub>10</sub> મળે છે અને (9801)<sub>10</sub> = (99)<sub>10</sub><sup>2</sup>

હવે નીચેનું કોષ્ટક (2) જુઓ. કોષ્ટક (1) માં મેળવેલા તમામ અચળાંકો, અચળાંકોને ઉલટાવતાં મળતી સંખ્યાઓ

અને તે બધી સંખ્યાઓને પૂર્ણવર્ગ સ્વરૂપે કોષ્ટક (2) માં દર્શાવેલ છે.

### કોષ્ટક-2

આધાર	2	3	4	5	6	7	8	9	10	.....n
અચળાંક	1001	1012	1023	1034	1045	1056	1067	1078	1089	...10(n-2) (n-1)
અચળાંકને ઉલટાવતાં મળતી સંખ્યા	(1001)	(2101)	(3201)	(4301)	(5401)	(6501)	(7601)	(8701)	(9801)	(n-1) (n-2) 01
પૂર્ણ વર્ગ સ્વરૂપ	(11) <sub>2</sub> <sup>2</sup>	(22) <sub>3</sub> <sup>2</sup>	(33) <sub>4</sub> <sup>2</sup>	(44) <sub>5</sub> <sup>2</sup>	(55) <sub>6</sub> <sup>2</sup>	(66) <sub>7</sub> <sup>2</sup>	(77) <sub>8</sub> <sup>2</sup>	(88) <sub>9</sub> <sup>2</sup>	(99) <sub>10</sub> <sup>2</sup>	????

ગણિતનું સૌંદર્ય તો જુઓ ! ચોથી પંક્તિમાં લખેલ પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ કઈ સંખ્યાના વર્ગો છે ? જાણે અગિયારનો ઘડિયો? અહીં અગિયાર લખ્યું છે, 11 નહિ, કેમ ?

પણ તે પંક્તિના છેલ્લા સ્તંભમાં કાંઈ લખ્યું નથી. n આધાર વાળી સંખ્યા [(n-1) (n-2)01]<sub>n</sub> કઈ સંખ્યાનો વર્ગ છે તે હવે શોધીએ.

$$\begin{aligned} [(n-1) (n-2)01]_n &= (n-1) \cdot n^3 + (n-2) \cdot n^2 + 0 \cdot n + 1 \\ &= n^4 - n^3 + n^3 - 2n^2 + 1 \\ &= n^4 - 2n^2 + 1 = (n^2 - 1)^2 \end{aligned}$$

પણ n અંકી પદ્ધતિમાં સૌથી મોટો અંક (n-1) છે. જેમકે દશાંકી પદ્ધતિમાં સૌથી મોટો અંક 9 છે. દશ માટે તો 10 લખાય છે. તેથી (n-1) + 1 = (10)<sub>n</sub>

$$\text{આમ, } [(n-1) (n-2)01]_n = [(10)_n^2 - 1]^2, \text{ જ્યાં } (10)_n = n$$

હવે પછીના લખાણમાં આપણે દશ અંકી સંખ્યાલેખન પદ્ધતિ પર પાછા વળીએ છીએ. દશઅંકી પદ્ધતિમાં આપણને અચળાંક 1089 મળે છે. હવે (1089)<sub>10</sub> લખવાની જરૂર નથી. 1089 નો 1 થી 9 વડે ગુણાકાર કરી મળતી સંખ્યાઓ નીચે લખી છે.

### કોષ્ટક-3

1089 × 1 = 1089	અને	1089 × 9 = 9801
1089 × 2 = 2178	અને	1089 × 8 = 8712
1089 × 3 = 3267	અને	1089 × 7 = 7623
1089 × 4 = 4356	અને	1089 × 6 = 6534
1089 × 5 = 5445		

ઉપરના કોષ્ટકમાં 1089ના ગુણકો સળંગ ક્રમમાં નથી લખ્યા. કારણ સ્પષ્ટ છે.



1089ને 1 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યાના અંકોનો ક્રમ ઉલટાવતાં મળતી સંખ્યા એ 1089 ને 9 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યા છે.  
 1089ને 2 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યાના અંકોનો ક્રમ ઉલટાવતાં મળતી સંખ્યા એ 1089ને 8 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યા છે.  
 1089ને 3 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યાના અંકોનો ક્રમ ઉલટાવતાં મળતી સંખ્યા એ 1089ને 7 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યા છે.  
 1089ને 4 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યાના અંકોનો ક્રમ ઉલટાવતાં મળતી સંખ્યા એ 1089ને 6 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યા છે.  
 ઉપરના દરેકમાં 1089ના ગુણકો જૂઓ

(i) 1 અને 9 (= 10 - 1) (ii) 2 અને 8 (= 10 - 2) (iii) 3 અને 7 (= 10 - 3) (iv) 4 અને 6 (= 10 - 4)

1, 9; 2, 8; 3, 7; 5, 6 આ ચાર જોડમાં આવતા બે અંકો 10ના સંદર્ભમાં એક બીજાના પૂરક છે.

( $p$  અને  $10-p$ ,  $0 < p \leq 9$  એ 10ના સંદર્ભમાં એકબીજાની પૂરક સંખ્યાઓ છે)

અહીં  $p=5$  લઈએ તો ? 5ની પૂરક સંખ્યા  $10-5=5$  છે અને તેથી જ 1089 ને 5 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યા 5445 એ પેલિન્ડ્રોમ (palindrome) છે. સુગણિતમ્ના વાચકો પેલિન્ડ્રોમથી તો પરિચિત હશે જ તેમ માની લઈએ છીએ.

આપણે સાબિત કરીએ કે 1089 ને  $p$  વડે ગુણતાં,  $(abcd)_{10}$  મળે તો 1089 ને  $(10-p)$  વડે ગુણતાં  $(dcba)_{10}$  મળે.  
 અહીં  $1 \leq p \leq 9$ .

$$\begin{aligned} (1089) p &= (1100 - 11) p = (1000 + 100 - 10 - 1) p \\ &= 10^3 p + 10^2 p - [10 p + p] \\ &= (ppoo)_{10} - (pp)_{10} \\ &= \begin{array}{cccc} p & p & o & o \\ (-) & o & o & p & p \end{array} \\ &= \begin{array}{cccc} p & (p-1) & (9-p) & (10-p) \end{array} = (abcd)_{10} \end{aligned}$$

જ્યાં  $a = p, b = p - 1, c = 9 - p, d = (10 - p)$

$$\begin{aligned} \text{તેથી } (dcba)_{10} &= [(10-p) (9-p) (p-1) p]_{10} \\ &= (10-p) \cdot 10^3 + (9-p) 10^2 + (p-1) 10 + p \\ &= 10^4 + 9 \cdot 10^2 - 10 - p \cdot 10^3 - p \cdot 10^2 + p \cdot 10 + p \\ &= 10 [10^3 + 90 - 1] - p [10^3 + 100 - 10 - 1] \\ &= 10 (1089) - p (1089) = (10 - p) 1089. \end{aligned}$$

આગળ આપેલા ક્રોષ્ટક-3 પરથી ઘણી ગાણિતિક ગમ્મતો રચી શકાય. વડોદરાના શ્રી જે.એચ. ભટ્ટસાહેબે બહુ વર્ષો પહેલાં સુગણિતમ્માં એક Criptarithm પૂછ્યો હતો. એવા અંકો A, B, C, D, E શોધો કે જેથી,

$ABCD \times E = DCBA$  થાય. ઉપરના ક્રોષ્ટક પરથી

$$8712 = 1089 \times 8 \text{ અને } 2178 = 1089 \times 2$$

$$\text{તેથી } \frac{8712}{2178} = \frac{1089 \times 8}{1089 \times 2} = \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$$

$$\therefore 2178 \times 4 = 8712$$

$$\therefore A = 2, B = 1, C = 7, D = 8, E = 4$$

આ ક્રિપ્ટારિથમને આગળ વધારીએ.

ચાર કે તેથી વધુ અંકોની કઈ સંખ્યાને કઈ એક અંકી સંખ્યા વડે ગુણીએ તો મૂળ સંખ્યાના અંકો ઉલટાઈ જાય?

ચાર અંકોની સંખ્યા માટે તો આપણે ઉત્તર મેળવ્યો છે.

$$2178 \times 4 = 8712$$

પાંચ કે તેથી વધુ અંકોની સંખ્યા માટે ઉત્તર નીચે આપેલ છે.

$$21978 \times 4 = 87912; \quad 219978 \times 4 = 879912$$

$$2199978 \times 4 = 8799912; \quad 21999978 \times 4 = 87999912$$

$$\text{વ્યાપક રીતે : } \underbrace{21\ 999 \dots 9\ 78}_{\substack{\text{'n' વખત 9}}} = \underbrace{87\ 999 \dots 9\ 78}_{\substack{\text{'n' વખત 9}}}$$

સંકેતમાં ઉપરના વિધાનને નીચે મુજબ લખવામાં આવે છે.

$$21(9)_n 78 \times 4 = 87(9)_n 12.$$

હવે છેલ્લે સંખ્યાઓના એક પિરામિડની રચના કરી લેખ પૂરા કરીએ. આપણે આગળ નોંધ્યું છે કે

$33^2 = 1089$ .  $333^2$ ,  $3333^2$ ,  $33333^2$  કરીએ તો નીચે આપ્યા મુજબની એક સુંદર પિરામિડ રચાય છે.

$$\begin{array}{l} 33^2 = 1089 \\ 333^2 = 110889 \\ 3333^2 = 11108889 \\ 33333^2 = 1111088889 \\ 333333^2 = 111110888889 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ \dots \quad \dots \quad \dots \end{array}$$

વ્યાપક રીતે  $[(3)_n]^2 = (1)_{n-1} 0 (8)_{n-1} 9$ .

અહીં  $(3)_n$  એટલે 'n' વખત 3.

ઉપરોક્ત પિરામિડમાં 'n' નું મૂલ્ય વધુમાં વધુ કેટલું લઈ શકાય?

### પિરામિડ-1

$$\begin{array}{l} 1^2 = 1 \\ 11^2 = 121 \\ 111^2 = 12321 \\ 1111^2 = 1234321 \\ 11111^2 = 123454321 \\ 111111^2 = 12345654321 \\ 1111111^2 = 1234567654321 \\ 11111111^2 = 123456787654321 \\ 111111111^2 = 12345678987654321 \end{array}$$

આ સાથે સંખ્યાઓનો એક બીજો પિરામિડ પણ રચીએ.

### પિરામિડ-2

પિરામિડ-2ને આગળ વધારી શકાય?

આ પિરામિડની દસમી, અગિયારમી, બારમી... પંક્તિ મેળવવા પ્રયત્ન કરો. કોઈ તરાહ નજરે પડે છે? (અહીં કેલક્યુલેટર કામ નહિ આવે)

આગળ મેળવેલા પિરામિડને આ પિરામિડ સાથે કોઈ સંબંધ છે? ઉપરોક્ત પિરામિડની બીજી, ત્રીજી, ચોથી... પંક્તિઓની જમણી બાજુઓને 9 વડે ગુણતાં મળતી સંખ્યાઓ શોધો.

1089 પૂરાણની અહીં પૂર્ણાહૂતિ કરીએ છીએ. સુગણિતમ્માં ઘણાં મોતી વેરાયેલાં પડ્યાં છે. તેમાંથી થોડાંક વીણી આ લેખ લખ્યો છે. વિચારો અન્યના છે, પ્રસ્તુતી અમારી છે, આ વિચારોને શબ્દસ્વરૂપ આપવામાં કોઈ ક્ષતિ થઈ હોય તો તે અમારી છે. ત્રણ હાથમાં લખાયેલી આ શ્રેણી અહીં પૂર્ણ કરીએ છીએ.



મુખપૃષ્ઠ પરના ગણિતજ્ઞ :

આબેલ પુરસ્કાર વિજેતા - મિશેલ તાલાગ્રાન્ડ (Michel Talagrand)

ડૉ. માનસી મહેતા

ગણિત વિભાગ, VNSGU, સુરત. (M) 99742 30088

યાદચ્છિક પ્રક્રિયાઓ, (Random Process) એ આપણી આસપાસ સતત થયા જ કરતી હોય છે. નાણાંકીય બજારની હિલચાલ, હવામાનની આગાહી, ટ્રાફિકજામ વગેરે વિશે સચોટ પણે કહી શકવું લગભગ અશક્ય છે, કારણ કે તેઓ અસંખ્ય પરિબલો દ્વારા સંચાલિત છે જે એકબીજા સાથે ક્રિયા-પ્રતિક્રિયા કરે છે. તેથી ગણિતશાસ્ત્રીઓ તેમના વિશે સંભાવના (Probability)ના સંદર્ભમાં વિચારે છે. જો કે ઘણાં વર્ષો સુધી ગણિતની આ શાખાને પૂરતું માન મળ્યું ન હતું. પરંતુ આ વર્ષના આબેલ પુરસ્કારે પૂરાવો આપ્યો છે કે હવે એવું નથી. આ વર્ષે ફ્રાંસના Probability theorist મિશેલ તાલાગ્રાન્ડને Random Processની ઊંડી અને અત્યાધુનિક સમજ વિકસાવવા માટે ગણિતના સર્વોચ્ચ સન્માનોમાંનું એક આબેલ પુરસ્કાર એનાયત કરવામાં આવ્યું છે. ‘મુખપૃષ્ઠ પરના ગણિતજ્ઞ’ લેખશ્રેણી હેઠળ આ વખતે આપણે ‘An unlikely mathematical superstar’ તરીકે પ્રખ્યાત મિશેલ તાલાગ્રાન્ડના જીવન અને કાર્યોની વિસ્તૃત માહિતી મેળવીશું.

15 ફેબ્રુઆરી, 1952 ના રોજ ફ્રાંસના Béziers શહેરમાં જન્મેલા તાલાગ્રાન્ડ પોતાના જીવનને અસંભવિત ઘટનાઓની સાંકળ તરીકે જુએ છે. તેમને શરૂઆતથી વિજ્ઞાનમાં ખૂબ રસ હતો, પરંતુ ભણવાનું તેઓ પસંદ કરતા નહોતા. ફ્રાંસના Lyon નામના શહેરમાંથી તેમણે પોતાની ગ્રેડ સ્કૂલ માંડ માંડ પાસ કરી હતી. જ્યારે તેઓ 5 વર્ષના હતા ત્યારે રેટિના અલગ થઈ જવાના કારણે તેમણે પોતાની જમણી આંખની દૃષ્ટિ ગુમાવી દીધી હતી. 15 વર્ષની ઉંમરે, તેઓ બીજી આંખમાં પણ રેટિના ડિટેચમેન્ટનો ભોગ બન્યા હતા. જેના કારણે તેમને એક મહિનો હોસ્પિટલમાં રહેવાની ફરજ પડી હતી. તે સમય દરમિયાન તેમને આંખો પર સતત પટ્ટી બંધાયેલી રહેતી હતી. આ સમય દરમિયાન તેમના પિતા, જેઓ પોતે ગણિતના પ્રાધ્યાપક હતા, મિશેલને ગણિત શીખવી વ્યસ્ત રાખતા હતા. આંખોની સ્વસ્થતા મેળવતા મેળવતા તેમની શાળાનું અડધું વર્ષ તેમણે ગુમાવી દીધું હતું પરંતુ તેઓ પોતાના અભ્યાસ પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કરવા માટે આ સમયગાળા દરમિયાન પ્રેરિત થયા. ત્યારબાદ તેમનો ગણિતમાં દેખાવ ઉત્કૃષ્ટ કક્ષાનો રહેતો. 1974 માં તેઓ સ્નાતક થયા.

1974માં જ યુરોપની સૌથી મોટી સંશોધન સંસ્થા French National Centre for Scientific Research દ્વારા તેમને નિયુક્ત કરવામાં આવ્યાં, જ્યાં 2017 માં તેમની નિવૃત્તિ સુધી તેમણે કામ કર્યું. University Of Paris માંથી તેમણે 1977 માં ડૉક્ટરેટની ડિગ્રી મેળવી. 5 વર્ષની ઉંમરે એક આંખની દૃષ્ટિ ગુમાવેલ બાળક કે જેને ભણવામાં જરા પણ રસ નથી તે ભવિષ્યમાં પ્રખ્યાત ગણિતશાસ્ત્રી બને તેની સંભાવના કેટલી ?

આ જ સમયગાળા દરમિયાન તેમને તેમની ભાવિ પત્ની, Wansoo Rhee, સાથે પ્રથમ નજરમાં જ પ્રેમ થયો અને તેણીને મળ્યાના ત્રણ દિવસ પછી મિશેલે તેણી સમક્ષ લગ્નનો પ્રસ્તાવ મૂક્યો, જે તેણીએ સ્વીકાર્યો. સંભાવનાઓનું હકારાત્મક રૂપ પાછું અહીં તેમના જીવનમાં દેખાતું થયું.

તેઓ 1985 થી CNRSમાં Directeur de Recherchesના પદ પર અને પેરિસની સંસ્થા de Mathematiqueની કાર્યાત્મક વિશ્લેષણ ટીમના સભ્ય છે. તેઓ Ohio State University માં પંદર વર્ષથી વધુ સમયથી ફેકલ્ટી મેમ્બર પણ રહી ચૂક્યા છે. તાલાગ્રાન્ડ માર્ચ 1997માં પેરિસની Academie des Sciences ના સંવાદદાતા તરીકે ચૂંટાયા હતા. ત્યારબાદ

નવેમ્બર 2004માં ગણિત વિભાગમાં સંપૂર્ણ સભ્ય તરીકે ચૂંટાયા હતા. આ દરેક સફળતા તેમને તેમના Probability ના કાર્યને કારણે મળી રહી હતી, પરંતુ આ બધું પૂર્વનિર્ધારિત નહોતું.

તાલાગ્રાન્ડે તેમની કારકિર્દીની શરૂઆત high-dimensional geometric spaceના અભ્યાસથી કરી હતી. 10 વર્ષ સુધી અલગ-અલગ વિષય પર કામ કર્યા બાદ તેઓએ Probability theory પર કામ કર્યું અને તેમાં સેંકડો સંશોધન પત્રો લખ્યાં. તેમણે આ 10 વર્ષમાં કરેલા દરેક વિષયો પરનું કામ તેમને Probability સંશોધનમાં નવા દૃષ્ટિકોણની ગરજ સારે છે.

Random Process એ ઘટનાઓનો સંગ્રહ છે જેનાં પરિણામો તક અનુસાર અલગ-અલગ હોય. તાલાગ્રાન્ડે એવી પ્રક્રિયા પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કર્યું કે જેનાં પરિણામો bell-shaped curveમાં વિતરિત કરવામાં આવે છે કે જેને Gaussian Distribution કહેવાય છે. આવાં વિતરણો પ્રકૃતિમાં સામાન્ય છે અને તેમાં સંખ્યાબંધ ઈચ્છનીય ગાણિતિક ગુણધર્મો છે. તાલાગ્રાન્ડે જાણવા માંગતા હતા કે આવા પરિણામો વિશે ચોક્કસાઈ પૂર્વક શું કહી શકાય? તેથી તેમણે Set of inequalities સાબિત કરી જે સંભવિત પરિણામો પર ઉપલી અને નીચલી સીમાઓ મૂકે છે.

તાલાગ્રાન્ડનું કાર્ય ફક્ત Random Processના શ્રેષ્ઠ અને સૌથી ખરાબ સંભવિત પરિણામોનું વિશ્લેષણ કરવા પૂરતું મર્યાદિત નહોતું. તેમણે average case નો પણ અભ્યાસ કર્યો.

તેમની સમગ્ર કારકિર્દી દરમિયાન તાલાગ્રાન્ડે કોઈ પણ સંશોધનને પુનરાવર્તિત કરી કરીને એવા દૃષ્ટિકોણથી વિચારે છે કે જેથી તેનાં પરિણામનો દરેક વ્યક્તિ ઉપયોગ કરી શકે. તેમની આ ખાસિયતના કારણે તેમને ઘણા ગાણિતિક પારિતોષિક પણ મળ્યાં છે.

1995માં તેમને તેમના Mathematical Probabilityમાં અદભૂત યોગદાન માટે Loève Prize એનાયત થયું. આશરે \$30,000ની ઈનામી રકમ સાથે આ કોઈપણ ચોક્કસ ગાણિતિક પેટાશાખામાં અપાતા સૌથી ઉદાર પુરસ્કારોમાંનો એક છે. 1997માં તેમને Probability ના વિવિધ ક્ષેત્રોમાં તેમના મૂળભૂત યોગદાન માટે Fermat Prize આપવામાં આવ્યું. 2011ની સાલમાં તાલાગ્રાન્ડને ઉચ્ચ ગુણવત્તાના ફેન્ચ ઓર્ડર, Legion of honorમાં, Chevalier નો ઓર્ડર આપવામાં આવ્યો.

2019માં તાલાગ્રાન્ડને Concentration inequalities, Suprema of Stochastic process અને rigorous results for spin glasses માટેના ઊંડાણપૂર્વકના કામ માટે Shaw Prize એનાયત થયું. 2022માં તાલાગ્રાન્ડને Polish Academy of Sciences નો Stefan Banach Medal પ્રાપ્ત થયો.

સુગણિતમના વાયકોને હવે એ તો ધ્યાનમાં છે જ કે આબેલ પુરસ્કાર એ ગણિતક્ષેત્રનો, નોબેલ પુરસ્કારની સમકક્ષનો પુરસ્કાર છે. નોર્વેના રાજા દ્વારા ઉત્કૃષ્ટ ગણિતશાસ્ત્રીઓને વાર્ષિક ધોરણે એનાયત થતા આ પુરસ્કારમાં વિજેતાને \$7,00,000 પણ આપવામાં આવે છે.

આબેલ પુરસ્કારની સત્તાવાર વેબસાઈટ મુજબ “Michel Talagrand awarded the 2024 Abel Prize for his groundbreaking contribution to probability theory and functional analysis, with outstanding applications in mathematical physics and statistics”

આબેલ કમિટીના અધ્યક્ષ, પ્રોફેસર હેલ્ગ હોલ્ડનના મત મુજબ તાલાગ્રાન્ડ એક અસાધારણ ગણિતશાસ્ત્રી છે જેમણે રેન્ડમ અને ખાસ કરીને Gaussian પ્રક્રિયાની સમજમાં ગહન યોગદાન આપ્યું છે. તેમના કામે સંભાવના સિદ્ધાંતનાં ઘણાં ક્ષેત્રોને



પુનઃ આકાર આપ્યો છે. વધુમાં Spin glasses ની free energy માટે પ્રખ્યાત Parisi formula નો તેમનો પુરાવો એ એક અદ્ભુત સિદ્ધિ છે.

Spin glass પરના પોતાના કાર્ય માટે ભૌતિકશાસ્ત્રનું 2021નું નોબેલ પારિતોષિક જીતનાર ઈટાલીના Sapienza Universityના પેરિસીના મતે તાલાગ્રાન્ડ આ ઈનામને ચોક્કસપણે લાયક છે. પેરિસી અને તેમના સાથીઓએ સૂચવેલા Parisi formulaની ગાણિતિક સાબિતી તાલાગ્રાન્ડ અને ઈટાલિયન ભૌતિકશાસ્ત્રી Francesco ના ફાળે જાય છે. પેરિસી કહે છે કે અનુમાન સાચું છે તે માનવું એક વાત છે, પરંતુ તેને સાબિત કરવું બીજી વાત છે અને તાલાગ્રાન્ડે તે સાબિતીની જટિલ સમસ્યા ઉકેલી બતાવી છે.

તાલાગ્રાન્ડે પોતાના જીવનમાં ઘણા ઈનામો મેળવ્યા છે અને ગણિત જગતને તે ઈનામોનો લાભ આપવા માટે તેઓ પોતાની વેબસાઈટ પર “Become rich with my prizes” શીર્ષક હેઠળ કોયડાઓ ઉકેલવા માટે ગાણિતિક સમૂદાયને આમંત્રણ આપે છે. તેઓ આ જ રીતે પુરસ્કારોની હારમાળા ચાલુ રાખે એવી સુગણિતમ્ પરિવાર શભેચ્છા પાઠવે છે.

સંદર્ભ

1. [en.wikipedia.org/wiki/Michel\\_Talagrand](https://en.wikipedia.org/wiki/Michel_Talagrand)
2. [quantamagazine.org/michel\\_talagrand-wins-abel-prize-for-work-wrangling-randomness-20240320](https://quantamagazine.org/michel_talagrand-wins-abel-prize-for-work-wrangling-randomness-20240320)
3. [abelprize.no/article/2024/michel-talagrand-awarded-2024-abel-prize](https://abelprize.no/article/2024/michel-talagrand-awarded-2024-abel-prize).



## ગણિત કણિકા

I will name my son  
**MATHEMATICS**



Then, I will become  
The Father of **Mathematics**

પ્રસ્તુત કર્તા : નિલેશ માંડલિયા,  
અમદાવાદ. (M) 9712346664

- ટીનુ : મીનુ, શું કરે છે?
- મીનુ : આ જૂઈ એક કોયડો લાવી છે, તે જોઉં છું.
- ઋત્વિક : શું છે કોયડો ?
- જૂઈ : એવા ધન પૂર્ણાંકો  $a, b, c$  શોધો, જેથી  $a \leq b \leq c$  અને  $\frac{1}{a} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{abc} = \frac{7}{16}$  થાય.
- ટીનુ : આ તો સહેલું છે !  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$  થાય.
- મીનુ : ના ! તો  $a = 4, b = 2, c = 2$  થશે, એટલે  $a \leq b \leq c$  નહીં થાય.
- ટીનુ : અરે ! એ તો ધ્યાન જ ન રહ્યું
- બીના : આ દીદી આવ્યાં !
- દીદી : કેમ છો બધાં ? નવા મિત્રો પણ આવ્યાં છે ને !
- ટીનુ : હા, દીદી ! જૂઈ, ફોરમ, ધૈર્ય અને અન્વિત પણ છે.  
અમે જૂઈએ લાવેલ કોયડાની જ વાત કરતાં હતાં (ટીનુ કોયડો કહે છે.)
- ટીનુ : 16 ના અવયવ પાડતાં તો 1, 2, 4, 8 જ મળે છે, કંઈ ગોઠવાતું નથી.
- ઋત્વિક : થઈ ગયું !  $a = 3, b = 4, c = 4$  લઈએ તો થશે. જૂઓ :
- $$\frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 4}$$
- $$= \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{48} = \frac{16+4+1}{48} = \frac{21}{48} = \frac{7}{16}$$
- દીદી : સરસ !
- જૂઈ : ઋત્વિક, તને 3 નો વિચાર કેવી રીતે આવ્યો? 16ના અવયવમાં તો 3 નથી!
- ઋત્વિક : મે એવું વાંચેલું કે 'કોઈપણ અપૂર્ણાંકને એકાંશ અપૂર્ણાંકના સરવાળા તરીકે લખી શકાય.'
- અન્વિત : એકાંશ એટલે ?
- ઋત્વિક : એકાંશ એટલે જેના અંશમાં 1 હોય તેવો અપૂર્ણાંક. ઉપરનો કોયડો આ જ બાબત કહે છે.
- ફોરમ : કઈ રીતે ?
- ઋત્વિક : સૌ પ્રથમ આપેલ અપૂર્ણાંક  $\left(\frac{7}{16}\right)$  માંથી, તેનાંથી નાનો, પણ શક્ય તેટલો મોટો એકાંશ અપૂર્ણાંક શોધો.  
અહીં  $\frac{1}{2}$  શક્ય નથી, પણ  $\frac{1}{3}$  શક્ય છે. હવે  $\frac{7}{16} - \frac{1}{3} = \frac{5}{48}$  પર તે જ પ્રક્રિયા કરતાં  $\frac{1}{12} = \frac{4}{48}$  મળશે.  
ફરીથી  $\frac{5}{48} - \frac{1}{12} = \frac{1}{48}$  થશે. આમ  $\frac{7}{16} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{48}$  બરાબર છે ને દીદી ?
- દીદી : એકદમ બરાબર!
- નતાલીઆ : હવે મને યાદ આવ્યું. દીદીએ એક કોયડાની વાત કરેલી અને તેમાં ઈજીપ્તની વાત પણ આવતી હતી.
- ટીનુ : હા, 17 ઘોડાને વહેંચવાની વાત, હું કહું?

એક ગામમાં એક માણસને ત્રણ દીકરાઓ હતા. તેની પાસે 17 ઘોડાઓ હતા. તેણે દીકરાઓને એવી સૂચના આપેલી કે તેમણે ઘોડાની વહેંચણી આ મુજબ કરવી. મોટાને  $\frac{1}{2}$  ભાગ, વચલાને  $\frac{1}{3}$  ભાગ અને નાનાને  $\frac{1}{9}$  ભાગ. તેના અવસાન પછી દીકરાઓ તો મૂંઝાંણા, 17 ના ભાગ કેવી રીતે પાડવા? પછી કોકના કહેવાથી, તેઓ ગામના એક વિદ્વાન વડીલ પાસે ગયા અને પોતાની સમસ્યા જણાવી. વિદ્વાને કહ્યું કે હું કાલે સવારે તમારા ઘરે આવીને ભાગ પાડી આપીશ. બીજા દિવસે તે પોતાના ઘોડા પર બેસીને આવ્યો અને પેલા 17 ઘોડા સાથે પોતાનો ઘોડો પણ ઊભો રાખી દીધો. પછી દીકરાઓને કહ્યું કે આ 18 ઘોડાઓ છે. તમારા ભાગ લઈ લો. દીકરાઓ સહેજ અચકાયા, પણ પછી મોટાએ  $\frac{1}{2}$  એટલે 9, વચલાએ  $\frac{1}{3}$  એટલે 6 અને નાનાએ  $\frac{1}{9}$  એટલે 2 ઘોડા લીધા આમ કુલ  $9+6+2=17$  ઘોડાઓ વહેંચાઈ ગયા અને વિદ્વાન પોતાના ઘોડા પર બેસી પાછા ગયા!

ધૈર્ય-અન્વિત-જૂઈ : (તાળીઓ પાડીને) : વાહ વાહ !

નતાલીઓ : પણ આમાં એકાંશ અપૂર્ણાંક ક્યાં?

દીદી : જો  $\frac{17}{18}$  ને એકાંશ અપૂર્ણાંકના સરવાળા તરીકે લખીએ તો  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$  થશે.

ફોરમ : આ તો મજા પડે તેવું છે ! ઈજીપ્તની વાત શું છે?

દીદી : કોઈપણ અપૂર્ણાંક, જેના અંશમાં 1 હોય, તે ગણિતના ઈતિહાસમાં ઈજિપ્શીયન કે એકાંશ અપૂર્ણાંક તરીકે ઓળખાય છે અને કોઈપણ ધન અપૂર્ણાંકને આવા અપૂર્ણાંકના સરવાળા તરીકે લખી શકાય છે તેનો ઉપયોગ આવા રસપ્રદ કોયડાઓમાં અને 'સંખ્યાશાસ્ત્ર' માં પણ થાય છે. એક સહેલો કોયડો : 5 પિત્લાને 8 વ્યક્તિઓ વચ્ચે સરખા ભાગે વહેંચવાના છે.

મીનુ :  $\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$  એટલે ચાર પિત્લાના અર્ધા અર્ધા ભાગ અને પાંચમાના 8 ભાગ કરવાના.

દીદી : સાચું ! ચાલો સમય પૂરો !

બાળકો : આવજો, દીદી !



## ગણિત કણિકા

અંકોનું સૌંદર્ય !!!

$$\begin{array}{rcl}
 1 & \times & 4375 = \mathbf{4375} \\
 17 & \times & 4375 = \mathbf{74375} \\
 177 & \times & 4375 = \mathbf{774375} \\
 1777 & \times & 4375 = \mathbf{7774375} \\
 17777 & \times & 4375 = \mathbf{77774375} \\
 177777 & \times & 4375 = \mathbf{777774375}
 \end{array}$$

પ્રસ્તુત કર્તા : નિલેશ માંડલિયા,  
અમદાવાદ. (M) 9712346664

**પ્રશ્ન 1 :** કોઈ 11 ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગોના સરવાળાને બીજી કોઈ 11 ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગોના સરવાળા વડે ભાગતાં ભાગાકાર 11 મળે એવું કોઈ ઉદાહરણ આપો.

રાજેશભાઈએ આવું એક ઉદાહરણ આપેલું છે.

$$\frac{39695^2 + 39696^2 + \dots + 39700^2 + \dots + 39705^2}{11965^2 + 11966^2 + \dots + 11970^2 + \dots + 11975^2} = 11$$

રાજેશભાઈ લખે છે, “આ પરિણામની ચકાસણી કરો અને જો તે સાચું હોય તો આ પરિણામને ક્રમશઃ હોય તેવું, આગળનું કે પાછળનું, એક પરિણામ શોધો. બંને શોધી શકો તો વધુ સારું. આ બે કે ત્રણ ક્રમશઃ પરિણામો શોધવાનું કોઈ સૂત્ર છે ખરું? હોય તો જણાવો. (મારી પાસે આવું કોઈ પરફેક્ટ સૂત્ર નથી. છતાં આ પ્રશ્નોના જવાબ શોધી શકું છું.)”

**ઉત્તર :** પ્રશ્નની ડાબી બાજુએ અંશમાં અને છેદમાં 11 ક્રમિક ધન પૂર્ણાંકોના વર્ગોનો સરવાળો છે. તેથી બન્ને શ્રેણીમાં છઠ્ઠું પદ એ મધ્યમ પદ છે. આપણે ધારી લઈએ કે અંશમાં મધ્યમ પદ  $x^2$  છે અને છેદમાં મધ્યમ પદ  $y^2$  છે. જો  $x$  અને  $y$  ની કિંમત શોધીએ તો પ્રશ્નનો ઉકેલ મળી જાય. આપેલો પ્રશ્ન નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

એવા  $x, y$  શોધો કે જેથી

$$\frac{(x-5)^2 + (x-4)^2 + (x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + \dots + (x+5)^2}{(y-5)^2 + (y-4)^2 + (y-3)^2 + (y-2)^2 + (y-1)^2 + y^2 + (y+1)^2 + \dots + (y+5)^2} = 11$$

સાદું રૂપ આપતાં,

$$\frac{11x^2+110}{11y^2+110} = 11 \quad \therefore \frac{x^2+10}{y^2+10} = 11 \quad \therefore x^2 - 11y^2 = 100 \quad \text{_____ (I)}$$

સમીકરણ (I) નું સ્વરૂપ  $x^2 - Dy^2 = N$ , જ્યાં  $D=11, N=100$  છે. સમીકરણ (I) નો એક ઉકેલ :  $(u, v) = (12, 2)$  છે.

પેલના સમીકરણ :  $x^2 - 11y^2 = 1$  નો એક પ્રાથમિક ઉકેલ  $(a, b) = (10, 3)$  છે.

જો  $x^2 - Dy^2 = N$ નો એક ઉકેલ  $(u, v)$  હોય અને  $x^2 - Dy^2 = 1$ નો એક ઉકેલ  $(a, b)$  હોય તો  $x^2 - Dy^2 = N$ ના ઉકેલોનો એક સમુહ નીચેના સમીકરણને ઉકેલતાં મળે.

$$x_n + \sqrt{D} y_n = (a + b\sqrt{D})^n (u + v\sqrt{D})$$

$\therefore x^2 - 11y^2 = 100$ ના ઉકેલોનો એક સમુહ નીચે આપેલ સમીકરણને ઉકેલતાં મળે.

$$x_n + \sqrt{11} y_n = (10 + 3\sqrt{11})^2 (12 + 2\sqrt{11}) \quad \text{_____ (II)}$$

A. (II) માં  $n=1$  મૂકતાં,

$$x_1 + \sqrt{11} y_1 = (10 + 3\sqrt{11}) (12 + 2\sqrt{11}) = 186 + 56\sqrt{11}$$

$$\therefore x_1 = 186, y_1 = 56 \dots\dots\dots (1)$$

આ ઉકેલને અનુરૂપ રાજેશભાઈના પરિણામ જેવું ઉદાહરણ :



$$\frac{181^2 + 182^2 + \dots + 185^2 + 186^2 + 187^2 + \dots + 191^2}{51^2 + 52^2 + \dots + 55^2 + 56^2 + 57^2 + \dots + 61^2} = 11$$

B. (II) માં  $n=2$  મૂકતી,

$$x_2 + \sqrt{11} y_2 = (10 + 3\sqrt{11})^2 (12 + 2\sqrt{11}) = (10 + 3\sqrt{11}) (186 + 56\sqrt{11}) \\ = 3708 + 1118\sqrt{11}$$

$$\therefore x_2 = 3708, y_2 = 1118 \dots\dots\dots (2)$$

આ ઉકેલને અનુરૂપ રાજેશભાઈના પરિણામ જેવું ઉદાહરણ :

$$\frac{3703^2 + 3704^2 + \dots + 3708^2 + \dots + 3712^2 + 3713^2}{1113^2 + 1114^2 + \dots + 1118^2 + \dots + 1122^2 + 1123^2} = 11$$

C. (II) માં  $n=3$  મૂકતી,

$$x_3 + \sqrt{11} y_3 = (10 + 3\sqrt{11})^3 (12 + 2\sqrt{11})$$

$$\therefore x_3 + \sqrt{11} y_3 = (10 + 3\sqrt{11}) (x_2 + \sqrt{11} y_2) \\ = (10 + 3\sqrt{11}) (3708 + 1118\sqrt{11}) \\ = 73974 + 22304\sqrt{11}$$

$$\therefore x_3 = 73974, y_3 = 22304 \dots\dots\dots (3)$$

આ ઉકેલને અનુરૂપ રાજેશભાઈના પરિણામ જેવું ઉદાહરણ નીચે પ્રમાણે થશે.

$$\frac{73969^2 + 73970^2 + \dots + 73974^2 + \dots + 73978^2 + 73979^2}{22299^2 + 22300^2 + \dots + 22304^2 + \dots + 22308^2 + 22309^2} = 11$$

હવે આગળ વધવાનો કોઈ અર્થ નથી, કેમ ?

રાજેશભાઈએ આપેલા ઉદાહરણમાં  $x = 39700$  અને  $y = 11970$  છે. શ્રેણીઓ  $x_1, x_2, x_3 \dots$  અને  $y_1, y_2, y_3 \dots$  વધતી શ્રેણીઓ છે. રાજેશભાઈએ મેળવેલી  $x$  ની કિંમત, આપણે મેળવેલી  $x$  ની કિંમતો  $x_2$  અને  $x_3$  ની વચ્ચે છે.

( $3708 < 39700 < 73974$ ) તે જ પ્રમાણે રાજેશભાઈના ઉદાહરણમાં  $y = 11970$  એ આપણે મેળવેલા  $y_2$  અને  $y_3$  ના મૂલ્યોની વચ્ચે છે. તેથી આપણે (1), (2), (3) માં મેળવેલાં પરિણામો સાચાં હોવાં છતાં રાજેશભાઈનું ઉદાહરણ સમીકરણ (II)માં લખેલા ઉકેલમાંથી નહિ મળે ! રાજેશભાઈનું ઉદાહરણ સાચું છે તેની ચકાસણી તો અમે કરી લીધી હતી. તો પછી આ ઉદાહરણ અને તેની આગળ-પાછળના ઉદાહરણો મેળવવા શું કરવું જોઈએ?

બે નિષ્ણાત વ્યક્તિઓનો સંપર્ક કરી તેમણે સૂચવેલા માર્ગે અમે આગળ વધ્યા.

(જૂઓ ઉકેલના અંતે આપેલ ઋણ સ્વીકાર)

$$x^2 - 11y^2 = 1 \text{ નો પ્રારંભિક ઉકેલ આગળ લીધો હતો તે જ, } (a, b) = (10, 3) \text{ લઈએ.}$$

$$x^2 - 11y^2 = 100 \text{ નો ઉકેલ આપણે } (12, 2) \text{ લીધો હતો. આ ઉકેલના બદલે } (u, v) = (10, 0) \text{ લઈએ.}$$

હવે સમીકરણ (II) નું સ્વરૂપ :  $x_n + \sqrt{11} y_n = (10 + 3\sqrt{11})^n (10 + 0\sqrt{11})$

એટલે કે  $x_n + \sqrt{11} y_n = 10 (10 + 3\sqrt{11})^n$  મળશે.

(III)

D. (III) માં  $n=1$  મૂકતાં,  $x_1 + \sqrt{11} y_1 = 10 (10 + 3\sqrt{11}) = 100 + 30\sqrt{11}$

$$\therefore x_1 = 100, \quad y_1 = 30$$

ઉપરોક્ત ઉકેલને અનુરૂપ ઉદાહરણ નીચે આપેલ છે.

$$\frac{95^2 + 96^2 + 97^2 + 98^2 + 99^2 + 100^2 + 101^2 + 102^2 + 103^2 + 104^2 + 105^2}{25^2 + 26^2 + 27^2 + 28^2 + 29^2 + 30^2 + 31^2 + 32^2 + 33^2 + 34^2 + 35^2} = 11$$

E. (III) માં  $n=2$  મૂકતાં,  $x_2 + \sqrt{11} y_2 = 10 (10 + 3\sqrt{11})^2$

$$\therefore x_2 + \sqrt{11} y_2 = 10 (199 + 60\sqrt{11}) = 1990 + 600\sqrt{11}$$

$$\therefore x_2 = 1990, \quad y_2 = 600$$

આ ઉકેલને અનુરૂપ ઉદાહરણ નીચે આપેલ છે.

$$\frac{1985^2 + 1986^2 + \dots + 1990^2 + \dots + 1994^2 + 1995^2}{595^2 + 596^2 + \dots + 600^2 + \dots + 604^2 + 605^2} = 11$$

F. (III) માં  $n=3$  મૂકતાં,  $x_3 + \sqrt{11} y_3 = 10 (10 + 3\sqrt{11})^3$

$$\therefore x_3 + \sqrt{11} y_3 = (10 + 3\sqrt{11}) (x_2 + \sqrt{11} y_2) = (10 + 3\sqrt{11}) (1990 + 600\sqrt{11})$$

$$\therefore x_3 + \sqrt{11} y_3 = 39700 + 11970\sqrt{11}$$

$$\therefore x_3 = 39700, \quad y_3 = 11970$$

આ ઉકેલને અનુરૂપ ઉદાહરણ નીચે આપેલ છે. આ ઉદાહરણ જ રાજેશભાઈએ તેમના લખાણમાં મોકલ્યું છે.

$$\frac{39695^2 + 39646^2 + \dots + 39700^2 + \dots + 39704^2 + 39705^2}{11965^2 + 11966^2 + \dots + 11970^2 + \dots + 11974^2 + 11975^2} = 11$$

હવે રાજેશભાઈએ જે ઉદાહરણ મોકલ્યું છે તેના પછીનું ઉદાહરણ મેળવવા માટે  $n=4$  મૂકતાં,

$$x_4 + \sqrt{11} y_4 = 10 (10 + 3\sqrt{11})^4$$

સાદું રૂપ આપતાં,  $x_4 = 792010$  અને  $y_4 = 238800$  મળશે. આ ઉકેલને અનુરૂપ ઉદાહરણ

$$\frac{792005^2 + \dots + 792010^2 + \dots + 792015^2}{238795^2 + \dots + 238800^2 + \dots + 238805^2} = 11$$

**ઋણસ્વીકાર :** આ લેખ લખતાં, A,B,C સુધી પહોંચ્યા પછી, ખ્યાલ આવ્યો કે રાજેશભાઈએ મોકલાવેલ ઉદાહરણ આ

રીતે મળવાનું નથી. સંખ્યા ગણિતના બે નિષ્ણાતોને અમે અમારી દ્વિધા સમજાવી. ડૉ. દેવભદ્ર શાહે જવાબ આપ્યો કે

$x^2 - 11y^2 = 100$  નો ઉકેલ (12,2) લેતાં તમને ઉકેલોનો એક સમુહ મળશે. પણ તે સમુહમાં  $x^2 - 11y^2 = 100$  ના તમામ

ઉકેલોનો સમાવેશ નથી થતો. તે જ સમીકરણનો બીજો કોઈ ઉકેલ લઈએ તો ઉકેલોનો બીજો સમુહ મેળવી શકો. અમે તેમને

વિનંતી કરી કે પેલના સમીકરણના ઉકેલો વિશે એક વિસ્તૃત લેખ તેઓ લખે તો મારા જેવા ઘણા વાચકોને ઉપયોગી થાય.

તેમણે એક લેખ લખ્યો જે સુશિતમના સળંગ અંક 313 (E copy-8) માં પ્રગટ થયો છે. લેખ અંગ્રેજી ભાષામાં છે, લાંબો પણ

છે, પણ માહિતીસભર અને રસપ્રદ છે. અમને તો લેખ ઉપયોગી થયો જ છે.

ડૉ. સચિન ગજજર પણ સંખ્યા ગણિતના અભ્યાસી અને Problem Solving ના નિષ્ણાત છે. અમે તેમને આ લેખનાં બે પાનાં Whatsapp પર મોકલ્યાં હતાં. તેમણે તે વાંચી દસ મિનિટમાં ઉત્તર આપ્યો. ઉત્તર માત્ર એક લાઈનનો હતો :

$$x_i + y_i\sqrt{11} = (10 + 3\sqrt{11})^i (10 + 0\sqrt{11}).$$

લેખ આગળ વધારવા માટે આ એક લાઈન પર્યાપ્ત હતી.  
આ બે નિષ્ણાતોના અમે આભારી છીએ.

**પ્રશ્ન : 2** કોઈ 13 ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગોના સરવાળાને બીજી કોઈ 13 ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગોના સરવાળાથી ભાગતાં 9 મળે તેવાં ઉદાહરણો આપો.

એક ઉદાહરણ રાજેશભાઈએ આપ્યું છે.

$$\frac{23^2 + 24^2 + 25^2 + 26^2 + 27^2 + 28^2 + 29^2 + 30^2 + 31^2 + 32^2 + 33^2 + 34^2 + 35^2}{3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2} = 9 \quad \dots (1)$$

અહીં અંશમાં 13 પદ છે અને છેદમાં પણ 13 પદ છે. તેથી બંનેમાં 7મું પદ મધ્યમ પદ છે. આપણે પ્રશ્ન-1 ની જેમ જ અંશનું મધ્યમ પદ  $x^2$  અને છેદનું મધ્યમ પદ  $y^2$  લઈએ પ્રશ્નનું સ્વરૂપ નીચે પ્રમાણે થશે.

$$\frac{(x-6)^2 + (x-5)^2 + \dots + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + \dots + (x+5)^2 + (x+6)^2}{(y-6)^2 + (y-5)^2 + \dots + (y-1)^2 + y^2 + (y+1)^2 + \dots + (y+5)^2 + (y+6)^2} = 9$$

સ્પષ્ટ છે કે  $x > 6, y > 6$

રાજેશભાઈ લખે છે, “ઉપર આપેલું ઉદાહરણ સાચું છે તેની ચકાસણી કરો. મને આવું એક જ ઉદાહરણ મળેલ છે. બીજું કોઈ આવું ઉદાહરણ મળે તો શોધો.”

(1) ને સાદું રૂપ આપતાં,  $\frac{13x^2+182}{13y^2+182} = 9$  મળશે.

$$\therefore \frac{x^2+14}{y^2+14} = 9 \quad \therefore x^2 - 9y^2 = 112 \quad \dots (2)$$

પેલના સમીકરણ :  $x^2 - Dy^2 = N$  માં D પૂર્ણવર્ગ સિવાયની ધન સંખ્યા હોવી જોઈએ. સમીકરણ (2) માં  $D=9=3^2$  છે. તેથી સમીકરણ (2) પેલનું સમીકરણ નથી. આ સમીકરણના ઉકેલોની સંખ્યા સાંત હોય. એવું પણ બને કે આ પ્રકારના સમીકરણને એક પણ ઉકેલ ન હોય. (ડૉ. ડી.વી. શાહ સાહેબનો અંક 313માંનો લેખ વાંચો)

સમીકરણ (2) પરથી  $(x+3y)(x-3y) = 112$  ..... (3)

$x + 3y = a$  અને  $x - 3y = b$  લઈએ.

$$x + 3y > x - 3y \quad \therefore a > b$$

(3) પરથી સ્પષ્ટ છે કે 112ના બે અવયવો  $a$  અને  $b$  એવા મેળવો કે જેથી  $x + 3y = a, x - 3y = b$

$$\therefore 2x = a + b \text{ અને } 6y = a - b$$

વળી  $x > 6, y > 6$  હોવાથી

$$a = x + 3y > 6 + (3 \cdot 6) = 24.$$

ઉપરની ચર્ચા પરથી સ્પષ્ટ છે કે 112ના અવયવો  $a$  અને  $b$  નીચેની શરતો મુજબ શોધવા જોઈએ.

(1)  $a + b$  યુગ્મ હોય (2)  $a - b$ , 6 વડે ભાજ્ય હોય (3)  $a$  અને  $b$  પૈકી મોટો અવયવ  $a$ , 24 થી મોટો હોય.

નીચે 112ના અવયવોનું કોષ્ટક આપેલ છે.

	$a$	$b$		$a$	$b$
(1)	112	1	(4)	16	7
(2)	56	2	(5)	14	8
(3)	28	4			

ઉપરના કોષ્ટકમાંથી  $a = 56$ ,  $b = 2$  અને  $a = 28$ ,  $b = 4$  એ બે વિકલ્પો એવા મળે છે જે ઉપર જણાવેલ ત્રણેય

શરતોનું પાલન કરે છે. પણ  $a = 28$ ,  $b = 4$  લેવાથી  $x = \frac{a+b}{2} = 16$  અને  $y = \frac{a-b}{6} = \frac{24}{6} = 4 < 6$

$\therefore a = 28$ ,  $b = 4$  લેવાથી ઉકેલ મળતો નથી. (કારણ કે  $y = 4 < 6$ )

$a = 56$ ,  $b = 2$  લેવાથી  $x = 29$  અને  $y = \frac{54}{6} = 9$

આમ, રાજેશભાઈએ આપેલ છે તે ઉદાહરણ સિવાય બીજું કોઈ ઉદાહરણ નથી જેમાં 13 ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાના વર્ગોનો સરવાળો બીજી કોઈ 13 ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાના વર્ગોના સરવાળા વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય અને ભાગાકાર 9 મળે.

**પ્રશ્ન-3** પણ ઉપરના પ્રશ્ન-2 જેવો જ છે. પ્રશ્ન સળંગ અંક 311 માંથી જોઈ લેવો. રાજેશભાઈએ આપેલું ઉદાહરણ નીચે આપેલ છે.

$$\frac{38^2 + 39^2 + \dots + 44^2 + \dots + 49^2 + 50^2}{2^2 + 3^2 + \dots + 8^2 + \dots + 13^2 + 14^2} = 25.$$

અંશ અને છેદમાં પદોની સંખ્યા 13 છે. અંશ અને છેદના મધ્યમ પદો અનુક્રમે  $x^2$  અને  $y^2$  લઈએ તો સમીકરણ :

$x^2 - 25y^2 = 336$  મળશે. સમીકરણનો ઉકેલ અનન્ય છે,  $x=44$ ,  $y=8$ .

### વાચકો લખે છે

સુગણિતમ્ના છેલ્લા અંકમાં આપનો લેખ “રાજેશકુમાર મેરના કોયડાનો ઉકેલ” મને ખૂબ ગમ્યો છે. આ લેખમાં આપે વારંવાર મારો ઉલ્લેખ કરી મને આભારવશ કર્યો છે જે આપનો મારા તરફનો પ્રેમ છે. આ મારા માટે અનેરી ખૂશીની વાત છે. આ લેખ દ્વારા આપે મને બેશકિંમતી માર્ગદર્શન પણ આપેલ છે. જે મારા જ્ઞાનમાં અભિવૃદ્ધિ કરે છે. આપના આ લેખના અંતે મારો કોયડો આપેલ છે તેનો વિસ્તૃત જવાબ મેં આ સાથે લેખ તરીકે આપેલ છે જે પ્રસિદ્ધ કરવા યોગ્ય હોય તો કરશોજી. આ લેખમાં ઉકેલોના જુદાં જુદાં જૂથ કઈ રીતે મળે છે તે દર્શાવી તે જૂથો પરથી ક્રમિક ઉકેલો મેળવી શકાય છે તેમ દર્શાવેલ છે.

આપે આપના લેખમાં  $(X_1 - \sqrt{a} Y_1)^n$  નો ઉપયોગ કરેલ છે. અહીં કરણી  $X_1 - \sqrt{a} Y_1$  નો  $n$  ઘાત કર્યા વગર પણ ઉકેલ મળે છે. જે બાબતે મેં એક પ્રેમિયકા આપી છે જે યોગ્ય છે કે નહીં તે જણાવશો. હાલ પેલ સમીકરણો વિશે લેખ લખવા વિચારું છું જે આપની જાણ સારું.

મારી આદત મુજબ હું ઘણું લાંબું લખું છું જે આપને ઘણી તકલીફ આપે છે તે બદલ ક્ષમા પ્રાર્થું છું.

(M) 9537927040, 9428263776

jjgnasamer123@gmail.com

મેર રાજેશકુમાર મોહનલાલ

સંપાદકીય નોંધ : રાજેશભાઈએ જેનો ઉલ્લેખ કર્યો છે તે લેખ અમને મળ્યો છે. યોગ્ય પરામર્શ પછી, હવે પછીના કોઈ અંકમાં, જરૂરી ફેરફાર સાથે પ્રગટ કરીશું.



તમે નસીબદાર હો, તો તારાઓ ધડાકાબંધ ફૂટતા જોઈ શકો અને તેનો પ્રકાશ દિવસને રાત દેખાયા જ કરે. તે જ રીતે તમે નસીબદાર હો તો યુનિવર્સિટીની સ્થાપનાની વિધિ જોવા મળે. મને દિવસ કે વર્ષ યાદ નથી. પણ 1956 કે 1957માં V.P. Science કોલેજના વચ્ચેના મેદાનમાં કે.કા.શાસ્ત્રીએ રાતના ભાઈલાલભાઈના હાથે સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટીની સ્થાપના કરાવેલી અને તે સમયે હું હાજર હતો. 1958માં ગણિત વિભાગ, ભૌતિકશાસ્ત્ર, રસાયણશાસ્ત્ર, ગુજરાતી, ઇતિહાસ, સંસ્કૃત, વનસ્પતિશાસ્ત્ર વિગેરે વિભાગોની શરૂઆત થયેલી. 1959માં M.A. અને M.Sc.ની પરીક્ષાઓ સૌથી પહેલી લેવાયેલી. 1959ના ગણિત વિભાગના ઘણા સ્નાતકોમાંનો હું એક. 1961 થી 1963 સુધી મેં આ વિભાગમાં ભણાવેલું પણ ખરું. મારી સાચા ગણિતશાસ્ત્રીની વ્યાખ્યા એ કે જે ગણિતમાં જ રાતદિવસ રચ્યો પચ્યો રહે. 1958 થી ગણિત વિભાગના વડા પ્રો. ડી. એમ. પટેલ, સાચા ગણિતશાસ્ત્રી હતા. મેં તેમને અમદાવાદમાં ગુજરાત યુનિવર્સિટીએ જવાને બદલે બીજી બસમાં ગાંધીપુલ ઉપર જતાં જોયા છે. Applied Mathમાં બે વિદ્યાર્થી, પણ ક્લાસમાં હું એકલો જ. V.P. Science College માં ટ્યુટર પણ હતો. અઠવાડિયાના અઢાર થી વીસ તાસ ભણાવવાના હતા. પગાર તે સમયે રૂ.145 હતો. શનિવારના દિવસે 4:00 થી 6:00 મને Dynamics ભણાવે. Dynamicsના પાયાની ચર્ચા કરતાં કરતાં ગાડી ગીતાના સામ્રાજ્યમાં ધૂસી જાય, એ સામ્રાજ્યમાંથી 6 વાગે પણ ગાડી બહાર ન જ નીકળે અને આ વિક્લભાઈને કંઈ જ સમજ ન પડે. આ અમારા પટેલ સાહેબથી ગણિત વિભાગની શરૂઆત. તે લંડનની Imperial College – જે ખૂબ જ જાણીતી છે – ત્યાંથી Physics માં B.Sc. અને ગણિતમાં B.Sc. થઈને આવેલા. ઘણાં વર્ષો અમદાવાદમાં ગુજરાત કોલેજમાં ભણાવેલું.

હાલમાં નીચે પ્રમાણે અધ્યાપકો છે અને તેમના સંશોધનનાં ક્ષેત્રો પણ આપેલા છે. આ વિગતો અમે યુનિવર્સિટીની વેબસાઈટ પરથી એકઠી કરી છે.

નામ, હોદ્દો	ડીગ્રી	સંશોધનનું ક્ષેત્ર
એ.એચ. હાસમાની પ્રોફેસર અને વડા	Ph.D. (Bhavnagar Uni.)	General Relativity, Algebraic Computation in GR
એચ. વી. ડેડાનિયા પ્રોફેસર	Ph.D. (Leeds Uni.)	Banach Algebras, Harmonic Analysis
જે.સી. પ્રજાપતિ પ્રોફેસર	Ph.D. (SVNIT)	Special Functions, Integral Transforms, Fractional Calculus
એચ.એસ. મહેતા એસોસિએટ પ્રોફેસર	Ph.D. (SPU)	Function Algebras, Function Spaces, Graph Theory
એસ.જે. ઘેવરિયા આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર	Ph.D. (SPU)	Financial Mathematics

જે.જી. મહેતા આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર	Ph.D. (HRI)	Number Theory and Cryptography
કે.આર. બલેવિયા આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર	Ph.D. (Pursuing)	Banach Algebras.
એમ.એચ. ચુડાસમા આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર	Ph.D. (MSU)	Special Function.
એન.એસ. રબારી આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર	Ph.D. (HNGU)	Fluid Dynamics.
પી.જી. પટેલ આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર	Ph.D. (SVNIT)	Approximation Theory, Functional Analysis
આર.આર. પંચાલ આસિસ્ટન્ટ પ્રોફેસર	Ph.D. (SPU)	Theory of Relativity

### Programs

- M.Sc. : (Mathematics : Regular and Self Finance) No. of Seats in M.Sc. : 66 Regular and 80 Self Finance

### Research :

- Ph.D. : (Mathematics) (Full Time and Part Time)  
Ph.D. : 56 (9 in Progress)
- M. Phil. : 121
- Books Published : 12
- Research Projects : 14
- Awards : International : 5      National : 24

### Involvement of Faculty in Professional Organizations

The faculty members have been office bearers of professional bodies like Gujarat Ganit Mandal, Indian Mathematical Society, Association of General Relativity and Gravitation etc., work on advisory boards, editorial boards of research journals, referees for research journals and reviewers of articles for research journals.



## ગણિત ઉપયોગી છે અને રસપ્રદ પણ છે.

થાનકી હિંજલ મનસુખલાલ  
અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી, વલ્લભ વિદ્યાનગર (M) 9601182660

[નોંધ : ડિસેમ્બર, 2023 માં પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન તરફથી કોલેજના અને અનુસ્નાતક કક્ષાના વિદ્યાર્થીઓ માટે નિબંધ સ્પર્ધા યોજવામાં આવી હતી. નિબંધ માટેના વિષયો હતા :

(1) ગણિત ઉપયોગી છે અને રસપ્રદ પણ છે. (2) જ્યાં જુઓ ત્યાં સંખ્યા, સંખ્યા (3) અવકાશ કાર્યક્રમમાં ગણિતનો ફાળો.

ગમે તે એક વિષય પર ગુજરાતી, અંગ્રેજી કે હિંદીમાં નિબંધ લખવાનો હતો. સ્પર્ધામાં 26 વિદ્યાર્થીઓએ ભાગ લીધો હતો.

સ્પર્ધામાં પ્રથમ પારિતોષિક મેળવનાર સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટીના અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગનાં વિદ્યાર્થીની 'થાનકી હિંજલ મનસુખલાલ' નો નિબંધ અહીં રજૂ કરીએ છીએ.

બેન હિંજલને હાર્દિક અભિનંદન !

પ્રા.એમ.એચ.વસાવડા, કન્વીનર-નિબંધ સ્પર્ધા, પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન]

પ્રવર્તમાન સમયમાં વિદ્યાર્થીઓના સર્વાંગી વિકાસ માટે તમામ વિષયોનું જ્ઞાન જરૂરી છે. 21મી સદીમાં પ્રગતિ અર્થે વિવિધ વિષયોની સામાન્ય સમજ તથા ગોખણિયા જ્ઞાનને બદલે સમજપૂર્વકનું જ્ઞાન એ અનિવાર્ય પગથિયાં છે. આ સંદર્ભમાં ગણિત એક ઉપયોગી સાધન તથા રસપ્રદ વિષય બંને તરીકે ઉભરી આવે છે.

ગણિત એ આજના આધુનિક યુગનો સૌથી મૂળભૂત અને મહત્વપૂર્ણ વિષય છે. તે એક એવો વિષય છે, જેણે માનવ જીવનના વિકાસમાં નિર્ણાયક ભૂમિકા ભજવી છે. ગણિતનો ઉપયોગ પ્રત્યક્ષ કે અપ્રત્યક્ષ રીતે આપણા રોજિંદા જીવનનાં લગભગ દરેક પાસાંમાં જોવા મળે છે. ઈજનેરી તથા વિજ્ઞાન ક્ષેત્રથી માંડીને નાણાં, ભૌતિકશાસ્ત્ર અને અર્થશાસ્ત્ર સુધી એવા અસંખ્ય ક્ષેત્રો છે કે જ્યાં ગણિત આવશ્યક ભૂમિકા ભજવે છે.

જ્યારે જ્યારે કોઈ પ્રશ્ન તર્કની કસોટીએ ચડે છે ત્યારે ત્યારે ગણિતની તર્કશૈલી પ્રશ્નનો ઉત્તર આપવા આગળ આવે છે. પહેલેથી જ ગણિતનો ઉપયોગ કૃષિક્ષેત્ર, વ્યાપર, માપણી તથા રોજબરોજની અન્ય પ્રવૃત્તિઓમાં થતો હતો, જે હાલના સમયમાં ધીરે ધીરે વૈજ્ઞાનિક પદ્ધતિ સ્વરૂપે વિકસિત થયું છે. આજે ગણિતશાસ્ત્રીઓ જે કંઈ અભ્યાસ કરે છે તેનો ઉલ્લેખ વિજ્ઞાનની લગભગ દરેક શાખામાં થતો જોવા મળે છે. કેટલીક સમસ્યાઓ તો તેના પોતાના અભ્યાસમાંથી સર્જાય છે. દા.ત. ગણિતશાસ્ત્રની સમજ અને ભૌતિકવિજ્ઞાનના દૃષ્ટિકોણને જોડીને તેનો ઉપયોગ ભૌતિકશાસ્ત્રી રિચાર્ડ ફેચનમેને ક્વોન્ટમ મિકેનિક્સના 'પાથ ઈન્ટિગ્રલ ફોર્મ્યુલેશન' ની શોધ કરી. બીજી તરફ કુદરતનાં ચાર મૂળભૂત બળોને એક કરવાનો પ્રયત્ન કરતી, વિકાસશીલ તબક્કામાં છે તેવી, 'સ્ટ્રીંગ થીયરી' નવા ગણિતને પ્રેરણા આપતી રહે છે.

ઘણી વખત એક ક્ષેત્રમાંથી પ્રેરિત થયેલું ગણિત બીજા ઘણાં ક્ષેત્રોમાં ઉપયોગી સાબિત થાય છે. દા.ત. સંકેતલિપિશાસ્ત્રમાં સંખ્યાશાસ્ત્રનો ઉપયોગ. આ ઉપરાંત પ્રયોજિત ગણિતશાસ્ત્રનાં કેટલાંક ક્ષેત્રો ગણિત બહારની સંબંધિત પ્રણાલીઓમાં જોડાઈ

ગયાં અને પોતે સ્વતંત્ર અભ્યાસક્ષેત્ર તરીકે બહાર આવ્યાં છે. જેમાં આંકડાશાસ્ત્ર, ઓપરેશન્સ રિસર્ચ અને કમ્પ્યુટર વિજ્ઞાન વગેરે ક્ષેત્રોનો સમાવેશ થાય છે. જ્યોર્જ બૂલ દ્વારા શોધાયેલ ‘બૂલિયન એલ્જિબ્રા’ તરીકે ઓળખાતી ગણિતની શાખા પણ અહીં ઉલ્લેખનીય છે કે જેના નિયમો અને સિદ્ધાંતો પર કમ્પ્યુટર સર્કિટ કામ કરે છે. આમ, બૂલિયન એલ્જિબ્રા વગર કમ્પ્યુટરની કલ્પના પણ શક્ય નહોતી.

કેટલાક અંશે આપણે બધાં પણ જાણે-આજાણે ગણિતજ્ઞ છીએ. રોજિંદા જીવનમાં આપણે ઘડિયાળમાં સમય જોવા જેવી બાબતમાં, દૈનિક હિસાબમાં, વસ્તુઓની ગણતરી કે માપનમાં કે પછી ક્રિકેટ, ફૂટબોલ જેવી રમતના સ્કોર ગણવામાં ગાણિતિક સંખ્યાઓનો બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ કરીએ છીએ. આમ, ગણિત ડગલે ને પગલે પડછાયાની જેમ આપણી સાથે ચાલે છે. આથી જ તો કહેવાય છે કે,

“આલ્ફા, બીટા, ગામા, ડેલ્ટા - ભલે થોડું મગજ ખાય છે.

છતાંય, ગણિત તો જીવનમાં પળે પળ ઉપયોગી થાય છે.”

- યોગેશ ઠક્કર

ગણિત એ જ્ઞાન સાથે ગમ્મતનો વિષય છે. ગણિત વ્યાપક પ્રમાણમાં ઉપયોગિતા ધરાવવા સાથે રસપ્રદ વિષય પણ છે. જે લોકોના મનનો ઝોક ગણિત તરફ છે, તેમના માટે ગણિતના વિવિધ ભાગોનું ચોક્કસ સૌંદર્ય હોય છે. ગણિતશાસ્ત્રીઓએ ગણિતમાં રહેલી સટીકતા, સુઘડતા તથા આંતરિક કલાત્મકતા પર પ્રકાશ પાડ્યો છે. અહીં ગણિતની સાદગી અને સામાન્યતાની કિંમત છે. જેમ કે “અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ અનંત છે.” – આ હકીકતની યુક્તિએ આપેલી સાબિતી. આ ઉપરાંત, ‘ફાસ્ટ ફૂરિયર ટ્રાન્સફોર્મ’ જેવી સુઘડ આંકડાકીય પદ્ધતિ કે જે ગણતરીને ખૂબ ઝડપી બનાવે છે. ફિબોનાકી શ્રેણી અને સુવર્ણ ગુણોત્તર (ગોલ્ડન રેશિયો) જેવા કલાત્મક મુદ્દાઓ પણ ગણિતના અભ્યાસને વધુ મનોરંજક અને રસિક બનાવે છે. ઘણા લોકો ગણિતીય કોયડાઓ ઉકેલવામાં આનંદ મેળવે છે, જે કુતૂહલાત્મક ગણિતશાસ્ત્રની લોકપ્રિયતાની બીજી નિશાની છે.

આપણે જોયું કે ગણિત ‘કેવી રીતે’ ઉપયોગી અને રસપ્રદ છે. તેમ છતાં, આ વિષય પ્રત્યે ડર અને નિરસતા જોવા મળે છે. પરંતુ ગણિત આપણે ‘શા માટે’ શીખવું જોઈએ ? શાળામાં ગણિત ફરજિયાત ‘શા માટે’ ભણાવવામાં આવે છે? અનુસ્નાતક કક્ષાએ ગણિત વિષયના અભ્યાસી તરીકે આપણે આ પ્રશ્નોના ઉત્તર લોકોને સમજાવવા જ રહ્યા. આ માટે ગાણિતિક મૂલ્યો જેવાં કે, નિયામક મૂલ્ય, ઉપયોગિતા મૂલ્ય, સાંસ્કૃતિક મૂલ્ય, સૌંદર્યાત્મક મૂલ્ય વગેરેને સમજવાં તથા ગ્રહણ કરવાં પડે. ગણિત શિક્ષણનાં ધ્યેયો વિશાળ છે, જે લાંબાગાળે સિદ્ધ થઈને જીવન મૂલ્યોમાં પરિણમે છે. ગણિત વિષય એવી રીતે માળખાગત છે કે જેના વ્યવસ્થિત ગ્રહણ માટે પાયાનું પૂર્વજ્ઞાન, વિષય શિસ્ત, નિયમિતતા વગેરે જેવાં પરિબળો વિકસાવવાં જરૂરી બને છે. શાળા કક્ષાએથી જ ગણિતનાં કેટલાંક રસપ્રદ પાસાંઓ જેવા કે, કોયડા ઉકેલ, ગણિત-ગમ્મત, ગાણિતિક ચલચિત્રો, વિવિધ રસપ્રદ શોધો, ગણિતશાસ્ત્રીઓની જીવન કથાઓ, ગાણિતિક મોડેલ્સ દ્વારા શિક્ષણ વગેરે જેવી પ્રવૃત્તિઓથી ગણિતનું શિક્ષણ આપવું જોઈએ, જેથી વિદ્યાર્થીઓમાં ગાણિતિક દૃષ્ટિકોણનાં બીજ રોપીને ગણિત પ્રત્યેનાં ડર અને નિરસતા ઘટાડી શકાય.

ગેલિલિયો ગેલિલીએ કહ્યું હતું કે, “જ્યાં સુધી આપણે ભાષા ન શીખીએ અને તેની લિપિમાં વપરાતાં ચિન્હોની ઓળખ ન મેળવીએ, ત્યાં સુધી બ્રહ્માંડને વાંચી ન શકીએ. બ્રહ્માંડ ગણિતની ભાષામાં લખાયેલું છે. ત્રિકોણ, વર્તુળ અને



બીજા ભૌમિતિક આકારો તેના અક્ષરો છે, જેના વગર બ્રહ્માંડ વિશે એક પણ શબ્દ સમજવો માણસને માટે અશક્ય છે.” આ ઉપરાંત સંસ્કૃત ભાષામાં પણ ગણિત માટે કહેવાયું છે. કે,

યથા શિરવા મયૂરાણાં, નાગાનાં મળયો યથા ।

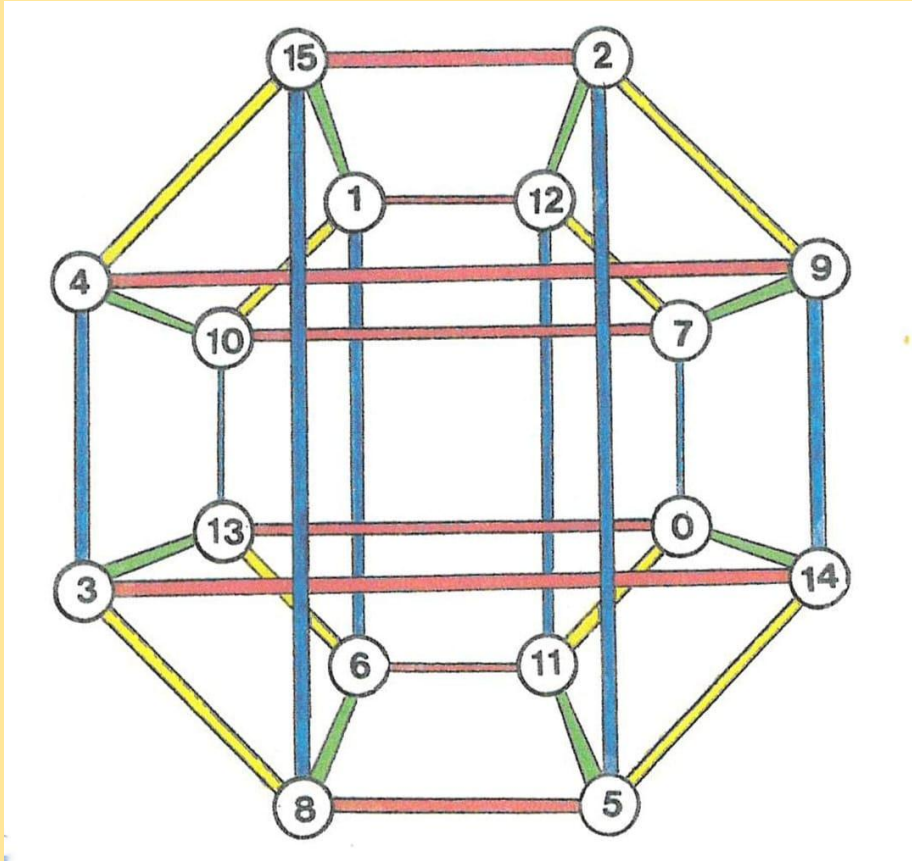
તથા વેદાંગશાસ્ત્રાણાં, ગણિતં મૂર્ધનિ સ્થિતમ્ ॥

આચાર્ય લગધ મુનિ

આમ, ગણિત આપણી આસપાસના કુદરતી વિશ્વને સમજવા માટેનાં મૂળભૂત એકમોમાંનો એક છે. તેથી ગણિતના ઉપયોગ, રસપ્રદ અભ્યાસ અને તેના મહત્વની ઓળખને પ્રોત્સાહન આપવું, એ ગણિતશાસ્ત્રના વિદ્યાર્થી તરીકે આપણી ફરજ છે.



## ગણિત કણિકા A Marvelous Magic Figure



આકૃતિમાં સોળ બિંદુઓ પૈકી દરેક પર કોઈ સંખ્યા લખી છે. આ બધી સંખ્યાઓ 0, 1, 2, ... , 15 સુધીના સોળ ક્રમિક પૂર્ણાંકો છે. આવાં ચાર બિંદુઓને જોડતાં ચાર ઘણા ચતુષ્કોણો પણ નજરે પડશે. દરેક ચતુષ્કોણનાં ચાર શિરોબિંદુઓ પરના અંકોનો સરવાળો અચળ છે. આ અચળાંક 30 છે.

પ્રસ્તુત કર્તા : નિલેશ માંડલિયા,  
અમદાવાદ. (M) 9712346664

**સળંગ અંક-313 (E-Copy-8)ના ઉકેલો**

[જરૂરી સૂચના : આ વિભાગ શરૂ કરવાનો અમારો મૂળ હેતુ વિદ્યાર્થીઓને ગણિતમાં રસ લેતાં કરવાનો છે. શાળા-કોલેજના શિક્ષકોને નમ્ર વિનંતી કે તેઓ તેમના વિદ્યાર્થીઓને આ વિભાગથી વાકેફ કરે અને તેઓને ભાગ લેવા માટે પ્રોત્સાહન આપે. આ વિભાગના સંપાદક પ્રા. સચિન ગજજરનો ફોન નંબર અને Email આપણે દરેક અંકમાં મૂકીશું જ. તેથી તમામ વાચકો સીધા તેમને જ ઉત્તરો મોકલી શકે.]

શ્રી દયારામભાઈ ઠક્કરે પ્રા. પ્ર.યુ. વૈદ્ય ગણિત પ્રશ્નો, સળંગ અંક-313 ના ત્રણેય પ્રશ્નો : (1), (2) અને (3)ના સાચા ઉકેલ મોકલાવેલ છે આ ઉકેલો અત્રે થોડા ફેરફાર સાથે રજૂ કરેલ છે.

(1) If  $a_n = \sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2}$ ,  $n \geq 1$ , then find the value of  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}}$

**Solution :**

$$a_n = \sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{a_n} &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2}} = \frac{\sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2}}{\left[1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2\right] - \left[1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2\right]} \\ &= \frac{\sqrt{1 + 1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} - \sqrt{1 + 1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}}{\frac{4}{n}} \\ &= \frac{\sqrt{2n^2 + 2n + 1} - \sqrt{2n^2 - 2n + 1}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{i=1}^{20} \frac{1}{a_i} &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}} \\ &= \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{1}) + (\sqrt{13} - \sqrt{5}) + \dots + (\sqrt{761} - \sqrt{685}) + (29 - \sqrt{761})}{4} \\ &= \frac{29-1}{4} \\ &= 7 \end{aligned}$$

[સંપાદકીય નોંધ : અહીં નોંધો કે  $\sum_{i=1}^{20} \frac{1}{a_i}$  માં ઘણી બધી અસંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો હોવા છતાં જવાબ સંમેય મળે છે.

એક વધારાના પ્રશ્ન તરીકે પૂછીએ કે  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}$ ,  $n$  ના 20 થી મોટા કયા નાનામાં નાના મૂલ્ય માટે સંમેય થાય? ઉપરની

શ્રેણીના સરવાળા સંમેય થાય તેવી,  $n$  ના તમામ મૂલ્યોની શ્રેણી મેળવી શકો ? – પી.કે. વ્યાસ]

(2) If  $a, b, c$  are positive real numbers, such that  $a + b + c = 4$  and  $abc = 1$ , then prove that  $a^2 + 8a \geq (b-c)^2$ .

**Solution :**

We want to prove that

$$a^2 + 8a \geq (b-c)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 8a \geq (b+c)^2 - 4bc$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 8a \geq (4-a)^2 - \frac{4}{a} \quad (\text{କ୍ଷେପଣ : } a + b + c = 4, abc=1)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 8a \geq 16 - 8a + a^2 - \frac{4}{a}$$

$$\Leftrightarrow 16a - 16 + \frac{4}{a} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4a - 4 + \frac{1}{a} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(2\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \geq 0$$

Since,  $\left(2\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$  is a non negative real number.

$$\therefore \left(2\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \geq 0 \text{ is true.}$$

$$\therefore a^2 + 8a \geq (b-c)^2 \text{ is true.}$$

(3) Let  $P_0(x) = x^3 + 313x^2 - 77x - 8$ , If  $P_n(x) = P_{n-1}(x-n)$  for integer  $n \geq 1$ , then find the coefficient of  $x$  in  $P_{20}(x)$ .

**Solution:**

$$P_n(x) = P_{n-1}(x-n)$$

$$= P_{n-2}(x-n-(n-1))$$

$$= P_{n-3}(x-n-(n-1)-(n-2))$$

.....

.....

$$= P_0(x-n-(n-1)-(n-2)-\dots-1)$$

$$= P_0\left(x - \frac{n(n+1)}{2}\right)$$

$$\therefore P_{20}(x) = P_0(x-210)$$

$$= (x-210)^3 + 313(x-210)^2 - 77(x-210) - 8$$

$\therefore$  The coefficient of  $x$  in  $P_{20}(x)$  is

$$= {}^3C_2(210)^2 + 313(-2)(210) - 77$$

$$= 132300 - 131460 - 77$$

$$= 763$$

(4) For every positive integer  $n$ , let

$$h(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}.$$

Prove that  $n + h(1) + h(2) + h(3) + \dots + h(n-1) = nh(n)$ .

ધારો કે પ્રત્યેક ધન પૂર્ણાંક  $n$  માટે

$$h(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \text{ છે.}$$

સાબિત કરો કે  $n + h(1) + h(2) + h(3) + \dots + h(n-1) = nh(n)$ .

(5) Let  $a_1=1, a_2=3+5, a_3=7+9+11, a_4=13+15+17+19, \dots$

Prove that  $a_n$  is a perfect cube of positive integer.

ધારો કે  $a_1=1, a_2=3+5, a_3=7+9+11, a_4=13+15+17+19, \dots$

સાબિત કરો કે  $a_n$  એ ધન પૂર્ણાંકનો ધન છે.

(6) If there exist unique positive integers  $x$  and  $y$  that satisfy the equation

$$x^2 + 84x + 2008 = y^2, \text{ then find the value of } 4x-y.$$

સમીકરણ  $x^2 + 84x + 2008 = y^2$  નું સમાધાન કરે તેવા અનન્ય ધન પૂર્ણાંકો  $x$  અને  $y$ નું અસ્તિત્વ હોય, તો  $4x-y$  નું મૂલ્ય શોધો.



### ગણિત કણિકા

#### અવિભજ્યોની હારમાળા અને હારમાળાનું સૌંદર્ય

5048 7611

5048 948 7611

5048 948 948 7611

5048 948 948 948 7611

5048 948 948 948 948 7611

5048 948 948 948 948 948 7611

5048 948 948 948 948 948 948 7611

5048 948 948 948 948 948 948 948 7611

5048 948 948 948 948 948 948 948 948 7611

ઉપરની દરેક પંક્તિમાં લખેલી સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય છે.

પ્રસ્તુત કર્તા : નિલેશ માંડલિયા,  
અમદાવાદ. (M) 9712346664

પ્રાથમિક કક્ષાથી માંડીને પીએચ.ડી. સુધીના ગણિતના વિદ્યાર્થીઓ, શિક્ષકો, પ્રાધ્યાપકો અને ગણિતમાં રસ ધરાવનારા દરેક માટે પાઠ્યપુસ્તક સિવાયનું ગાણિતિક સાહિત્ય વાચન માટે હવે સારા એવા પ્રમાણમાં ઉપલબ્ધ છે. આ વાત ધ્યાનમાં આવી ત્યારે વલસાડ ખાતે મળેલા ગુજરાત ગણિત મંડળના અધિવેશનની સ્મરણિકામાં આવી યાદી સામેલ કરવાનો પ્રયત્ન કરેલો. આ યાદી છપાઈ તો ખરી પણ અધૂરી છપાઈ. અહીં એ પૂરી યાદી વધારા સહિત આપવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે. આ યાદી સંપૂર્ણ ન જ હોય એ સ્વાભાવિક છે. જે કોઈપણ સ્ત્રોતોમાંથી માહિતી મળી તે લીધી છે. પુસ્તકોને નીચે પ્રમાણે ચાર વિભાગોમાં વર્ગીકૃત કર્યા છે.

(1) શાળા કક્ષા (2) ઉચ્ચ કક્ષા (3) સ્પર્ધાત્મક / પ્રતિભાશોધ / ઓલિમ્પિયાડ માટે (4) ગણિતનો ઇતિહાસ, જીવનચરિત્રો, શબ્દકોષ વગેરે અન્ય. આ વર્ગીકરણ પુસ્તકના નામ પરથી કર્યું છે. આથી શક્ય છે કે એક વિભાગમાં દર્શાવેલ પુસ્તક અન્ય વિભાગ માટે પણ ઉપયોગી હોય.

## વિભાગ-1

### શાળા કક્ષા : ગુજરાતી ભાષામાં લખાયેલાં પુસ્તકો

1. ભાતીગળ ગણિત ; ભાગાકાર; પ્રભુલાલ દોશી;  
અવનિકા પ્રકાશન.
2. ચાલો, શીખીએ ગણિત; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
3. ગણિતની મોજ માણો; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
4. ગણિત ગુલાલ; પ્રભુલાલ દોશી; પ્રવીણ પ્રકાશન.
5. ગણિતમાં કાબેલ બનો; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
6. ગણિતમાં સંખ્યાઓની સરગમ; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
7. ગુણાકારની ગમ્મત; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
8. ગણિત જ્ઞાનગંગા; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
9. ગણિત સાવ સહેલું છે; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
10. ગણિતની રમતો; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
11. ગણિત જ્ઞાન ગમ્મત; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
12. ગુણાકાર-ભાગાકારની રમતો; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
13. ગણિત ગુંજન; પ્રભુલાલ દોશી; આદર્શ પ્રકાશન.
14. રમતાં રમતાં ભાગાકાર શીખીએ;  
પ્રભુલાલ દોશી; આદર્શ પ્રકાશન.
15. હવે તો ગણિત સાવ સહેલું;  
ડૉ. રૂપાલી શાહ; આદર્શ પ્રકાશન.
16. ગણિત સાથે જ્ઞાન ગમ્મત; રજની શેઠ;  
આદર્શ પ્રકાશન.
17. ક્વીઝ ટાઈમ-૩, ગણિત; નરેન્દ્ર પટેલ;  
અરુણોદય પ્રકાશન.
18. હું છું તમારું વ્હાલું ગણિત; યશવંત કડીકર;  
ગજાનન પ્રકાશન.



19. ભૌમિતિક રચનાઓ; ડૉ. આઈ.એચ.શેઠ;  
સુગણિતમ પ્રકાશન.
20. ભૌમિતિક રચનાઓ; મધુસુદન વસાવડા;  
ગુર્જર પ્રકાશન.
21. અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ; ડૉ.આઈ.એચ.શેઠ;  
સીમિત પ્રકાશન.
22. ભૌમિતિક કૂટપ્રશ્નો; ડૉ. પ્રધુમ્ન જોશી;  
ગુર્જર પ્રકાશન.
23. ગણિતના રસિક કોયડા; ડૉ. આઈ.એચ.શેઠ;  
ગુર્જર પ્રકાશન.
24. ભૂમિતિના કોયડા; ડૉ. ભરત ગરીવાલા;  
નવભારત સાહિત્ય મંદિર.
25. ગણિત સમજો, હસતાં રમતાં; નરેન્દ્રદેવ પાઠક;  
આર.આર. શેઠની કંપની.
26. મજેદાર ગણિત ભાગ-1 થી 5;  
ડૉ. વી.એમ.શાહ; ગુર્જર પ્રકાશન.
27. અંકોની કમાલ; વસંતભાઈ દોશી;  
ગુર્જર પ્રકાશન.
28. સંખ્યાઓની સૃષ્ટિ; ડૉ. અરુણ. મ વૈદ્ય;  
ગુજરાત વિશ્વકોષ ટ્રસ્ટ.
29. બીજગણિત; ડૉ. અરુણ. મ વૈદ્ય;  
ગુજરાત વિશ્વકોષ ટ્રસ્ટ.
30. ગણિત વિનોદ; કલ્પેશ અખાણી;  
નવભારત સાહિત્ય મંદિર.
31. ગણિતમાં પ્રોજેક્ટ; કલ્પેશ અખાણી;  
નવભારત સાહિત્ય મંદિર.
32. ગણિત રંજન; કલ્પેશ અખાણી;  
નવભારત સાહિત્ય મંદિર.
33. ગણિત પ્રેરણા; કલ્પેશ અખાણી;  
નવભારત સાહિત્ય મંદિર.
34. શ્રેણીના સરવાળા; કલ્પેશ અખાણી;  
નવભારત સાહિત્ય મંદિર.
35. જદુઈ ચોરસની મજા; કલ્પેશ અખાણી;  
નવભારત સાહિત્ય મંદિર.
36. પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત અને રમતો;  
કલ્પેશ અખાણી; હેમલ પ્રકાશન રાધનપુર.
37. ગણિતમાં અવનવું; નરેન્દ્રદેવ પાઠક;  
આર.આર.શેઠ.
38. ગણિતશાસ્ત્ર અને તજજ્ઞો; કિર્તીકુમાર ફોફરિયા;  
જાતે.
39. ગણિત દાદાનું ગમ્મતઘર; સાંકળચંદ પટેલ;  
અવનિકા પ્રકાશન.
40. દાદુસાહેબની જદુઈ ગણિતકથાઓ;  
સાંકળચંદ પટેલ; અવનિકા પ્રકાશન.
41. વાર્તારૂપે ગણિત શીખો; પ્રભુલાલ દોશી;  
પ્રવીણ પ્રકાશન.
42. ગણિતના જદુ પ્રયોગો; ઈન્દ્રજીત ડૉક્ટર;  
ગુર્જર પ્રકાશન.
43. જદુઈ ચોરસ; ડૉ. આઈ.એચ.શેઠ; ગુજરાત  
વિજ્ઞાન અકાદમી.
44. ગમ્મતમય ગણિત; ડૉ. આઈ.એચ.શેઠ; સીમિત  
પ્રકાશન.
45. ગણિત વિહાર; બંસીધર શુક્લ;  
સંસ્કાર સાહિત્ય મંદિર.
46. મૈથેમેટિક; નગેન્દ્ર વિજય; યુરેનસ બુક્સ,  
અમદાવાદ.
47. ગણિતશાસ્ત્રના મરજીવા; એનાક્ષી હોરા;  
ગ્રંથલોક.
48. બુદ્ધિ કસો; રાવસાહેબશ હેમાબહેન;  
(VASCSC).
49. ભૂમિતિ : સ્વરૂપ અને પ્રકાર; અરુણ વૈદ્ય,  
શિવપ્રસાદ જાની; વિશ્વકોષ ટ્રસ્ટ; અમદાવાદ.

શાળા કક્ષા: અંગ્રેજી અને હિન્દી ભાષામાં લખાયેલાં પુસ્તકો

1. Brain Sharpners; Prof.A.R.Rao; VASCSC.
2. An Excursion in Mathematis; Modak, Katre, Acharya; Bhaskaracharya Pr.Pune.
3. Teaching of Mathematics; Sudhirkumar; Anmol Pub, New Delhi.
4. Mathematical Puzzles and Brain Twisters; B.K Chaturvedi; Diamonds Books; New Delhi.
5. Prime Numbers; Dr. I.H. Sheth ; સુગણિતમ પ્રકાશન.
6. Everyday Mathematics : R. M. Bhagvat; NBT, India.
7. Lessons in Experimental and Practical Geometry; Hall & stevans ; Macmillan.
8. Geometry for every kid; Janice Van Cleave; Pustak Mahal.
9. Experimental Demonstration; A. S. Revankar; Sri Gnaneshwari Pra.
10. Entertaining Mathematical Puzzles; Martin Garner; Dover/Rupa.
11. Brain Gym; Gajendra Kumar; Unicorn Books.
12. Puzzles to puzzel you; Shakuntala devi; Orient Paperbacks.
13. The Book of Numbers; Shakuntala Devi; Orient Paperbacks.
14. The joy of Numbers; Shakuntala Devi; Orient Paperbacks.
15. More Puzzles; Shakuntala Devi; Orient Paperbacks.
16. Super Sudoku; Shakuntala Devi; Orient Paperbacks.
17. Anytime Sudoku; Shakuntala Devi; Orient Paperbacks.
18. Enjoy Mathemetics; Kalpes Akhani NavBharat Sahitya Mandir.
19. Selected Problems and Theorems; D.O. Shklyarsky; Mir Pub,. Moscow.
20. Problems in Plane Geometry; I.R. Sharygin; Mir Pub. Moscow.
21. 30-Second Maths; Edi Rechar Brown; Icon Books Lt, London.
22. Maths through paper Folding; NCTM series vol-2, Mathematical Sciences Trust Society, New Delhi.
23. Project Level-2; NCTM SeriesVol-3 Mathematical Sciences Trust Society, New Delhi.
24. Project Level-3; NCTM SeriesVol-3 Mathematical Sciences Trust Society, New Delhi.
25. Topics for Maths. Clubs; NCTM SeriesVol-5 Mathematical Sciences Trust Society, New Delhi.
26. Insight in to Secondary Maths; New Maths Library Series, Vol-4 Mathematical Sciences Trust Society, New Delhi.
27. Excellence in teaching; Higher Education Series, Vol-1; Mathematical Sciences Trust Society; New Delhi.
28. Mathematic Muse; P.K. Srinivasan; The AMTI Chennai.
29. Gems; S.R.Shanthanam, The AMTI, Chennai.
30. Gems, S. Murlidharan; The AMTI, Chennai.
31. Tringles, A.Subramanium; The AMTI, Chennai.

32. Development of Thinking; P.K. Shrinivasana; The AMTI, Chennai.
33. Magic Squares; P.K. ShriNivasana; The AMTI, Chennai.
34. Gems-junior; V. Sheshan; The AMTI, Chennai.
35. Sample Questions; R.Vijaylaxmi; The AMTI, Chennai.
36. Mathematics Talent; R.Vijaylaxmi; The AMTI, Chennai.
37. Kaprekar Numbers; R. Athamaraman; The AMTI, Chennai.
38. Problem Solve karo (Hindi); Vishal Goel; Crossword.
39. Mathematics Quize Book; Rajesh Kumar Thakur; Crossword.
40. Twin Sudoku; Rajesh Kumar Thakur; Orient Paperbacks.
41. Triple Sudoku; Rajesh Kumar Thakur; Orient Paperbacks.
42. 4X1 Sudoku; Rajesh Kumar Thakur; Orient Paperbacks.
43. Topics in Recreational Maths; Cadwell; Cambridge.
44. Concepts in Mathematics; Virendrakumar; S.S. Pub. Delhi.
45. Understanding Mathematics; K.B. Sinha et.al, University Press.
46. Ganit Pahela Kadam (hindi); Krishna Mohan; Maitryi Pub Delhi.
47. Ganit Bharti Prasna Manjusha (Hindi); Trans. Ashok Bhandari; Sarasvati Gyanpith, Siddhapur, Gujarat.
48. 1000 Ganit Prashnottari; (Hindi); Dilip Salwi; Sat Sahitya Prakasan.
49. Musing of Arithmetical Numbers, Jaggannath V. Bhandari.
50. Guidlines for Mathematics lab in Schools. CBSE.
51. A Handbook for Disigning Mathematics Lab. In Schools; NCERT.
52. First Step in number Theory – A Primer on Divisibility; Shailesh Shirali, University Press.
53. The elements of Co-ordinate Geometry; S.L. Loney; Arihant Prakasan Meerut.
54. ગણિતીય મોડેલ તથા શૈક્ષણિક સાધન; પ્રા.એ.આર; રાવ વિક્રમ અ. સારાભાઈ કમ્યુનિટી સાયન્સ સેન્ટર ISBN : 978-93-80530-20-3. મૂલ્ય રૂ. 150

**તંત્રી નોંધ :** આપેલી યાદીમાંથી કેટલાંક પુસ્તકો અમે દૂર કર્યા છે. આ પુસ્તકોની નકલ ઘણા સમયથી મળતી નથી અને કેટલાક પ્રકાશકોએ (જેમ કે બાલગોવિંદ પ્રકાશન) પોતાનો વ્યવસાય સમેટી લીધો છે. પ્રકાશકોનાં સરનામાં અને ફોન નંબર મેળવવાનો અમે પ્રયત્ન કરીશું. આ યાદીમાં મીર પબ્લિકેશન, મોસ્કો (USSR) ના પુસ્તકોનો સમાવેશ શ્રી મેઘરાજભાઈએ બે વાર કર્યો છે. આ પુસ્તકો હાલ પ્રાપ્ય નથી. પણ જેની પાસે હોય તેમનો સંપર્ક કરી ઝેરોક્ષ કરાવવા જેવાં છે. આ યાદીમાં જેને જેને કોઈ ઉમેરો કરવા જેવું લાગે તેમણે પોતાની યાદી બનાવી અમને મોકલી આપવી. વચ્ચે વચ્ચે તે પણ પ્રગટ કરતાં રહીશું. બહુ વર્ષો (લગભગ 45 વર્ષ) પહેલાં આવી એક યાદી સુગણિતમમાં પ્રકાશિત થઈ હતી પણ તે જમાનાના સંદર્ભો જુદા હતા, આજના સંદર્ભો જુદા છે.

(સળંગ અંક 289 અને 293 માંથી પુનઃ મુદ્રિત)

પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન (ગુજરાત ગણિત મંડળ)  
વર્ષ 2023-24 (01-04-2023 થી 31-03-2024) નો અહેવાલ

પ્રસ્તુત કર્તા : અરવિંદભાઈ બી. પટેલ  
કન્વીનર, Prof. A.R.R.F.

પ્રા.એમ.એચ.વસાવડા તા.31-08-2023 સુધી પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશનના કન્વીનર હતા અને તા.01/09/2023 થી ફાઉન્ડેશનના કન્વીનર પ્રા.અરવિંદભાઈ.બી.પટેલ છે. (પ્રા. અરવિંદભાઈ, અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી, વલ્લભ વિદ્યાનગરમાં પ્રોફેસર હતા અને તે ઓક્ટોબર 2016થી સેવા નિવૃત્ત છે. તેઓ 2011 થી 2016 દરમિયાન આ જ વિભાગના વડા તરીકે કાર્યરત હતા.)

વર્ષ દરમિયાન ફાઉન્ડેશન દ્વારા વિવિધ પ્રવૃત્તિઓનું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. તેનો અહેવાલ નીચે મુજબ છે.

1. તા. 27-08-2023ના રોજ એમ.એસસી.ના વિદ્યાર્થીઓ માટેની પ્રા.એ.આર.રાવ સ્પર્ધાનું Online આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. આ સ્પર્ધાના આયોજનમાં ડૉ. મીરાબેન ચુડાસમા સંયોજક હતાં અને ડૉ. જય મહેતા તેમજ ડૉ. પ્રશાંત પટેલ સહસંયોજક હતા. ચૈતન્ય શેઠ (Department of Mathematics, The Maharaja Sayajirao University of Baroda, Vadodara) પ્રથમ, નિલય જયસ્વાલ (Department of Mathematics, Hemchandracharya North Gujarat University, Patan) દ્વિતીય અને ઉત્સવ ઉનડકટ (Department of Mathematics, The Maharaja Sayajirao University of Baroda, Vadodara) તૃતીય સ્થાને આવ્યા હતા. આ સ્પર્ધામાં 152 સ્પર્ધકોએ ભાગ લીધો હતો તેમાંથી કુલ 60 સ્પર્ધકોને પ્રમાણપત્રો આપવામાં આવ્યાં હતાં.
2. તા. 27-08-2023ના રોજ બી.એસસી. ના વિદ્યાર્થીઓ માટેની પ્રા.એ.આર.રાવ સ્પર્ધા Offline 13 કેન્દ્રો પર યોજવામાં આવી હતી. આ સ્પર્ધાના આયોજનમાં ડૉ. રેખાબેન મહેતા સંયોજક હતા અને ડૉ. આકાર રોધેલિયા સહસંયોજક હતા. અભિષેક લુનાગરિયા (St.Xavier's College Ahmedabad) પ્રથમ, અંકિત ગોજ્યા (Faculty Of Science, M.S. University of Baroda, Vadodara) દ્વિતીય અને મૌલિક ડી.બારડ (Bahauddin Science College, Junagadh) તૃતીય સ્થાને આવ્યા હતા. હાર્દિક ભરવાડને પ્રોત્સાહન પારિતોષિક આપવામાં આવ્યું હતું. આ સ્પર્ધામાં 189 સ્પર્ધકોએ ભાગ લીધો હતો. તેમાંથી 24 સ્પર્ધકોને પ્રમાણપત્રો આપવામાં આવ્યાં હતાં.
3. તા. 27-08-2023ના રોજ એફ.વાય.-એસ.વાય.ના વિદ્યાર્થીઓ માટેની પ્રા.એ.આર.રાવ સ્પર્ધા Offline 22 કેન્દ્રો પર યોજવામાં આવી હતી, જેમાં 181 સ્પર્ધકોએ ભાગ લીધો હતો. આ સ્પર્ધાના આયોજનમાં ડૉ. ઉદયન પ્રજાપતિ સંયોજક અને ડૉ. દેવેન્દ્ર સંન્યાસી તેમજ ડૉ. અખિલ મિત્તલ સહસંયોજક હતા. આ સ્પર્ધામાં ડુંગરસિંહ રાજપુત (Sir P.T. Sarvajanic College of Science, Surat) પ્રથમ, અનિકેત વાધેલા (Sir P.T Sarvajanic College of Science, Surat) દ્વિતીય અને હર્શિલ જગડ (St. Xavier's College, Ahmedabad) તૃતીય સ્થાને આવ્યા હતા. હેત્વી પટેલ (Sir P.T. Sarvajanic College of Science, Surat) ને પ્રોત્સાહન પારિતોષિક આપવામાં આવ્યું હતું. કુલ 22 સ્પર્ધકોને પ્રમાણપત્રો આપવામાં આવ્યાં હતાં.

4. સેન્ટ ઝેવિયર્સ કોલેજ, અમદાવાદ ખાતે યોજાયેલ ગુજરાત ગણિત મંડળના વાર્ષિક અધિવેશનમાં પ્રા. એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન દ્વારા તા. 21-11-2023ના રોજ નીચે પ્રમાણે Award એનાયત કરવામાં આવ્યા.

Name Of The Awards	વ્યક્તિનું નામ
Prof.P.C. Vaidya Life Time Achievement Award (પ્રા.પ્ર.યુ.વૈદ્ય આજીવન સિદ્ધિ પુરસ્કાર)	પ્રા.એમ.એચ.વસાવડા
Research Award	પ્રા.નીતાબેન શાહ
પ્રા.એ.આર.રાવ વિશિષ્ટ પુરસ્કાર	પ્રા.વિક્કલભાઈ એ.પટેલ
પ્રા.એ.આર.રાવ શિક્ષા એવમ્ ભૂમિતિ પુરસ્કાર	પ્રા.એન.એન રોધેલિયા
પ્રા.એ.આર.રાવ વિશેષ પુરસ્કાર	શ્રી મોહમ્મદ હુસેન ગેશા
પ્રા.એ.આર.રાવ વિશેષ પુરસ્કાર	શ્રી મધુભાઈ વસાવડા (મરણોત્તર)

5. સેન્ટ ઝેવિયર્સ કોલેજ, અમદાવાદ ખાતે યોજાયેલ ગુજરાત ગણિત મંડળના વાર્ષિક અધિવેશનમાં પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન દ્વારા એ.કે.વિરાણી ક્વીઝ સ્પર્ધાનું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. આ સ્પર્ધામાં સંયોજક તરીકે ડૉ. સચિન ગજજર તેમજ સહસંયોજક તરીકે શ્રી કિશોર કાલસરિયા હતા. આ સ્પર્ધામાં સ્વરિત જોષીને પ્રથમ, સ્વાતી રમનાનીને દ્વિતીય અને નીલ થુમરને તૃતીય એમ ત્રણ ઈનામો આપવામાં આવ્યાં હતાં.

6. પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન દ્વારા નિબંધ સ્પર્ધા-2023 નું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. નિબંધ સ્પર્ધા માટે નીચેના ત્રણ વિષયો આપવામાં આવ્યા હતા.

- (1) જ્યાં જુઓ ત્યાં સંખ્યા જ સંખ્યા. (Numbers, Numbers everywhere)
- (2) ગણિત ઉપયોગી છે અને રસપ્રદ પણ છે. (Mathematics is both Useful and Interesting)
- (3) અવકાશ કાર્યક્રમમાં ગણિતનો ફાળો. (Role of Mathematics in Space Programme)

આ સ્પર્ધામાં પ્રા.એમ.એચ.વસાવડા સંયોજક હતા. આ સ્પર્ધામાં કોલેજ તેમજ અનુસ્નાતક કક્ષાના 26 સ્પર્ધકોએ ભાગ લીધો હતો. તેમાંથી અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટીનાં વિદ્યાર્થીની કુમારી હિંજલ થાનકી પ્રથમ સ્થાને, કુ.હેત્વી લાધાણી (શ્રી ડી.કે.વી. આર્ટ્સ એન્ડ સાયન્સ કોલેજ, જામનગર) તેમજ કુ.પટેલ હાર્દી (શેઠ એમ.એન. સાયન્સ કોલેજ, પાટણ) બન્ને દ્વિતીય સ્થાને અને કુ.શિવાની લુહાણા (અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી) તૃતીય સ્થાને આવ્યાં હતાં. આ ઉપરાંત કુ.જાનહવી પટેલ (વીર નર્મદ દક્ષિણ ગુજરાત યુનિવર્સિટી, સુરત) તેમજ શ્રી પંડ્યા જયદીપ (મહારાજા કૃષ્ણકુમારસિંહજી ભાવનગર યુનિવર્સિટી, ભાવનગર) બન્નેને પ્રોત્સાહન પારિતોષિક આપવામાં આવ્યાં હતાં. વડનગરની એક શાળાના વિદ્યાર્થી શ્રી મેહુલ ચૌધરીએ પણ નિબંધ મોકલ્યો હતો અને તેને ખાસ પારિતોષિક આપવામાં આવ્યું હતું. આ ઉપરાંત બીજા 11 વિદ્યાર્થીઓને પ્રમાણપત્રો આપવામાં આવ્યાં હતાં.

7. ધોરણ 10ના વિદ્યાર્થીઓ માટેની ભૂમિતિ સ્પર્ધા તા. 07-01-2024ના રોજ ઓનલાઈન યોજાઈ હતી. સ્પર્ધાનું આયોજન કુલ આઠ કેન્દ્ર પર કરવામાં આવ્યું હતું. આ સ્પર્ધામાં પ્રિ.નીતાબેન સંઘવી સંયોજક અને શ્રી સંતદાસ તડવી સહસંયોજક હતાં. આ સ્પર્ધામાં અંગ્રેજી માધ્યમમાં 256 અને ગુજરાતી માધ્યમમાં 237, આમ કુલ 493 વિદ્યાર્થીઓએ ભાગ લીધો



હતો. શાહ હાર્દ મેહુલભાઈ (શક્તિ સ્કૂલ, રાજકોટ) પ્રથમ ક્રમે, પટેલ રૂદ્ર વિરલ (એમિટી સ્કૂલ, ભરુચ) તેમજ છાજેર લક્ષ્ય અરવિંદ (એમિટી સ્કૂલ, ભરુચ) બન્ને દ્વિતીય ક્રમે, સેજપાલ ઓમ પરેશભાઈ (રાજકોટ) તેમજ પટેલ હેતુલ ભરતકુમાર (સંત કબીર સ્કૂલ, વડોદરા) બન્ને તૃતીય ક્રમે, મેથ્યુ જોશુઆ રાજેશ (શક્તિ સ્કૂલ, રાજકોટ) તેમજ પટણી પાર્થિવ મનીષભાઈ (શક્તિ સ્કૂલ, રાજકોટ) ચતુર્થ ક્રમે અને સોલંકી અવની મીનેષકુમાર (એમિટી સ્કૂલ, ભરુચ), રેવડીવાલા આર્ય રીતેશભાઈ (શ્રી સરસ્વતી માધ્યમિક વિદ્યાલય, પાટણ), કેરશિયા યશ્વી શામજી (શેઠ.બી.એમ. હાઈસ્કૂલ, પાટણ), તેમજ કાનાની મનન રાજેશભાઈ (સેન્ટ ઝેવિયર્સ હાઈસ્કૂલ, સુરત) ચારેય, પાંચમા ક્રમે આવ્યા હતા. કુલ 327 વિદ્યાર્થીઓને પ્રમાણપત્રો આપવામાં આવ્યાં હતાં.

8. 16-10-2023થી દર પંદર દિવસે ગણિત પત્રના અંકો પ્રકાશિત કરવામાં આવે છે. ગણિત પત્રના સંયોજક ડૉ. આકાશ રોઘેલિયા છે. અત્યાર સુધીમાં 11 અંકો પ્રકાશિત થયાં છે. દરેક અંકમાં કોયડાઓ અને ગણિત સમાચાર આપવામાં આવે છે. કોયડા આધારિત સ્પર્ધામાં સુરતનાં જાન્હવી પટેલને પુરસ્કાર આપવામાં આવ્યો હતો.
9. Dr. Varun Sheel (Physical Reserch Laboratory, Ahemedabad) delivered the Prof. A.R.Rao Memorial Lecture entitled “Mathematics In Space Science” in the annual conference of Gujarat Gait Mandal held at St. Xavier’s College, Ahmedabad.
10. અમદાવાદ ગણિત મંડળ દ્વારા દિનેશ સેવક શિબિરનું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. આ આયોજનમાં ફાઉન્ડેશન દ્વારા આર્થિક સહાય કરવામાં આવી હતી.
11. St, Xavier’s College of Ahmedabad દ્વારા Workshop on Problem Solving and Enrichment in Mathematics નું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. આ આયોજનમાં ફાઉન્ડેશન તરફથી આર્થિક સહાય કરવામાં આવી હતી.
12. Indian Institute of Teachers Education, Gandhinagar દ્વારા 5th Prof. P.C. Vadiya National Conference on Mathematical Sciences યોજવામાં આવી હતી. આ Conference માં “Fundamental Concepts of Topology” વિષય પર Prof S. Kumaresan (University of Hyderabad) દ્વારા Prof. A. R. Rao Memorial Lecture આપવામાં આવ્યું હતું. આ વ્યાખ્યાનના આયોજન માટે ફાઉન્ડેશન દ્વારા આર્થિક સહયોગ આપવામાં આવ્યો હતો.
13. પ્રા.એ.આર.રાવ સાહેબના જન્મદિનની ઊજવણી નિમિત્તે, ડી.એન.હાઈસ્કૂલ, આણંદ; અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી, વલ્લભ વિદ્યાનગર; આદર્શ વિદ્યાલય, લીમ્બોઈ, તા, મોડાસા તથા નૂતન વિદ્યાલય, કરણનગર દ્વારા ક્વીઝ સ્પર્ધા યોજવામાં આવી હતી. આ સ્પર્ધાઓ માટે ફાઉન્ડેશન તરફથી આર્થિક સહયોગ આપવામાં આવ્યો હતો. એમિટી હાઈસ્કૂલ, ભરુચ દ્વારા એક સપ્તાહનો ગણિત કાર્યક્રમ યોજી પ્રા.એ.આર. રાવસાહેબના જન્મદિનની ઊજવણી કરવામાં આવી હતી.

14. અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી, વલ્લભ વિદ્યાનગર દ્વારા National Mathematics Day નિમિત્તે એક અઠવાડિયાના કાર્યક્રમનું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. આ માટે ફાઉન્ડેશન તરફથી આર્થિક સહયોગ આપવામાં આવ્યો હતો.

16. Mathematics Challenge Competitionનું L.D. Engineering College, Ahmedabad દ્વારા આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. આ માટે ફાઉન્ડેશન તરફથી આર્થિક સહયોગ આપવામાં આવ્યો હતો.

વિવિધ કાર્યક્રમોના આયોજન અર્થે પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન દ્વારા વર્ષ 2023-24 માં નીચે પ્રમાણે ખર્ચ કરવામાં આવેલ છે.

Expenditures

No	Activity	Amount (in Rs.)
1	F.Y./S.Y. Competition	13865
2	T.Y.B.Sc. Competition	12685
3	M.Sc.Competition	13191
4	A.K. Virani Competition	6480
5	Prof P.C. Vadiya Suganitam Prashna Spardha	1950
6	Geometry Competition	14525
7	Essay Competition	8400
8	Awards	49131
9	Meetings at Vadodara and Vallabh Vidhyanagar	13732
10	Lectures, Workshops and Seminars, Basic Concepts in Mathematics Group	26642
11	Prof A.R.Rao Birthday Celebrations, National Mathematics Day Celebrations, Quiz Competition etc.	15660
12	Ganit Patra	1500
	<b>Total</b>	<b>177761</b>

વર્ષ 2023-24 દરમિયાન પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશનને નીચે મુજબ દાન મળેલ છે.

Donations

Name	Donation in Rs.	Address
Prof. Neeta Hasmukhrai Shah	15000	Department of Mathematics, Gujarat University, Ahmedabad
Prof. Mahavirendra H. Vasavada	15000	Sameep, Nr, Water Tank, Nana Bazar, Vallabh Vidhyanagar
Shree N.N. Roghelia	5000	302, Sukruti Avenue, Opp Shreyas Park Society, Ahmedabad
<b>Total Donations Received</b>	<b>35000</b>	

ફાઉન્ડેશન સર્વ દાતાઓનો આભાર વ્યક્ત કરે છે.

અરવિંદભાઈ.બી.પટેલ

કન્વીનર

પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશન (ગુજરાત ગણિત મંડળ)

## ગણિત સમાચાર

### અમરેલી ગણિત વર્તુળ આયોજિત સમર કેમ્પ (તા.6-6-2024 થી તા.11-06-2024)

વિદ્યાર્થીઓ વેકેશનનો સદુપયોગ કરીને વિવિધ શક્તિઓ વિકસાવે તે માટે આ સમર કેમ્પનું આયોજન કરવામાં આવેલ હતું.

આ કેમ્પમાં ઓરિગામી અને ટેનગ્રામ વડે વિવિધ ગાણિતિક મોડેલ-આકૃતિઓ, મેથ્સ મેજિક, વૈદિક ગણિત, ઝડપી ગણતરી, સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષામાં આવતા ગાણિતિક પ્રશ્નો, ગણિતના પાયાના ખ્યાલો જેવા મુદ્દાઓને લક્ષમાં રાખી પ્રવૃત્તિ સાથે રમતાં-રમતાં, ભણતર સાથે ગણતર મેળવે તેવું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું.

સમગ્ર કાર્યક્રમની પ્રેરણા અને માર્ગદર્શન અમરેલી કમાણી સાયન્સ કોલેજના નિવૃત્ત પ્રિન્સિપાલ શ્રી એચ.એલ. પટેલ તરફથી મળેલ હતું. અમરેલીના નિવૃત્ત ગણિત શિક્ષકો રમેશચન્દ્ર માલનિયા, સૂર્યકાન્ત પાઠક, પંકજભાઈ રાજયગુરુ અને દ્વારકાદાસ લલાડીયા ઉપરાંત બગસરા સાયન્સ કોલેજના ડૉ. ગોપાલભાઈ રાઠોડ અને પ્રાથમિક શાળાના શિક્ષક ધવલભાઈ જોષી એ પોતાની અમૂલ્ય સેવાઓ આપી હતી.

ઉપરાંત ફક્ત ધો.10 પાસ અને દરજ્જાકામ કરતા કનુભાઈ કસવાળા દ્વારા વૈદિક ગણિતની સરળ રીતો પોતાની દેશી શૈલીમાં વિદ્યાર્થીઓને શીખવી હતી.

એકંદરે ચાલીશ (40) જેટલા વિદ્યાર્થી ભાઈ-બહેનોએ આ સમર કેમ્પમાં ભાગ લીધો હતો.



સુગણિતમ્ પેન-ડ્રાઈવ  
સળંગ અંક 1 થી 300



સુગણિતમ્ના 1 થી 300 સળંગ અંકોને સમાવતી પેન-ડ્રાઈવ મેળવવા માટે નીચે આપેલા બેંક એકાઉન્ટમાં રૂા.650/- ભરી, બેંકની Receipt સાથે આપનું નામ, પૂરું સરનામું, મોબાઈલ નંબર સાથે પ્રા. સચીન ગજજરને Whatsapp થી મોકલી આપવું. ઉપરની વિગતો મળતાં સત્વરે આપને પેન-ડ્રાઈવ કુરિયરથી મોકલી આપવામાં આવશે.

**Bank Account Detail**

પ્રા. સચીન ગજજર

**Name : Gujarat Ganit Mandal**

**(M) +91 99253 62754**

**Bank : Bank of Baroda**

**Email : gjr.sachin@gmail.com**

**University Campus Branch**

**Account No : 034201 0001 9975**

**IFSC No. : BARBOUNIAHM**

## તંત્રી મંડળ :

1.	પ્રા. દેવભદ્ર વી. શાહ (મુખ્ય તંત્રી)	(M) 9898057891
2.	પ્રા. વિહુલભાઈ એ. પટેલ	(M) 9428019042
3.	પ્રા. સચિન ગજજર	(M) 9925362754
4.	શ્રી મેઘરાજ જ. ભટ્ટ	(M) 9925837247
5.	સુ. શ્રી નીતાબેન સંઘવી	(M) 9825625218
6.	પ્રા. કૌશિક ટી. ઠાકર	(M) 9825867429
7.	પ્રા. હેમાબેન વસાવડા	(M) 9409157840
8.	પ્રા. ઉદયન પ્રજાપતિ	(M) 9426383343
9.	પ્રા. રેખાબેન મહેતા	(M) 9879328129

## લેખક સન્માન

સુગણિતમ્માં પ્રગટ થતા ગાણિતિક લેખોના લેખકો માટે સુગણિતમ્ના પ્રકાશક - પ્રા. અરૂણ મ. વૈદ્ય ફાઉન્ડેશન - ગુજરાત ગણિત મંડળ - નીચેના પુરસ્કારો જાહેર કરતાં આનંદ અનુભવે છે.

- (1) કોઈપણ કક્ષાએ અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા લખાયેલા, સુગણિતમ્માં પ્રકાશિત થયેલા, ગાણિતિક લેખ દીઠ રૂ.300/- લેખકને પુરસ્કારરૂપે આપવામાં આવશે.
- (2) એક વર્ષ દરમિયાન પ્રગટ થયેલા, વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા લખાયેલા ગાણિતિક લેખો પૈકી સર્વશ્રેષ્ઠ લેખના લેખકને પુરસ્કાર રૂપે રૂ.500/- આપવામાં આવશે. (વર્ષ : 1-જાન્યુઆરીથી 31 ડિસેમ્બર ગણાશે.)
- (3) જેમનાં લખાણો અગાઉના સુગણિતમ્માં ક્યારેય પ્રકાશિત ન થયાં હોય તેવા (નવોદિત) લેખકને તેમના પ્રથમ લેખ માટે રૂ.500/- પુરસ્કાર રૂપે આપવામાં આવશે.
- (4) સુગણિતમ્ માટે લેખ લખતા લેખકો પોતાનો કિંમતી સમય લેખ તૈયાર કરવા માટે આપે છે. તેમનું લેખન કાર્ય અમૂલ્ય છે. આવા લેખનને કોઈ પુરસ્કાર આપી મૂલવવું યોગ્ય નથી. પણ ક્યારેક તો લેખકો લેખને ટાઈપ કરાવીને મોકલે છે. ટાઈપ કર્યા પછી કુરીયરથી મોકલે છે. ટાઈપ કરાવવાનો ખર્ચ, કુરીયર દ્વારા મોકલવાનો ખર્ચ તેઓ જાતે ભોગવે છે. લેખકે કરેલા પ્રયત્નને બિરદાવવા માટે અને તેમણે કરેલા ખર્ચને આંશિક રીતે ભરપાઈ કરવા માટે અમે નીચેની જાહેરાત કરીએ છીએ.

“દરેક ગાણિતિક લેખના, સુગણિતમ્માં છપાયેલાં પાનાં દીઠ લેખકને રૂ.100/- આપવા.

લખાણ એક પાનાથી ઓછું હોય તો લેખકને તે પાના માટે રૂ.50/- આપવા.”