ગુજરાત ગણિત મંડળ - 59 મું વાર્ષિક અધિવેશન (ગાંધીનગર)
પ્રા. એ. આર. રાવ ફાઉન્ડેશન દ્વારા આયોજિત
શ્રી એ. કે. વિરાણી ગણિત સ્પર્ધા - 2022

સમય: 5:45 pm. to 6:45 pm. **તારીખ: 05-11-2022** **કુલ ગુણ: 50**

સુચના: - બધાજ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
- તમને અલગથી આપવામાં આવેલી જવાબવહીમાં જવાબો લખવા.

પ્રશ્ન:-1 નીચેના 1 થી 5 પ્રશ્નોમાં પ્રત્યેક માં બે વિધાનો આપેલ છે. જો વિધાન સાચું હોય તો T અને ખોટું હોય તો F લખો. ઉદાહરણ તરીકે, પ્રશ્ન માં જો પ્રથમ વિધાન સાચું અને બીજું વિધાન ખોટું હોય તો TF વિકલ્પ પસંદ કરો. (પ્રત્યેક પ્રશ્નનો 1 ગુણ છે. આ પ્રશ્ન માટે 6 મિનિટ ફાળવી શકાય.) [5]

(1) (i) જો સંખ્યાઓ a અને b નાં દશાંશ નિરૂપણ અનંત હોય, તો $a+b$ નું દશાંશ નિરૂપણ પણ અનંત થાય.
(ii) જો ab નું દશાંશ નિરૂપણ સાંત હોય, તો a અને b બંને નાં દશાંશ નિરૂપણ સાંત થાય.
(A) TT (B) TF (C) FT (D) FF

(2) (i) $\text{cosec}^2 x - \cot^2 y = 1$ તો અને તોજ $x = y$, જ્યાં $x, y \in [0, \pi]$.
(ii) $|\cos(-\theta)| = \cos\theta$, જ્યાં $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
(A) TT (B) TF (C) FT (D) FF

(3) (i) કોઇ પણ અયુગ્મ સંખ્યાના વર્ગને 16 વડે ભાગતાં મળતી શેષ 1 અથવા 9 હોય.
(ii) જો કોઇ સંખ્યાના છેલ્લા બે અંકો 66 હોય, તો તે પુર્ણવર્ગ ન જ હોય.
(A) TT (B) TF (C) FT (D) FF

(4) (i) જો બે રેખાઓનો છેદ ખાલીગણ હોય, તો આ બે રેખાઓ સમાંતર જ હોય.
(ii) જો બે રેખાઓ જુદા જુદા સમતલોમાં આવેલી હોય, તો તે વિષમતલીય હોય.
(A) TT (B) TF (C) FT (D) FF

(5) $\triangle ABC$ માટે, જો અંત:કેન્દ્ર I અને લંબકેન્દ્ર H હોય, તો
(i) $\angle BIC$ હંમેશા ગુરૂકોણ જ હોય. (ii) $\angle BHC$ હંમેશા ગુરૂકોણ જ હોય.
(A) TT (B) TF (C) FT (D) FF

પ્રશ્ન:-2 નીચેના 1 થી 5 પ્રશ્નોમાં A , B , C, D એમ ચાર વિકલ્પો આપેલા છે. સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી તમારો જવાબ લખો. (પ્રત્યેક પ્રશ્નના 2 ગુણ છે. આ પ્રશ્ન માટે 12 મિનિટ ફાળવી શકાય.) [10]

(1) જો અતિ સંક્ષિપ્ત રૂપમાં અપૂર્ણાંક $\frac{a}{b} = 0.456456456\cdot = 0.\overline{456}$ હોય, તો $a+b =$ _______.
(A) 485 (B) 1455 (C) 144 (D) 162

(2) $\sqrt{2012\sqrt{4 + 2028 \times 2032} + 81} =$ _______.
(A) 2023 (B) 2022 (C) 2021 (D) 2020

(3) જો (A ના ઉપગણોની સંખ્યા)+(B ના ઉપગણોની સંખ્યા) $= 320$ હોય, તો $A \cap B$ માં સભ્યોની મહત્તમ સંખ્યા _______ હોઇ શકે.
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

(4) જો સમીકરણ $(x+4)(x+5) = 2021 \times 2022$ નાં બીજ α અને β હોય, તો $|\alpha + \beta| =$ _______.
(A) 10 (B) 9 (C) 11 (D) 4043

(5) $\triangle ABC$ માં E એ $\overline{CA}$ નું મધ્યબિંદુ છે અને $\overline{AL}$ એ એવો વેધ છે કે જેથી $B-L-C$ થાય. જો $m\angle C = 65^\circ$ હોય, તો $m\angle ELB =$ _______.

(A) 105° (B) 110° (C) 125° (D) 115°

પ્રશ્ન:-3 નીચેના 1 થી 5 પ્રશ્નોમાં A , B , C, D એમ ચાર વિકલ્પો આપેલા છે. સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી તમારો જવાબ લખો. (પ્રત્યેક પ્રશ્નના 3 ગુણ છે. આ પ્રશ્ન માટે 18 મિનિટ ફાળવી શકાય.) **[15]**

(1) 2022 ને ધનપુર્ણાંક p વડે ભાગતાં મળતી શેષ 2 છે. આવા ધનપુર્ણાંકો p ની સંખ્યા _______ છે.

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

(2) જો $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ અને $\log_8 b + \log_4 a^2 = 7$ હોય, તો $ab =$ _______.

(A) 64 (B) 128 (C) 256 (D) 512

(3) દ્વિઘાત સમીકરણ $x^2 + px + q = 0$ નાં બીજ $\alpha(\neq 0,1)$ અને $\beta(\neq 0,1)$ છે. જો $\alpha^2 = \beta$ અને $\beta^2 = \alpha$ હોય, તો $|p+q| =$ _______.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(4) ધારોકે $x \neq y$ એ બે વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે. જો x, a_1, a_2, a_3, y અને b_1, x, b_2, b_3, y, b_4 એ બે સમાંતર શ્રેણિઓ હોય, તો $\dfrac{b_4 - b_3}{a_2 - a_1} =$ _______.

(A) $\dfrac{8}{3}$ (B) $\dfrac{3}{2}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) 6

(5) જેના ચારેય અંકો ભિન્ન હોય તેવી 4000 અને 7000 ની વચ્ચે કેટલી યુગ્મ સંખ્યાઓ આવેલી છે?

(A) 546 (B) 728 (C) 936 (D) 672

પ્રશ્ન:-4 નીચેના 1 થી 5 પ્રશ્નોમાં A, B, C, D એમ ચાર વિકલ્પો આપેલા છે. સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી તમારો જવાબ લખો. (પ્રત્યેક પ્રશ્નના 4 ગુણ છે. આ પ્રશ્ન માટે 24 મિનિટ ફાળવી શકાય.) **[20]**

(1) જો $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ સમાંતર શ્રેણિમાં હોય, તો $\sqrt{5\cos^4\theta + 2\cos^3\theta - 2\cos\theta} =$ _______.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(2) જો α અને β એ સમીકરણ $3\alpha x^2 + 3\beta x - (\alpha - \beta) = 0$ નાં શુન્યેતર બીજ હોય, તો $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^2 - \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right) =$ _______.

(A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 8

(3) a, b, c, d, e એ તમામ, જો બહુપદી $6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ નાં શુન્યો હોય, તો $(1+a)(1+b)(1+c)(1+d)(1+e) =$ _______.

(A) $-\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) 2 (D) -2

(4) જો એક બહિર્મુખ પંચકોણ $ABCDE$ ની બધીજ બાજુઓ સમાન હોય અને $m\angle BCD = 2m\angle ACE$ હોય, તો $m\angle ACE =$ _______.

(A) 60° (B) 45° (C) 30° (D) 54°

(5) ચોરસ $ABCD$ ની બાજુઓની લંબાઇ 1 એકમ છે. જો P અને Q એ અનુક્રમે $\overline{BC}$ અને $\overline{CD}$ પર આવેલાં એવાં બે બિંદુઓ છે કે જેથી $m\angle PAQ = 45^\circ$ થાય, તો $\triangle PCQ$ ની પરિમિતિ $=$ _______.

(A) 2.5 (B) 1.5 (C) 3 (D) 2

Best of Luck