

RNI No. 9011/63

ISSN 0971-6475

સુગણિતમ્

ત્રિમાસિક

વર્ષ : 60 ઇ-આવૃત્તિ-2 સળંગ અંક : 307 ઓક્ટોબર 2022
For private circulation only

સ્વ. પ્રાધ્યાપક નરેન્દ્ર આર. લાધાવાલા સ્મૃતિ અંક



જન્મ: 4-11-1947

દેહાંત : 5-3-2021



આદ્યતંત્રી
પ્રાધ્યાપક પ્ર.ચુ.વૈદ્ય

email : suganitam2018@gmail.com



સંવર્ધક તંત્રી
ડૉ. અરુણ મ. વૈદ્ય

મુદ્રક અને પ્રકાશક : સુગણિતમ્ ટ્રસ્ટ, ગણિત વિભાગ, ગુજરાત યુનિવર્સિટી, અમદાવાદ.



Purdue University where NRL studied for his Ph.D.



અનુક્રમણિકા

સળંક અંક : 307

ઈ-આવૃત્તિ-2

ઓક્ટોબર - 2022

	લેખનું શીર્ષક	લેખક	પાના નં.
1	સંપાદકીય	--	3
2	સો અંક પહેલાં	--	4
3	મુખપૃષ્ઠ પરના ગણિતજ્ઞ : NRL : એક શ્રેષ્ઠ પ્રાધ્યાપક અને અસાધારણ માનવ	પ્રા. અજય કે. દેસાઈ	6
4	Tribute to Path Maker Prof. N. R. Ladhawala	Prof. Nita H. Shah	12
5	Prof. N. R. Ladhawala	Dr. M.G. Nadkarni	13
6	Prof. Narendra Ladhawala	Dr. V. Raghavendra	14
7	પ્રા. લાધાવાલાને સ્મરણાંજલિ	પ્રા. એમ.એચ. વસાવડા	15
8	સ્વ. પ્રો. (ડૉ.) નરેન્દ્ર રમણલાલ લાધાવાલાને આદરાંજલિ	પ્રા. વિજય પાઠક	18
9	શ્રધ્ધાંજલિ	પ્રા. નટવર રોઘેલિયા	21
10	પ્રા. લાધાવાલા સાહેબ	પ્રા. રેખાબેન મહેતા	22
11	In Memory of Late Professor Narendrakumar R. Ladhawala (November 4, 1947 – March 5, 2021)	Prof. Jagmohan Tyagi	24
12	My Friend, My Mentor, My Guide !	Dr. Omprakash K. Gupta	25
13	My Friend Narendra	Dr. Sunil Antani	28
14	A True Friend Narendra	Shri Pravin Gandhi	35
15	Narendra Ladhawala – Reminiscing a Friendship	Dr. Mohan C. Joshi	36
16	Eulogy for Narendra Ladhawala	Dr. Pratibha Antani	37
17	Memories with Dr. Narendra R. Ladhawala	Dr. Arvind C. Shah	38
18	વહીવટી પાંખની દૃષ્ટિએ... લાધાવાલા સાહેબનું વ્યક્તિત્વ દર્શન	શ્રી રોહન શાહ	40
19	વહાલા નરેન્દ્રભાઈ	શ્રી દિલીપસિંહ ઝાલા	44
20	A touch of magic in a journey called life of Dr. Narendra Ladhawala	Shri Roshan Rao	47
21	નરેન્દ્રગણિત	ડૉ. ઓમપ્રકાશ ગુપ્તા	48
22	ઓ જાનેવાલે હો સકે તો લૌટ કે આના...	પ્રા. રાજેશ ઠક્કર	49

	લેખનું શીર્ષક	લેખક	પાના નં.
23	A Definition of Friend	Dr. Pushparaj Kanungo	52
24	NRL-સ્મૃતિ	પ્રા. સ્મૃતિ બુચ	53
25	મારા આદર્શ ગુરુને હૃદયાંજલિ	ડૉ. ગૌરાંગી જયેશ પ્રજાપતિ	55
26	Making Mathematics Likeable Like a Game....	Shri Ajit Iqbal Singh	56
27	એન. આર. લાધાવાલા	શ્રીમતી સ્મિતા નરેન્દ્ર લાધાવાલા	57
28	નરેન્દ્ર લાધાવાલા – એક આદર્શ	શ્રી નિમિત નરેન્દ્ર લાધાવાલા	58
29	Larger Than Life....	Ms. Swati Sheth	60
30	ડૉ. નરેન્દ્ર રમણલાલ લાધાવાલા	શ્રી કિન્જલ ભરતકુમાર શાહ	61
31	નરેન્દ્ર – કુટુંબના ઈન્દ્ર	સુશ્રી મીનાબેન અને શ્રી દિલીપ દાસ	62
32	આપ તો બહે બન ગયે	સુશ્રી સ્મિતા રશ્મિકાન્ત બંશીલાલ ગાભાવાલા	63
33	વેષ્ટાવજન તો તેને રે કહીએ....	સુશ્રી ભારતી અને શ્રી અશ્વિનકુમાર શાહ	64
34	You are, for ever, in my heart...	Mr. Dipak R. Shah	65
35	Simple events, important lessons	Mr. Sunil Gabhawala	66
36	Why we all love and respect Narendra Ladhawala	Mr. Tapan Shah	67
37	Our Naru Mama	Mr. Bhavin Shah	68
38	Narendra – A Friend and a Family Member	Mr. Gopal M. Gabhawala	69
39	Dear Fua	Ms. Arpita & Aparajita	70
40	જાણીતાનું અજાણ્યું-2	પ્રા. હેમા વસાવડા	71
41	શ્રંધ્યાંજલિ	--	73
42	સાપેક્ષ સત્ય	પ્રા. દિનેશ કારીઆ	74
43	Eulogy	Prof. Jawahar Pathak	76
44	પ્રાચીન ભારતના ગણિતજ્ઞાનનું આયમન-2	શ્રી મેઘરાજ જ. ભટ્ટ	77
45	ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ-2	પ્રા. પી. કે. વ્યાસ	81
46	પ્રશ્નચર્યા- ભૂમિતિ (2)	શ્રી જૈમિન પટેલ	86
47	Research Publications and Other Articles of Prof. N. R. Ladhawala	--	88
48	પ્રા. પ્ર. યુ. વૈદ્ય ગણિત પ્રશ્નો-સર્ગ અંક-306 (E-Copy-1)ના ઉકેલો	ડૉ. સચિન ગજજર	89
49	સમાચાર	--	92
50	નોંધપોથી	--	93
51	પ્રશ્નાવલી	--	97
52	પ્રતિભાવો	--	98

સંપાદકીય

આ સાથે સુગણિતમ્નો સળંગ અંક 307 (e-અંક 2) આપના હાથમાં મૂકતાં આનંદ અનુભવીએ છીએ. આ અંકમાં મુખ્યત્વે સ્વ. પ્રા. એન.આર. લાધાવાલા સાહેબની સ્મૃતિમાં શ્રદ્ધાંજલિ રૂપે લખાયેલ લેખો છે. જેમણે પણ આ લેખો મોકલ્યા છે તે સૌ પ્રત્યે આભારની લાગણી વ્યક્ત કરવા સાથે અમો પણ લાધાવાલા સાહેબને સાદર ભાવાંજલિ આપીએ છીએ.

અન્ય લેખોમાં અગાઉથી ચાલતી લેખમાળાના લેખો આપેલ છે. જગ્યાના અભાવે કેટલાક લેખો લઈ શક્યા નથી, તે માટે ક્ષમાપ્રાર્થી છીએ. કેટલાક વાચક મિત્રો તરફથી મળેલા પ્રતિભાવો આ અંકમાં સમાવિષ્ટ કરેલ છે.

સ્વ. ફાધર વાલેસ સ્મૃતિ અંક

સુગણિતમ્નો હવે પછીનો અંક (સળંગ અંક-308) સ્વ. ફાધર વાલેસને સમર્પિત કરવામાં આવશે. ફાધર વાલેસ સાથેનાં આપનાં સંસ્મરણો તાજાં કરી તેમને શ્રદ્ધાંજલિ આપતો લેખ આ અંક માટે મોકલવા માટે આપને આમંત્રણ છે.

સેંટ ઝેવિયર્સ કોલેજ, અમદાવાદના પ્રાધ્યાપકો ડૉ. ઉદયન પ્રજાપતિ અને ફાધર વિનાયક જાદવ અંક 308ના આમંત્રિત સંપાદકો તરીકે સેવાઓ આપવા સંમત થયા છે. જે માટે અમો તેમના આભારી છીએ. તેમનાં ઈ-મેઈલ સરનામાં અને મોબાઈલ નંબર નીચે મુજબ છે.

ફાધર વિનાયક જાદવ (ગુજરાતી વિભાગ) M. 9723449213

vinayak.jadav@gmail.com

ડૉ. ઉદયન પ્રજાપતિ (ગણિત વિભાગ) M. 9426383343

udayan.prajapati@gmail.com

આપને આપનો લેખ ફાધર વિનાયક જાદવ, ડૉ. ઉદયન પ્રજાપતિ અથવા સુગણિતમ્ના નીચે આપેલા ઈ-મેઈલ એડ્રેસ પર નવેમ્બર 15, 2022 સુધીમાં મળી જાય તે રીતે મોકલવા વિનંતી છે.

suganitam2018@gmail.com

સંપાદકો

સો અંક પહેલાં

[સુગણિતમનો 207મો અંક જાન્યુઆરી-ફેબ્રુઆરી-2004નો હતો. આ અંકમાંથી સ્વ. એ.કે. વિરાણી લિખિત લેખ - 'વિશિષ્ટ શ્રેણીની સફર' અત્રે પુનર્મુદ્રિત કરીએ છીએ. - પ્રધાન સંપાદક]

વિશિષ્ટ શ્રેણીની સફર

સુગણિતમ્ સળંગ અંક-203માં સચિન ગજજરે એક સરસ પ્રશ્ન પૂછ્યો છે.

શ્રેણી 1,2,4,8,16,23,28,38,49... માં પહેલું પદ 1 છે અને ત્યાર પછીનું દરેક પદ તેના આગલા પદમાં તેના આંકડાનો સરવાળો ઉમેરવાથી મળે છે. એટલે કે n મું પદ u_n હોય, તો $u_n=1$ તથા $n>1$ માટે

$$u_n = u_{n-1} + (u_{n-1} \text{ના આંકડાનો સરવાળો})$$

દા.ત. શ્રેણીમાં 49 પછીનું પદ 49માં તેના આંકડાનો સરવાળો (4+9=13) ઉમેરવાથી મળશે. 49 + 13 = 62. માટે 49 પછીનું પદ 62 છે. હવે સચિનનો પ્રશ્ન એ છે કે આ શ્રેણીમાં સંખ્યા 123456789 એક પદ તરીકે આવશે કે નહિ?

મારો જવાબ એ છે કે એ સંખ્યા પદ તરીકે નહિ જ આવે. પ્રથમ તો એ નોંધીએ કે કોઈ પણ સંખ્યાને અને તે સંખ્યાના આંકડાનો સરવાળો કરવાથી મળતી સંખ્યાને 9 વડે ભાગતાં શેષ સરખી જ વધશે. બીજા શબ્દોમાં સંખ્યા n ના આંકડાનો સરવાળો s હોય તો $n \equiv s \pmod{9}$. આ વિધાનની સાબિતી આવી છે. ધારો કે n એ $k+1$ આંકડાની સંખ્યા છે.

$$n = a_k a_{k-1} \dots a_2 a_1 a_0$$

એટલે કે

$$s = a_k + a_{k-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0$$

$$\text{તથા } n = a_0 + 10^1 a_1 + 10^2 a_2 + 10^3 a_3 + \dots + 10^k a_k$$

$$\begin{aligned} &\equiv a_0 + 1a_1 + 1^2 a_2 + 1^3 a_3 \\ &\quad + \dots + 1^k a_k \pmod{9} \\ &\equiv s \pmod{9} \end{aligned}$$

શ્રી ગજજરની શ્રેણીમાં $u_n=1$, પણ ચર્ચા માટે આપણે $u_1=a$ લઈએ. u_n ના આંકડાના સરવાળા માટે s_n લખીએ. તો $u_n \equiv s_n \pmod{9}$ તેથી

$$u_{n+1} = u_n + s_n \equiv 2u_n \pmod{9} \text{ આમ દરેક } n \text{ માટે}$$

$$\begin{aligned} u_n &\equiv 2u_{n-1} \equiv 2^2 u_{n-2} \\ &\equiv 2^3 u_{n-3} \equiv \dots \equiv 2^{n-1} u_1 \pmod{9} \end{aligned}$$

શ્રી ગજજરની શ્રેણી માટે $u_1=1$ હોવાથી દરેક n માટે $u_n \equiv 2^{n-1} \pmod{9}$ થાય. હવે 123456789 $\equiv 0 \pmod{9}$ જ્યારે દરેક n માટે $2^{n-1} \not\equiv 0 \pmod{9}$.

માટે 123456789 એ આપણી શ્રેણીનું પદ નહિ જ બને.

વિશેષમાં એમ પણ કહી શકાય કે u_1 પોતે જો 9નો ગુણક ન હોય તો કોઈ પણ u_n માટે $u_n \equiv (0 \pmod{9})$. તેથી આવી કોઈ પણ શ્રેણીમાં સંખ્યા 123456789 ન આવે.

શ્રી ગજજરે પોતાની શ્રેણીના ગુણધર્મ જણાવવાનું કામ પણ વાચકોને સોંપ્યું છે. કેટલાક ગુણધર્મો જોઈએ.

(1) આ શ્રેણીનાં પદોને 9 વડે ભાગતાં મળતી શેષોની શ્રેણી બનાવીએ તો 1, 2, 4, 8, 7, 5, 1, 2, 4, 8, 7, 5, ... મળે. આ શ્રેણી છ પગલે આવર્તી થાય છે. આથી મૂળ શ્રેણીના કોઈપણ પદનો ક્રમાંક જાણતા હોઈએ તો તે પદને 9 વડે

ભાગતાં મળતી શેષ કહી શકીએ. દા.ત. 100મા પદ માટે 100 ને 9 વડે ભાગતાં શેષ 4 મળે છે અને 1, 2, 4, 8, 7, 5માં ચોથું પદ 8 છે. તેથી મૂળ શ્રેણીના 100મા પદને 9 વડે ભાગતાં શેષ 8 વધે.

- (2) સંખ્યા 123456789 શ્રેણીમાં નથી તે ઉપરના ગુણધર્મ પરથી તરત સ્પષ્ટ થાય છે.
- (3) ગુણધર્મ (1) પરથી એ પણ દેખાય છે કે મૂળ શ્રેણીના કોઈપણ પદને 9 વડે ભાગતાં શેષ 0, 3 કે 6 ન જ મળે. એટલે શ્રેણીના કોઈપણ પદને 3 વડે નિશેષ ભાગી શકાય નહિ.

સંખ્યા n તથા n ના આંકડાઓનો સરવાળો 9 માટે સમશેષ છે તે વાત પર આધારિત કેટલીક સરસ ગમ્મતો છે પણ તેમની વાત હવે પછીના અંકમાં

તંત્રીનોંધ : શ્રી ગજજરની શ્રેણી જેવી શ્રેણીઓનો અભ્યાસ ઘણા દાયકાઓ પહેલાં કાપરેકરે કર્યો હતો. તે આવી શ્રેણીઓને અંકયોગ શ્રેણીઓ (Digit Addition Series) કહેતા. તેમણે એવું કહ્યું હતું કે $u_1=1$, $u_1=3$ અને $u_1=9$ લઈને મેળવેલી ત્રણ અંકયોગ શ્રેણીઓ જ મુખ્ય અંકયોગ શ્રેણીઓ છે. બાકીની તમામ અંકયોગ શ્રેણીઓ અમુક પદો પછી આ ત્રણમાંની કોઈ એકમાં ભળી જાય છે. દા.ત. $u_1=86$ લઈને જે અંક શ્રેણી બને 86, 100, 101, ...

તેનું ત્રીજું પદ 101 તે $u_1=1$ વાળી શ્રેણીમાં પણ છે (ચૌદમું પદ). એટલે 86 વાળી અંકયોગ શ્રેણી 1 વાળીમાં 101 આગળ ભળી જાય છે. કાપરેકર 101ને જંકશન સંખ્યા કહેતા કારણ કે ત્યાં બે શ્રેણીઓ મળે છે. કાપરેકરે જ્યાં ત્રણ અને ચાર શ્રેણીઓ મળતી હોય તેવી જંકશન સંખ્યાઓ પણ આપી હતી.

2022ની નોંધ

ગણિતમાં જે સૌંદર્ય છે તે બધું સુગણિતમ્માં છે. તેમાં ગણિત છે. ગણિતજ્ઞોનાં જીવન અને કાર્યો છે. ગણિત શિક્ષણ છે, ગણિત શિક્ષણને રસપ્રદ બનાવતી પ્રવિધિઓ છે, ગણિત ગમ્મતો છે અને ગાણિતિક રમતો પણ છે. ગણિત કોયડાઓ અને ઉકેલો છે, ગણિત સ્પર્ધાઓની માહિતી છે. સ્વ.પ્રા.પ્ર. યુ. વૈદ્ય, સ્વ. ફાધર વોલેસ, સ્વ.પ્રા. અરુણભાઈ વૈદ્ય, સ્વ. એ. કે. વિરાણી વગેરે અનેક વિદ્વાનોના લેખો સુગણિતમ્ના જૂના અંકોમાં મળશે. સુગણિતમ્ના 1થી 300 અંકોની પેનડ્રાઈવ તૈયાર કરવામાં આવી છે. આ પેનડ્રાઈવ મેળવવા માટે પ્રા. સચિન ગજજરનો સંપર્ક કરવો. તેમનો ફોન નંબર 9925362754 છે, જે આપને સંપાદક મંડળ અને સંચાલક મંડળમાંથી પણ મળી જશે.

- પ્રધાન સંપાદક

* * * * *

મુખપૃષ્ઠ પરના ગણિતજ્ઞ :

NRL : એક શ્રેષ્ઠ પ્રાધ્યાપક અને અસાધારણ માનવ

અજય કે. દેસાઈ,

પૂર્વ અધ્યક્ષ, ગણિત વિભાગ, ગુજરાત યુનિવર્સિટી, અમદાવાદ.

(M) 9824062983

ગુજરાત ગણિત જગતે ખૂબ જ ટૂંકા સમયગાળામાં વધુ એક ઉત્તમ ગણિતજ્ઞ, ઉમદા પ્રાધ્યાપક અને અસાધારણ માનવ ગુમાવ્યા છે. નરેન્દ્રકુમાર રમણલાલ લાધાવાલા કે જેમને ગુજરાત યુનિવર્સિટીના અનુસ્નાતક વિભાગના વિદ્યાર્થીઓ NRLના હુલામણા નામથી અને અન્ય કેટલાક લાધાવાલાસાહેબ તરીકે ઓળખતા, તેઓ હૃદય-રોગના ભારે હુમલાને લીધે તા.5 માર્ચ 2021 સાંજે આપણને સૌને અચાનક આવજો કહીને અનંત (અનંતીની હજી વ્યાપક અને ઊંડી ખોજ અર્થે... ઉલ્લેખનીય છે કે ગુજરાત વિશ્વકોશ માટે ‘અનંતી’ શીર્ષક હેઠળ લાધાવાલાસાહેબે એક લેખ લખ્યો હતો. જેની વાત આગળ પણ હું કરીશ) ની યાત્રાએ ચાલી નીકળ્યા.

વર્ષ 1978માં મેં M.Sc. પૂરું કર્યું અને તરત જ ગુજરાત યુનિવર્સિટીનાં ગણિત વિભાગમાં પ્રાધ્યાપક દર્શનસિંઘ બસન સાહેબ સાથે સંસ્થિતિ-વિદ્યા (Topology)માં Ph.D.ની પદવી માટે સંશોધન કાર્ય શરૂ કર્યું. વર્ષ 1979 દરમિયાન લાધાવાલા સાહેબ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિત વિભાગમાં વ્યાખ્યાતા તરીકે જોડાયા. આ અગાઉ તેમણે B.Sc. અને

M.Sc. ની ઉપાધિઓ M.S. University, Barodaમાંથી વિશિષ્ટ યોગ્યતાઓ સાથે અને અવલ નંબરે પ્રાપ્ત કરી હતી. આ દરમિયાન પ્રા. પ્ર.યુ.વૈદ્ય સાહેબે ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં Purdue Universityના શ્રીરામ અભ્યંકર સાહેબને વ્યાખ્યાનો આપવા માટે આમંત્ર્ય આપ્યું હતું. આ વ્યાખ્યાનો સાંભળવા માટે ઉત્સાહથી થનગનતા એવા યુવાન NRL વડોદરાથી અમદાવાદ આવ્યા હતા. કહેવાની ભાગ્યે જ જરૂર છે કે લાધાવાલા સાહેબે પ્રસ્તુત કરેલા સવાલો અને ત્યાર પછીના વિચાર વિમર્શ દ્વારા શ્રીરામ અભ્યંકરસાહેબનું ધ્યાન ખેંચ્યું હશે. અત્યાર સુધીની હોનહાર શૈક્ષણિક કારકિર્દી, GRE, TOEFLમાં ખૂબ જ સારો દેખાવ તથા મજબૂત ભલામણ પત્રોને લીધે ગણિત માટે ઉત્તમ ગણાતી અમેરિકાની પ્રથમ હરોળની યુનિવર્સિટીઓમાં જેનું નામ છે તેવી Purdue Universityમાં એમણે પ્રવેશ મેળવ્યો. ત્યાં તેમણે છ વર્ષની અથાક મહેનત બાદ “Walsh Function Analogues of the Hardy Space and BMO” શીર્ષક હેઠળ ગણિતજ્ઞ શ્રી Richard Huntના માર્ગદર્શન હેઠળ 20 (હા, માત્ર 20 જ !) પાનાંની થીસિસ (Thesis) રજૂ કરીને Ph.D.ની ઉપાધિ 1976માં પ્રાપ્ત કરી. ત્યારબાદ

ગણિતના સહાયક પ્રાધ્યાપક (Assistant Professor) તરીકે ડીપોલ (Depaul) યુનિવર્સિટીમાં બે વર્ષ (1976-78) અધ્યાપનનું કાર્ય કર્યું. લાધાવાલાસાહેબનો વ્યાખ્યાનો સાંભળનારને ભાગ્યે જ નવાઈ લાગે તેમ આ વર્ષો દરમિયાન એક વર્ષ એમને યુનિવર્સિટીએ વર્ષના શ્રેષ્ઠ શિક્ષક (Best Teacher of the Year) એવોર્ડથી નવાજ્યા હતા.

લગભગ આઠ વર્ષના વનવાસ (અમેરિકાવાસ) પછી (આ આઠ વર્ષ દરમિયાન નબળી આર્થિક સ્થિતિને લીધે એક પણ વખત ભારત આવ્યા નહોતા, આવી શકે એમ નહોતા), ભારતીય આંકડાકીય સંસ્થા (Indian Statistical Institute), કલકત્તામાં, UGCની Pool-Officerની યોજનાને સમકક્ષ એવી Visting Research Fellowની યોજના (વિદેશથી પાછા ફરવા ઈચ્છતા ભારતના શ્રેષ્ઠ વિજ્ઞાનીઓ ભારતમાં સારી રીતે સ્થાયી થઈ શકે તે માટેની યોજના) હેઠળ ભારત પાછા ફરે છે. એક વર્ષ ISI-Calcuttaમાં ગાળીને મારા સંશોધન કાર્યને નવો વળાંક આપવા (!!)) તથા મારા અને ગુજરાત યુનિવર્સિટીના સદ્ભાગ્યે NRL 1979માં આ યુનિવર્સિટીમાં વ્યાખ્યાતા તરીકે જોડાય છે. અને આમ 1979થી સાહેબના અંતિમ દિવસ સુધી અમે એક-બીજા સાથે જોડાયેલા રહ્યા. 1983થી 2010 કે જ્યારે તેઓ વિભાગમાંથી વયમર્યાદાને લીધે નિવૃત્ત થયા ત્યાં સુધી મને ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિત વિભાગમાં એમના એક સાથી તરીકે રહેવાનું

સૌભાગ્ય પ્રાપ્ત થયું હતું. ત્યારબાદ પણ અમે P C Vaidya Sanman Nidhi Trust (PCVSNT)માં સાથે કામ કર્યું. સુગણિતમ્ ટ્રસ્ટમાં પણ સાથે રહ્યા હતા. હા ! બધું કામ 79 વર્ષના યુવાન પી.કે. વ્યાસ સાહેબે જ કર્યું અને કરી રહ્યા છે!!! 1978થી 1983નો ગાળો એટલે મારા Ph.D. અને સંશોધનનો ગાળો. વાસ્તવમાં, સત્તાવાર રીતે, કાગળ પર દર્શનસિંઘ સાહેબ મારા માર્ગદર્શક હતા. પરંતુ તેઓ વહીવટી કાર્યમાં અને યુનિવર્સિટીની અન્ય જવાબદારીઓમાં ખૂબ જ વ્યસ્ત રહેતા. તેથી હું લાધાવાલા સાહેબ જોડે મારા સંશોધન સાથે સંકળાયેલા અને અમને બન્નેને રસ પડે તેવા ગણિતના બીજા પ્રશ્નો અને કોયડાઓની ચર્ચા કરતો. શરૂઆતમાં ઘણી બધી વખત મને અમુક પ્રશ્ન કે કોયડાનો ઉત્તર મળી ગયો છે એમ માનીને ઉતાવળમાં અને ઉત્તર મળ્યાની ઉત્તેજના (Excitement)માં હું એમની પાસે દોડી જતો અને એમની સામે મારા ઉકેલની રજૂઆત ચાલુ કરતો. થોડી જ ક્ષણોમાં ક્યાંક કંઈક ભૂલ થઈ છે તેની મને તેઓ ખાતરી કરાવી દેતા અને હું નિરાશ થઈને પાછો ફરતો. ધીમે ધીમે તેમની વિચારવાની રીત, ધીરજ વગેરેને સમજતો થયો અને તેનું અનુકરણ કરવાની ટેવ પાડતો ગયો. આમ લાધાવાલા સાહેબની હાજરીમાં ગણિત કેવી રીતે કરવું, વિચારવું, વાંચવું અને ચકાસવું તે અંગેની P.R. Halmosની જગપ્રસિદ્ધ સલાહને આત્મસાત્ કરતો ગયો. આ જ સમયગાળામાં મેં ગણન સંખ્યાઓ

(Cardinal Number) અને ક્રમસૂચક સંખ્યાઓ (Ordinal Number) ઉપર, મુખ્યત્વે ‘Naive Set Theory’ પુસ્તક પર આધારિત પરિસંવાદો (Seminars) આપ્યા જેમાં તેમની હાજરી અચૂક હોય જ. અરે, કેટલીક વાર તો ફક્ત અમે બે જ જણ હોઈએ ! આને લીધે મને આ વિષય પર એટલો બધો આત્મવિશ્વાસ આવ્યો કે વર્ષો પછી જ્યારે મેં M.S. University, Barodામાં દેશભરના વિદ્વાન પ્રાધ્યાપકો સામે આ વિષય પર વ્યાખ્યાનો આપ્યાં ત્યારે મને તો મઝા આવી જ પણ સાથે સાથે એ પ્રાધ્યાપકો અને સંશોધકોએ પણ સંતોષ અને કંઈક નવું જાણ્યાની લાગણી વ્યક્ત કરી. એ જ વર્ષોમાં લાધાવાલા સાહેબ સાથે મેં Gillman & Jerisonના ‘Rings of Continuous Functions’, Walkerના ‘Stone-Vech Compactification’ અને Comfort W.W.ના ‘Theory of Ultrafilters’ પુસ્તકોમાંથી કેટલાંક પ્રકરણો વાંચ્યાં.

મારી Ph.D. માટેની સંશોધન પ્રવૃત્તિને લગભગ ચાર વર્ષથી વધારે સમય પસાર થઈ ગયો હતો. દર્શનસિંઘ સાહેબે તો ઘણા સમય પહેલાંથી થીસિસ લખવાનું ચાલુ કરી જલદી કામ આટોપવાની વ્યવહાર સલાહ આપી હતી. પરંતુ હું મારી જાતને સંતોષી શક્યો નહોતો. બે ત્રણ પ્રશ્નો કે જેમના ઉકેલ મેં મેળવ્યા હતા તેની ચકાસણી માટે Hyderabadની Central Universityના પ્રાધ્યાપક V. Kannanને મેં પત્ર લખ્યો હતો. (Internet અને Personal

Computerનો જમાનો હજી આવ્યો નહોતો) જવાબની રાહ જોતાં જોતાં અને લાધાવાલા સાહેબની સલાહને ધ્યાનમાં રાખીને, થીસિસનું કાચું માળખું તૈયાર કરતાં કરતાં મનોમન નક્કી કર્યું હતું કે જો પ્રાધ્યાપક V. Kannan મારા ઉકેલોને માન્ય રાખે તો થીસિસ લખીને શક્ય તેટલું જલદી Ph.D.નું કાર્ય પૂર્ણ કરવું. ટૂંક સમયમાં જ Kannan સાહેબનો મારા ઉકેલોને માન્ય રાખતો અને પ્રશંસા કરતો પત્ર મળ્યો અમે ત્રણે (હું, લાધાવાલાસાહેબ અને દર્શનસિંઘ સાહેબ) ખૂબ જ ખુશ થયા અને મારી થીસિસ લખવાનું કાર્ય મેં ચાલુ કર્યું. આગળ જણાવ્યા મુજબ હજી Personal Computerનો જમાનો આવ્યો ન હતો. હું એક પછી એક પ્રકરણની હસ્તપ્રતનો પ્રથમ મુસદ્દો (Draft) લખીને મારા પિતાજી કે જેઓ અંગ્રેજીના શિક્ષક હતા તેમને બતાવતો. તેઓનો અંગ્રેજી ભાષા પરનો કાબૂ ખૂબ જ સારો હતો. તેમની સાથે બેસીને ભાષાની રીતે શક્ય તેટલું સારું લખાણ થાય તે અમે જોતા. ત્યારબાદ ફરીથી લખીને હું બીજી હસ્તપ્રત તૈયાર કરતો. આ બીજી હસ્તપ્રત હું, લાધાવાલાસાહેબ અને દર્શનસિંઘસાહેબ ત્રણે સાથે બેસીને ચકાસતા. આમ ગણિત અને ભાષાની દૃષ્ટિએ શક્ય તેટલી પૂર્ણ હસ્તપ્રત તૈયાર થતી. સૂચવેલ સુધારાઓને સમાવીને સમગ્ર હસ્તપ્રત ત્રીજી વખત હું જાતે લખતો અને તે પછી Typist (Manual) પાસે જતી.

આમ અમારા સૌના સંતોષ (હા! લાધાવાલાની પ્રશંસા અને તેમનો સંતોષ મારે માટે સૌથી મહત્વની વાત હતી) અને સૌની મહેનત અને સહયોગ સાથે મેં મારા Ph.D. થીસિસનું કાર્ય પૂર્ણ કર્યું. આમ કાગળ પર (on paper) મારા માર્ગદર્શક ન હોવા છતાં અને જેનાથી બીજો કોઈ દુન્યવી લાભ થવાનો ન હોવા છતાં કેવળ ગણિતના આનંદ અને એમને યોગ્ય લાગેલી વ્યક્તિને મદદ કરવાની ઉચ્ચ ભાવના સાથે લાધાવાલાસાહેબે મને મારી શૈક્ષણિક કારકિર્દી બનાવવામાં જે મદદ કરી છે તેનું ઋણ ચૂકવવા હું હરહંમેશ તૈયાર રહ્યો.

Ph.D. થીસિસ કેટલાં પાનાંની, કેટલાં પ્રકરણોની, કેટલા ઊંડાણવાળી અને તે કેવી રીતે લખવી જોઈએ તે અંગે તુંડે તુંડે મતિભિન્ના જેવી પરિસ્થિતિ એ વખતે પણ હતી, આજે પણ છે અને ભવિષ્યમાં પણ રહેશે. આ સંદર્ભે એક હળવી અને સાચી બનેલી ઘટનાની વાર્તા કહેવાનું રોકી શકતો નથી.

ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં ગ્રંથાલયમાં હું કોઈ સામયિક વાંચી રહ્યો હતો. સંસ્કૃતમાં Ph.D. કરી રહેલ એક બહેન આવ્યાં અને મને પૂછવા લાગ્યાં કે આપ શું કરો છો? એક-બીજાની ઓળખાણને લગતા સામાન્ય પ્રશ્નોની અને તેના જવાબોની યોગ્ય અને સાચી આપ-લે થઈ. એમણે પ્રશ્ન કર્યો કે મારી થીસિસ કેટલાં પાનાંની થઈ? મેં ઉત્તર આપ્યો : બાસઠ (62) પાનાંની. પેલાં બહેને આગળ ચલાવ્યું

“તમારે ત્યાં (એટલે કે ગણિત વિભાગમાં) આવું જ ધુપ્પલ ચાલે છે? મારે તો સાત પ્રકરણ થયાં અને 300 પાનાં થયાં, તો પણ મારા માર્ગદર્શક કહે છે કે હજી વધારે કરો... Ph.D.ની પદવી માટે આટલું પૂરતું ન કહેવાય... વગેરે...”. મેં જવાબ આપ્યો, “આ તો મારે પાંચ વર્ષમાં પતાવવું હતું એટલે મેં 62 પાનાં કર્યાં. જો મને વધારે સમય મળ્યો હોત તો મારું લક્ષ્ય તો 20 (લાધાવાલાની થીસિસ) પાનાનું જ હતું !!!” કદાચ મારો જવાબ સાંભળી ગણિત વિભાગમાં ખોટું ચાલી રહ્યું છે તેવી એમની લાગણીથી તે ખૂબ દુઃખી થયાં હશે. કેટલીક વ્યક્તિઓના દૃઢ ખ્યાલોને દૂર કરવા અશક્ય હોય છે તેમ માનીને એમની સાથે વધુ ચર્ચા ટાળી એમને એમની માન્યતામાં રહેવા દઈને અમે એકબીજાની વિદાય લીધી !!!

1981થી 1985 દરમિયાન એક બીજી પ્રવૃત્તિ ચાલુ થઈ હતી અને તે પણ લાધાવાલાસાહેબની જ દેણગી કહી શકાય. અને એ પ્રવૃત્તિ હતી વિશ્લેષણ (Analysis)માં રસ ધરાવનારાઓની માસિક બેઠક. સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટીનાં વિશ્લેષણ (Analysis)માં રસ ધરાવનાર એમ.એચ.વસાવડા, સુભાષ ભટ્ટ, રેખાબેન મહેતા, એ.બી. પટેલ, બી.સી. ગુપ્તા અને અન્ય ઘણાં; M.S. Universityમાંથી વી.ડી. પાઠક અને ક્યારેક પાટડિયા સાહેબ તથા ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાંથી હું અને લાધાવાલા સાહેબ લગભગ નિયમિત રીતે રવિવાર અથવા જાહેર રજાના દિવસે વધારેવાર

વલ્લભ વિદ્યાનગર, ક્યારેક વડોદરામાં મળતાં. ત્રણ-ચાર વ્યાખ્યાનો થાય અને ચર્ચાઓ થાય. આ વિશ્લેષણ બેઠકમાં મેં પણ વ્યાખ્યાનો આપ્યાં અને એ દરમિયાન જ Oxtoby નું ‘Measure and Category’ પુસ્તકનાં કેટલાંક પ્રકરણો અમે બન્નેએ સાથે વાંચ્યાં અને એના પરથી પણ વ્યાખ્યાનો આપ્યાં. ગાંધી-ચોતરા (ગુજરાત યુનિવર્સિટી સ્ટાફ ક્વાર્ટર્સ) A-56 નંબરની AMTS બસનું એ વખતનું અંતિમ બસ સ્ટોપ હતું. અહીંથી કાલુપુર રેલવે સ્ટેશન જવાનું. ગુજરાત કે સૌરાષ્ટ્ર એક્સપ્રેસ પકડવાનો, આણંદ થઈને વલ્લભ વિદ્યાનગર પહોંચવાનું. વિશ્લેષણ (Analysis)નાં વ્યાખ્યાનો સાંભળવાનાં, ચર્ચાઓ પૂરી કરીને સાંજે પાંચ વાગે ફરી પાછી આણંદથી લોકલ પકડવાની, મણિનગર ઊતરીને ગુજરાત યુનિવર્સિટી પાછા ફરવાનું. લોકલમાં ક્યારેક વ્યાખ્યાનો દરમિયાન ઊભા થયેલા પ્રશ્નોની ચર્ચા ચાલે. તો ક્યારેક Mathematics Magazine કે American Mathematical Monthlyમાં આપેલા પ્રશ્નોમાંથી રસ પડતા પ્રશ્નોની ચર્ચા ચાલે. આમ લગભગ 1986 સુધીનો સમય ગાળો મારા માટે ગણિત કરવાનો અને ગણિત જ્ઞાન મેળવાનો ઉત્તમ ગાળો બની રહ્યો. ત્યાર પછીનાં મારાં થોડાં વર્ષો નિરાશા, હતાશા તથા ડિપ્રેશન (Depression)માં વીત્યાં. પણ લાધાવાલા, સુભાષભાઈ જેવા મિત્રો અને વસાવડાસાહેબ, એ.એમ.વૈદ્યસાહેબ જેવા વડીલોનાં આશીર્વાદ અને

સમયોચિત સલાહ, માર્ગદર્શનથી ફરી પાછી મારી ગાડી પાટા પર ચડી ગઈ!!!

લાધાવાલાસાહેબને ગણિતસંબંધી વ્યાખ્યાનો આપવાનું ગમતું અને તે હોંશભેર, રસપૂર્વક અને સુંદર રીતે આ કાર્ય કરતા. ગણિતનાં વ્યાખ્યાનો સાંભળવાનો એક પણ મોકો તે હાથમાંથી જવા દેતા નહીં. લાધાવાલા સાહેબે પોતે ખૂબ જ સારું સંશોધન કાર્ય કર્યું હતું અને એટલું જ સારું સંશોધન કાર્ય યોગ્ય લોકોને કરાવી શક્યા હોત જેને માટે તે સમર્થ પણ હતા જ. પરંતુ એમનું પોતાનું ભારત પાછા ફરવાનું મહત્ત્વનું કારણ કૌટુંબિક જવાબદારીઓ અને સામાજિક જીવન કે જેનો એમણે સતત આઠ વર્ષના વનવાસ (અમેરિકાવાસ) દરમિયાન ભોગ આપ્યો હતો તે હતું. મારું નમ્રપણે માનવું છે કે ભણવું, ભણાવવું અને સામાજિક જીવન આ ત્રણ વસ્તુના ભોગે કશું ન કરવું તે તેમના મનમાં ખૂબ જ સ્પષ્ટ હતું. તેથી તે ખૂબ જ મર્યાદિત ઇતર જવાબદારીઓ લેતા. પરંતુ જે કામ લેતા તે તેમના સ્વભાવ પ્રમાણે ખૂબ જ ખંત, ધીરજ અને ખરાદિલ (Sincerity)થી કરતા. દા.ત. ગુજરાત ગણિત મંડળના ખજાનચી તરીકેનું કાર્ય તેમણે 1982થી 1988, તે છ વર્ષ માટે અત્યંત ચીવટથી કર્યું, પરંતુ ગુજરાત ગણિત મંડળનું પ્રમુખપદ ન શોભાવ્યું તે ન જ શોભાવ્યું !!!

હા ! એમણે ખૂબ જ ઓછું લખ્યું પણ જે લખ્યું તે સંબંધિત સર્વેની ધીરજ ખૂટી જાય તેટલી ધીરજથી અને સંપૂર્ણ રીતે સરસ લખ્યું. તેનો હું સાક્ષી રહ્યો છું.

અનંતી વિષે ગુજરાત વિશ્વકોશ માટે તેઓ જ્યારે લેખ લખતા હતા ત્યારે તેમણે શું લખવું જોઈએ તે લગભગ બધું જ ખબર હોવા છતાં, ખૂબ જ સમય લીધો હતો. લેખ સંબંધે મારી સાથે ખૂબ જ વાતો અને ચર્ચા કરતા હતા અને અંતમાં ‘અનંતી’ વિષેનો એ લેખ એમણે અનંતકાળ માટે ન લંબાવતાં ફક્ત બે-ત્રણ સ્મૃતિપત્રો (Reminders) મળ્યાં પછી જ પૂરો કર્યો !!!

લાધાવાલાસાહેબની ગણિત સમજવાની, સમજાવવાની અને કરવાની આગવી લાક્ષણિકતાઓ તથા તેમનાં પ્રભાવશાળી વ્યાખ્યાનો (અભ્યાસક્રમને લગતાં કે અન્ય)એ અનેક સારા વિદ્યાર્થીઓને અને પ્રાધ્યાપકોને પ્રત્યક્ષ રીતે કે પરોક્ષ રીતે ઉચ્ચ પ્રકારનું સંશોધન કાર્ય કરવા માટે પ્રોત્સાહિત કર્યાં છે.

ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાંથી 2010માં નિવૃત્તિબાદ થોડા જ સમયમાં લાધાવાલાસાહેબે IIT-Gandhinagar માં સંલગ્ન ફેકલ્ટી (Adjunct Faculty) તરીકે અઠવાડિયામાં ત્રણ-ચાર દિવસનું કામ સ્વીકાર્યું. થોડા સમય પહેલાં તબિયતને કારણે કામ બંધ કરવું છે તેમ IITના અધિકારીઓને તેમણે જણાવ્યું. IIT-Gandhinagarમાં પણ એમનું ખૂબ જ માન હોવાને કારણે લાધાવાલાને પડતી મુશ્કેલીઓ દૂર કરવા કે ઓછી કરવા માટે તરત જ બે-ત્રણ વિકલ્પો આપવામાં આવ્યા. તેમાંના બે વિકલ્પો નીચે પ્રમાણેના હતા. વિકલ્પ (1) : લાધાવાલાના South-Bopalના ઘરેથી IIT-Gandhinagarના નવા કેમ્પસ

સુધી અઠવાડિયામાં ત્રણ દિવસ લેખે ટેક્સી (Taxi)નું આવવા જવાનું ભાડું માસિક રૂપિયા 12,000/- લેખે સંસ્થા આપશે. (2) કેમ્પસ ઉપર જ રહેવાની સગવડ. અંતમાં એમણે વિકલ્પ (1) પસંદ કર્યો. અને કામ ચાલુ રાખ્યું. થોડા જ સમયમાં કોરોના મહામારી આવી અને Online ભણાવવાનું ચાલુ થયું. પેલા રૂપિયા 12,000/- પ્રતિ માસ જમા થતા જ રહ્યા પણ આપણા લાધાવાલા સાહેબને તે યોગ્ય ન લાગ્યું. એમણે IITમાં સંબંધિત વ્યક્તિને સામે ચાલીને જણાવ્યું કે ટેક્સી (Taxi)ના રૂપિયા 12,000/- જમા કરવાનું બંધ કરો, હવે હું Online ભણાવું છું !!! આવા નેક આદમી આ જમાનામાં જવલ્લે જ જોવા મળે છે.

આ વર્ષનો π -દિવસ, માર્ચ 14, 2021; રવિવારે આવતો હોવાથી માર્ચ 13, 2021 ને શનિવારે હું અને લાધાવાલા સાહેબ, Indus University તરફથી આયોજિત વ્યાખ્યાન શ્રેણીમાં વ્યાખ્યાનો આપવાના હતા. તદ્દુપરાંત માર્ચ 7, 2021 રવિવારે લાધાવાલા સાહેબના ઘેર સુગણિતમ્ ટ્રસ્ટની બેઠક રાખવાનું નક્કી થયું હતું. લાધાવાલાસાહેબે એમના પત્ની સ્મિતાબેનને જણાવ્યું હતું કે માધવીબેન (મારાં પત્ની)ને ફોન કરીને કહો કે મારી સાથે સુગણિતમ્ ટ્રસ્ટની બેઠક દરમિયાન તેઓ પણ આવે, સાથે ચા-પાણી કરીએ, ઘણા વખતથી મળ્યાં નથી. છેલ્લા ચાર દાયકામાં ઘણા બધા સામાજિક અને શૈક્ષણિક પ્રસંગો દરમિયાન અમને

સાથે રાખનાર પ્રભુને કદાચ લાધાવાલાસાહેબ સાથેની છેલ્લી બે મુલાકાતો મંજૂર નહોતી !!!

લાધાવાલાસાહેબના જવાથી ગુજરાત અને દેશના ગણિત જગતને એક ન પૂરી સકાય તેવી ખોટ પડી છે. લાધાવાલાસાહેબના જીવનામાંથી એમનાં

કેટલાક સદ્ગુણો અને લાક્ષણિકતાઓને આપણે આપણા જીવનમાં ઉતારવા સમર્થ થઈએ તે માટેના યોગ્ય પ્રયત્નો કરવા માટે પ્રભુ આપણને શક્તિ આપે એ જ અભ્યર્થના સાથે આ મહાન આત્માને પ્રણામ કરી વિરમું છું...

Tribute to Path Maker Prof. N. R. Ladhawala

Prof. Nita H. Shah

Department of Mathematics, Gujarat University, Ahmedabad
(M) 9825261816

I was greatly saddened by the news that Professor Dr. N.R. Ladhawala had passed away on Friday, March 5, 2021. With the passing of Prof. Ladhawala, Analysis has lost one of its foremost visionary mathematicians who had the greatest dip knowledge of Analysis in breadth and depth and few peers in the areas of his professional interest. Apart from being a truly eminent mathematician, a great educator, a man of vision, scientific integrity, extraordinary leadership and tremendous energy, Prof. Ladhawala had a humble and warm approach to people and took a personal and keen interest in his student's welfare and work.

I had the privilege to work with Sir in the department and off the department. Sir had enormous capacity for mathematics, fertile imagination and great enthusiasm for inquiry is beyond imagination. He has been

inspiration for me and thousands of students of department of mathematics as a teacher and great human being. He was an awesome perfectionist and always encouraged to strive for excellence with his down to earth attitude. His passion, dedication and pursuit for excellence in everything he does always have given me example that person like him exists.

I always aspire to be like him. He infused in me passion for mathematics.

I pay my tribute to this great soul with whom I got chance to study and work with and will always try to follow the footprints laid down by him.

May his eternal soul rest in PEACE and Almighty give lots of courage and will to his family members and mathematics community to face this loss.

* * *

Prof. N. R. Ladhawala

Dr. M.G. Nadkarni
Mumbai. (M) 09479725236

I have not had any continuous association with N. R. Ladhawala, such as being colleagues together or living in the same city, but have known and met him on number of occasions ever since I first met him at Indian Statistical Institute, Kolkata where he had an appointment and I was visiting the Institute either from Indore or Mumbai. He was naturally friendly and I have enjoyed this friendship ever since that meeting. We have met in conferences and discussion meetings on harmonic analysis and also when I visited Vidyanagar or Ahmedabad for such meetings or some other work.

I would like to digress a little before I come back to Ladhawala.

Convergence of a Fourier Series has been a deep area of research ever since Joseph Fourier defined them early in nineteenth century. The contributions of Dirichlet and Fejer are already very well known. In 1913, Nikolai Lusin conjectured that Fourier series of a square summable function converges almost everywhere. In 1923 A. N. Kolmogorov, great mathematician of 20th century, discovered a summable function whose Fourier series diverged almost everywhere. He was then only a 20 years old student working under

Lusin. His result cast some doubt on the validity of Lusin's conjecture. But in 1966 Lennart Carleson proved that Lusin's conjecture was true. His proof was very hard and, according to Wikipedia, "only understood in late 80s and early 90s when a general theory of operators arrived and brought mathematicians closer to using his striking ideas with ease." Nevertheless, dedicated persons did read and understand Carleson's work. In 1968 Richard Hunt, a fresh Ph. D., extended Carleson's theorem to functions whose p th power was summable for some p greater than 1. Hunt received Salem Prize in Harmonic Analysis for this work.

Around the same time, in early 70s, Charles Fefferman used the notion of bounded mean oscillation (BMO class of functions) in discussion of Hardy classes, both in one and higher dimensions, obtaining the dual of H^1 (super one) in particular. Fefferman got Field's medal in 1978 for his contributions.

I do not know if Ladhawala was aware of these developments before going to Purdue university for his Ph.D.. In any case, it was very courageous of Ladhawala to have chosen to work in the then new and deep areas of analysis. His thesis guide was

Richard Hunt. In 1976, the year Ladhawala got his Ph.D., he published two papers: one on absolute summability of Walsh fourier series and other jointly with D. C. Pankratz on almost everywhere convergence of similar series. In both these papers new ideas discussed above are needed. The two papers are well cited and have led to further work.

Equipped with the new and advanced knowledge in analysis and having contributed to it, Ladhawala could have

made a successful academic career in America or in a central academic institute in India. However, Ladhawala chose to make his knowledge and learning available to a wider and less privileged community by deciding to work at a state university in the area where he grew up. His natural friendship hid a deeper person both in scholarship and sense of purpose.

He died early by the current norms of Longevity. I wish he had lived longer.

Prof. Narendra Ladhawala

Prof. Narendra Ladhawala unexpectedly expired, a loss to analysts. He was a good teacher

And we had exchanged notes while I was visiting IIT Gandhinagar for a semester.

First, I met him at Sardar Patel University when we had a 3 day meeting on Analysis and Functional Analysis. Later we periodically met at analysis group meeting, held at SPU, Gujarat University and Baroda University. The interaction was very useful and the friendship bond increased considerably.

Later I had visited his home at Ahmedabad, hospitality was very good.

Prof. Narendra was more busy with Harmonic Analysis and had good grip on Fourier Series. I wish he lived for a few more years.

Dr. V. Raghavendra
Bangalore (M) 9336117938

પ્રા. લાધાવાલાને સ્મરણાંજલિ

એમ.એચ. વસાવડા
વલ્લભ વિદ્યાનગર
(M) 9824669364

ભાઈ નરેન્દ્ર લાધાવાલાનો પ્રથમ પરિચય મને 1969માં થયો. એ સમયે તેઓ વડોદરાની એમ.એસ. યુનિવર્સિટીમાં M.Sc.ના બીજા વર્ષમાં અભ્યાસ કરતા હતા. મને તેમના શિક્ષક હોવાનું સદ્ભાગ્ય સાંપડ્યું હતું. અત્યંત તેજસ્વી અને એટલા જ શાંત. ત્યાર પછી ઘણા વિદ્યાર્થીઓને ભણાવવાનું થયું. પરંતુ નરેન્દ્રની તોલે આવે એવા વિદ્યાર્થીને મળવાનું ભાગ્યે જ બન્યું. 1970માં વધુ અભ્યાસાર્થે જ્યારે તેઓ અમેરિકા ગયા. ત્યારે મેં તેમને એક વિચિત્ર લાગે તેવું કામ સોંપ્યું. મને 'Reader's Digest' વાંચવું ગમે. અમેરિકાના પાંચ વર્ષના નિવાસ દરમિયાન RDની અમેરિકન આવૃત્તિ વાંચવાની ટેવ પડી ગઈ હતી. 1969માં ભારત પરત ફર્યા બાદ અહીં એ આવૃત્તિ વાંચવા ન મળતી. મને ખ્યાલ હતો કે અમેરિકામાં વિદ્યાર્થીઓ માટે રીડર્સ ડાઈજેસ્ટનું લવાજમ મામૂલી કહી શકાય તેટલું હતું. મેં નરેન્દ્રને કહ્યું કે તેઓ અમેરિકામાં RDના ગ્રાહક બને અને છ અંકો ભેગા કરી સાદા પોસ્ટપાર્સલથી મને મોકલે. તેમણે એ કાર્ય પૂરી નિષ્ઠાની નિભાવ્યું. ગુરુદક્ષિણામાં તેમણે ગુરુને જ્ઞાન આપ્યું. તેજસ્વી તો ખરા જ, કર્તવ્યનિષ્ઠ પણ પૂરા. આભાર નરેન્દ્ર !

સાત વર્ષના અમેરિકાના નિવાસ પછી પણ તેઓ સંબંધો ભૂલ્યા ન હતા. ભારત પાછા ફર્યા ત્યારે તેમના વતન ઉમરેઠમાં તેમનો સન્માન સમારંભ યોજાયો હતો. કાર્યક્રમમાં મને આમંત્રણ મળ્યું — અતિથિવિશેષ તરીકે. સન્માન તો તેમનું હતું. પણ સાથે મારું સન્માન હોય તેવી લાગણી મને થઈ. ફરી આભાર. ડૉ. લાધાવાલા !

1979માં તેઓ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં જોડાયા બાદ અમે અવારનવાર મળતા રહ્યા. સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી અને ગુજરાત યુનિવર્સિટીના અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગો વચ્ચે અભ્યાસક્રમની ચર્ચા, પરીક્ષાનું કામકાજ, વ્યાખ્યાનો, કાર્યશિબિરો વગેરે માટે અધ્યાપકોની આવનજાવન આમ પણ ઘણી રહેતી. તેમાં ડૉ. લાધાવાલાને ગણિતની જે શાખામાં રસ હતો — Functional Analysis - તેમાં સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટીના ઘણા અધ્યાપકોને પણ રસ હતો. પરિણામે ડૉ. સુભાષભાઈ ભટ્ટ, ડૉ. રેખાબહેન મહેતા, ડૉ. બી.સી. ગુપ્તા, ડૉ. એ.બી. પટેલ વગેરે અધ્યાપકો સાથે ડૉ. લાધાવાલાને નિકટના મિત્રાચારીભર્યા સંબંધો બંધાઈ ગયા હતા. ગણિત વિભાગના અધ્યાપકો તો ખરા જ, ડૉ. બી.વી. લીમચે (મુંબઈ), ડૉ. એમ.જી. નાડકર્ણી (મુંબઈ),

ડૉ. એ.ડી. જોશી (પુણે) જેવા વિભાગમાં આવતા મહેમાન ગણિતજ્ઞો પણ ડૉ. લાધાવાલાના મિત્રો બની ગયા હતા.

1985માં સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટીના ગણિત વિભાગ દ્વારા ઈન્ડિયન મેથેમેટિકલ સોસાયટીના વાર્ષિક અધિવેશનનું આયોજન કરવામાં આવ્યું હતું. અધિવેશનના પહેલા દિવસે લાધાવાલાસાહેબ વહેલી સવારે અમદાવાદથી વિદ્યાનગર આવી ગયા હતા અને અન્ય સ્વયંસેવકો સાથે તેમને માર્ગદર્શન આપવા અને મદદરૂપ થવા રજિસ્ટ્રેશન કાઉન્ટર પર બેસી ગયા હતા. વિદ્યાનગરના ગણિત વિભાગ સાથે કેવી આત્મિયતા અને સાહજિક રીતે મદદરૂપ થવાની કેવી વૃત્તિ !

1980-90ના દાયકામાં એમ.એસ.યુનિવર્સિટી, ગુજરાત યુનિવર્સિટી અને સ.પ. યુનિવર્સિટીના Analysisમાં રસ ધરાવતા ગણિતના અધ્યાપકોએ એક ગ્રુપ બનાવ્યું. આ ગ્રુપની સ્થાપના અને પ્રવૃત્તિમાં ડૉ. લાધાવાલાસાહેબનો ફાળો મહત્વનો હતો. પાંચેક વર્ષ ચાલેલી આ પ્રવૃત્તિમાં દર મહિને જુદી જુદી જગ્યાએ એક મીટિંગ થતી. ગ્રુપના દશ-બાર સભ્યોમાંથી કોઈ પાસે એ વખતે Car ન હતી. સભ્યો સ્વખર્ચે ટ્રેઈન કે બસમાં મુસાફરી કરી મીટિંગના સ્થળે પહોંચતા અને લંચ માટે ટિફિન પણ સાથે લઈ જતા. દિવસભરની ચર્ચાને અંતે સાંજે છુટ્ટા પડતા. આ પ્રવૃત્તિને કારણે સૌ સભ્યોને લાધાવાલાસાહેબનો વિશેષ પરિચય થયો.

મને લાધાવાલાસાહેબ બીજા એક કારણસર યાદ રહેશે. 2013થી 2020નાં વર્ષો દરમિયાન પ્રા.એ.આર.રાવ ફાઉન્ડેશનની પ્રવૃત્તિના ભાગરૂપે દર પંદર દિવસે, રસ ધરાવનાર સોએક જેટલી વ્યક્તિઓના ગ્રુપમાં હું ઈ-મેઈલથી 'Mathematics Newsletter' મોકલતો. તેના પ્રતિભાવ જૂજ પ્રમાણમાં આવતા. એક લાધાવાલાસાહેબ એવી વ્યક્તિ હતા – જે નિયમિત રીતે પ્રતિભાવ કે પહોંચ લખતા. છેવટે બીજું કંઈ નહીં તો તેઓ 'Interesting' કે 'Received-Thank you' એટલું તો લખે જ. આભાર લાધાવાલાસાહેબ ! કોઈકે ક્યાંક Newsletterની નોંધ લીધી છે, એ જાણીને સંતોષ થતો.

લાધાવાલાસાહેબ બોલે ઓછું. કોઈકવાર તો એવું લાગે કે (ગણિત સિવાયના વિષય પર) જાહેરમાં તેમને બોલતાં ફાવતું નહિ હોય. પરંતુ એ વાત સાચી ન હતી. બીલીમોરામાં ગુજરાત ગણિત મંડળના અધિવેશનમાં પ્રા. અરુણભાઈ વૈદ્યની 75મી જન્મજયંતિના કાર્યક્રમમાં તેઓએ સુંદર વક્તવ્ય આપ્યું હતું. ત્યારબાદ પ્રા. એ.કે.દેસાઈની નિવૃત્તિ વેળાએ અમદાવાદમાં યોજાયેલ કાર્યક્રમમાં પણ તેઓ સરસ બોલ્યા હતા. મને યાદ છે એ પ્રમાણે બીલીમોરાનું તેમનું વક્તવ્ય ગુજરાતીમાં હતું, જ્યારે અમદાવાદનું તો ચોક્કસ અંગ્રેજીમાં હતું. આમ બંને ભાષાઓ પરના તેમના કાબૂની પણ પ્રતીતિ થઈ હતી.

ડો.લાધાવાલાસાહેબે સુંદર શરૂઆત પછી, અને પૂરી ક્ષમતા છતાં, સંશોધન પ્રવૃત્તિ આગળ ન વધારી. જો તેમણે સંશોધન પ્રવૃત્તિ ચાલુ રાખી હોત તો શુદ્ધ ગણિત (Pure Mathematics)ના સંશોધન ક્ષેત્રે ગુજરાતનું ગણિત સમૃદ્ધ બન્યું હોત. પણ એક વાત નક્કી. એમનો ગણિતનો રસ એટલો જ જીવંત રહ્યો અને તેમની અભ્યાસવૃત્તિ એટલી જ સતેજ રહી. તેમની ઊંડી સમજનો લાભ વર્ગખંડમાં તેમના વિદ્યાર્થીઓને મળ્યો. વર્ગખંડ બહાર તેમની સાથેની ચર્ચાને કારણે ડો. નિમિષ શાહ અને ડો. એ.કે. દેસાઈ જેવા ભાવિ ગણિતજ્ઞોને પ્રેરણા મળી. તેમનાં પ્રભાવક અને અસરકારક વ્યાખ્યાનો માહિતિસભર અને રસપ્રદ રહેતાં. ગુજરાત ગણિત મંડળનાં અધિવેશનોમાં તેમની હાજરી અને મંડળની પ્રવૃત્તિઓમાં તેમની સહભાગિતાએ મંડળની પ્રગતિમાં ફાળો આપ્યો છે. તેમણે ગુજરાત બહાર પરિષદોમાં ભાગ લઈને ગુજરાત ગાણિતિક ઓળખ વધારી છે. ગુજરાતનો ગણિતસમાજ ડો. લાધાવાલાનાં આ સર્વ પ્રદાનો માટે તેમને લાંબા સમય સુધી યાદ કરશે.

ડો. લાધાવાલાસાહેબના ચહેરા પર હંમેશાં આછું

સ્મિત ફરકતું જોવા મળે. તેમના સંગનો રંગ હોય કે પછી પોતાના નામનો પ્રભાવ હોય, સ્મિતાબહેન પણ હંમેશાં હસતાં અને હસતાં. આ દંપતીનું જેટલું સ્વાભાવિક સ્મિત, એટલી જ સ્વાભાવિક તેમની આતિથ્યભાવના. તેઓના આ સસ્મિત આતિથ્ય માણવાનો અવસર મને 2019માં સાંપડ્યો હતો. મારા ભાણેજ અને ડો. લાધાવાલાસાહેબના કોલેજકાળના મિત્ર. અમેરિકાસ્થિત ડો. સુનીલ અંતાણી સાથે ભોજન માટે તેઓએ મને આમંત્રણ આપ્યું હતું. ભોજન બાદ નિરાંતે વાતો કરી. મને રિક્ષા મળી ત્યાં સુધી મૂકવા આવ્યા. એ અમારી છેલ્લી રૂબરૂ મુલાકાત. ત્યારબાદ ફોન પર વાત થઈ. પરંતુ રૂબરૂ મળવાનું ન થયું. 5મી માર્ચ, 2021ની સાંજે તેમનાં અંતિમ દર્શન માટે જ્યારે મારાં પત્ની અને હું તેમને ઘેર ગયાં ત્યારે સ્મિતાબહેન શોકાતુર, પણ સ્વસ્થ હતાં. અત્યંત દુઃખદ ઘટના બની ગઈ હોવા છતાં પરિવારજનો જે રીતે સ્વસ્થ હતાં એ જોઈને લાગ્યું કે લાધાવાલાસાહેબના સ્વસ્થતા અને સૌમ્યતાના સંસ્કારો પરિવારજનોએ પણ પૂરા ઝીલ્યા છે. પ્રભુ લાધાવાલાસાહેબના આત્માને ચિરઃ શાંતિ આપે એ જ પ્રાર્થના...



સ્વ. પ્રો. (ડૉ.) નરેન્દ્ર રમણલાલ લાઘાવાલાને આદરાંજલિ

વિજય પાઠક,
વડોદરા
(M) 9426324267

મારા પરમ મિત્ર ડૉ. નરેન્દ્રને યાદ કરતાં જ એમની સાથે વિતાવેલી અનેક પળોની સ્મૃતિઓ મનમાં ઊભરી આવે છે. એમને માટે મારા મનમાં રહેલી આદર અને પ્રેમની લાગણીઓને કાગળ પર ઉતારવાનું કાર્ય મારા માટે ખૂબ જ અઘરું છે. તેમ છતાં મારા ગુરુ આદરણીય પ્રો. વસાવડા સાહેબના આમંત્રણના પ્રત્યુત્તરમાં આ આદરાંજલિ લખવાનો પ્રયત્ન કરું છું.

વડોદરાની મ.સ.યુનિવર્સિટીમાં મારી શિક્ષક તરીકેની કારકિર્દીનાં શરૂઆતનાં વર્ષોમાં નરેન્દ્રનો બી.એસસી.ના વિદ્યાર્થી તરીકે પહેલો પરિચય થયો. ત્યારે જ એમની ગણિતની સારી સમજ અને આગવી પ્રતિભાની ચર્ચા ડિપાર્ટમેન્ટમાં ચાલતી. અમારા સદ્ભાગ્યે એમને માનનીય શ્રી રાવજીભાઈ પટેલ સાહેબ, પ્રો. યુ.એન. સિંઘ સાહેબ, પ્રો. મણેરીકર સાહેબ, પ્રો. વસાવડા સાહેબ, પ્રો. વી.એમ. શાહ સાહેબ જેવા શિક્ષકોનો લાભ મળ્યો. નરેન્દ્ર આ બધા જ માનવંતા શિક્ષકોના અને ખાસ કરીને શ્રી રાવજીભાઈ પટેલ સાહેબના પ્રિય વિદ્યાર્થી હતા. ગણિત વિભાગના વિદ્યાર્થીસંઘના વાર્ષિક દિવસની ઉજવણીમાં નરેન્દ્રએ સારા શિક્ષકોને બિરદાવી અને બીજા શિક્ષકોની ખામીઓની ચર્ચા કરી એના નીડર

અને નિખાલસ સ્વભાવનો પરિચય કરાવ્યો. બી.એસસી. અને એમ.એસસી.ની પરીક્ષાઓ ઉત્તમ ગુણ અને પ્રથમ ક્રમાંક સાથે પાસ કર્યા બાદ નરેન્દ્ર અમેરિકાની પરજ્યુ યુનિવર્સિટીમાં ઉચ્ચ શિક્ષણ માટે ગયા. ત્યાં એમણે ટીચિંગ આસિસ્ટન્ટશીપ તેમજ શિષ્યવૃત્તિ મેળવી પીએચ.ડી.નો અભ્યાસ પૂર્ણ કર્યો. પીએચ.ડી.ની પદવી મેળવ્યા બાદ અમેરિકાની ડીપોલ યુનિવર્સિટીમાં શિક્ષક તરીકેની કારકિર્દીની શરૂઆત કરી. અમેરિકામાં જ એમની કારકિર્દીને વિકસાવવાની સંપૂર્ણ શક્યતા હોવા છતાં માનનીય વસાવડા સાહેબ, માનનીય અરુણભાઈ વૈદ્ય સાહેબ જેવા મહાનુભાવોને અનુસરીને સ્વદેશ પાછા આવવાનું પસંદ કર્યું.

સ્વદેશ આવ્યા બાદ તેઓ લગભગ એક વર્ષ માટે કલકત્તા સ્થિત ઈન્ડિયન સ્ટેટીટીકલ ઈન્સ્ટિટ્યૂટમાં વિઝિટીંગ રિસર્ચ ફેલો તરીકે કાર્યરત હતા અને ત્યારબાદ 1979માં ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં ગણિત વિભાગમાં જોડાયા. એ કાળ દરમિયાન અમારે મ.સ. યુનિવર્સિટીમાં, ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં, ગુજરાત ગણિત મંડળનાં અધિવેશનોમાં તેમજ ઇતર શૈક્ષણિક પ્રસંગોમાં મળવાનું થતું અને અમારો પરિચય ક્યારે ગાઢ

મૈત્રીમાં પરિવર્તિત થયો એની ખબર જ ના પડી. મારે ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં અવાર નવાર જવાનું થતું અને દરેક વખતે નરેન્દ્રને અચૂક મળવાનું થતું. ઘણીવાર ગણિત વિભાગના ડૉ. એ.કે. દેસાઈ, શ્રી હેમંત કામત અને બીજા મિત્રો સાથે ચા પીવા જવાનો, એમના ઘરે જમવા જઈએ ત્યારે શ્રીમતી સ્મિતાભાભીની મહેમાનગતિ માણવાનો અને એમના કુટુંબની નજીક આવવાનો મને લહાવો મળ્યો. ડિપાર્ટમેન્ટના ચા વિરામ દરમ્યાન જો ત્યાં હાજર રહેવાનું થાય, તો એમની ટી-ક્લબમાં અમે જતા ત્યારે માનનીય વૈદ્ય સાહેબ, માનનીય અરુણભાઈ, માનનીય દર્શનસિંગસાહેબ, માનનીય શેઠસાહેબ, માનનીય ખત્રીસાહેબ, માનનીય એલ.કે. પટેલસાહેબ જેવા વિદ્વાનોની હાજરીમાં ચાલતી જાત જાતની ચર્ચાઓ, માહિતીસભર રમૂજી વાતો કદી વિસરી શકાય એમ નથી.

1980ના દાયકામાં ગુજરાતની યુનિવર્સિટીઓમાં એનાલેસીસ વિષયમાં રસ ધરાવતા શિક્ષકો માટે માસિક પરિસંવાદ શરૂ કરવાનું નરેન્દ્રએ સૂચવ્યું અને તે મુજબ માનનીય વસાવડાસાહેબના માર્ગદર્શન હેઠળ “એનાલેસીસ પરિસંવાદ માળ” ની શરૂઆત થઈ. આ પરિસંવાદમાં મ.સ. યુનિવર્સિટી, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી અને ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં દર મહિનાના કોક એક રવિવારે ચાલતા, જેમાં ગુજરાતના શિક્ષકો સ્વખર્ચે ભાગ લેતા, ભાષણ આપતા અથવા નવા સંશોધનોની રજૂઆત કરતા. આ પરિસંવાદોમાં માનનીય વસાવડાસાહેબ, ડૉ. સુભાષભાઈ ભટ્ટ, ડૉ. રેખાબેન મહેતા, માનનીય

ડૉ. એન. વી. પટેલ, ડૉ. જે.આર. પાટડિયા, શ્રી હેમંત કામત, માનનીય શેઠસાહેબ અને નરેન્દ્રનો વિશેષ સહભાગ રહેતો અને આ યુનિવર્સિટીઓમાં આવતા ગુજરાત બહારના તજજ્ઞોનો પણ લાભ મળતો. આ પ્રવૃત્તિ લગભગ પાંચ વર્ષ સુધી ચાલી અને અમે બધાંએ ખૂબ જ રસપૂર્વક માણી અને તેમાંથી નવાં નવાં સંશોધનો કરવાની પ્રેરણા મેળવી.

ગુજરાત ગણિત મંડળ અને સુગણિતમ્માં નરેન્દ્રનું સવિશેષ યોગદાન હતું. મંડળનાં લગભગ બધાં જ અધિવેશનોમાં અમે સાથે ભાગ લેતા અને ગુજરાતનાં બધા મિત્રો સાથે રહેવાનો લાભ મેળવતા. આ અધિવેશનોમાં માનનીય વૈદ્ય સાહેબ, માનનીય રાવ સાહેબ, માનનીય અરુણભાઈ, માનનીય વસાવડા સાહેબ જેવા મુરબ્બી વિદ્વાનોની ઉપસ્થિતિથી આવનાર વર્ષ માટેની ઊર્જા મેળવતા. અવાર નવાર આ અધિવેશનોમાં નરેન્દ્રનાં વ્યાખ્યાનો સાંભળવાની તક મળતી. કોઈપણ વિષયના મૂળભૂત ખ્યાલોથી શરૂ કરી એ વિષયના વર્તમાન વિકાસ સુધી શ્રોતાઓને લઈ જવાની એમની શૈલી ખૂબ જ સરળ, રસપ્રદ અને વિદ્યાર્થીઓ તથા નવા શિક્ષકોને સમજાય એવી હતી. એમનાં વ્યાખ્યાનોમાં કંઈક નવું જાણવાનો આનંદ હંમેશા મળતો. મંડળની ઘણી શૈક્ષણિક પ્રવૃત્તિમાં એમની સાથે કામ કરવાનું થયું અને એમની નિઃસ્વાર્થ સેવાભાવી કાર્ય કુશળતાનો પરિચય થયો. Mathematics Today સામયિકના સંપાદક મંડળના સભ્ય તરીકે લાંબો સમય સુધી સેવાઓ આપી. ગણિત મંડળના ખજાનચી પદે રહી

ચૂકેલા ડૉ. નરેન્દ્ર લાઘાવાલા સાહેબને ગુજરાત ગણિત મંડળ હંમેશા યાદ રાખશે.

પરચ્યુ યુનિવર્સિટીમાં સંશોધન કાર્ય દરમિયાન નરેન્દ્રએ ફોરિયર એનાલેસીસના વિષયમાં થોડાં સંશોધન પત્રો લખ્યાં અને તે ગણિતનાં ખૂબ જ જાણીતાં સંશોધન સામયિકોમાં પ્રસિદ્ધ થયાં. પરંતુ ત્યારબાદ સામાન્ય રીતે ચાલતી સંશોધન પ્રવૃત્તિમાં એમને રસ પડ્યો નહીં અને એથી વિશેષ એમણે ગણિતની વિવિધ શાખાઓમાં અને મુખ્યત્વે ફોરિયર એનાલેસીસ વિષયની ઊંડી સમજ કેળવવામાં રસ લીધો. તેથી જ તેમની એનાલેસીસની ઊંડી સમજ ધરાવતા ગણિતજ્ઞ તરીકેની ખ્યાતિ ભારતમાં પ્રસરી. એમણે એમના કાર્યકાળ દરમિયાન ભારતની વિવિધ યુનિવર્સિટીઓમાં, આઈ.આઈ.ટી.ઓમાં અને શોધ સંસ્થાઓમાં વ્યાખ્યાનો આપ્યાં તેમજ તજજ્ઞ તરીકે સેવા આપી. ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં પ્રોફેસર અને 2001 થી 2010માં નિવૃત્ત થયા ત્યાર સુધી ગણિત વિભાગના વડા તરીકેનો કાર્યભાર સંભાળ્યો. એમના બહોળા વિદ્યાર્થી સમુદાયમાં એક સંનિષ્ઠ, વિદ્વાન અને શિસ્તપ્રિય છતાં પ્રેમાળ શિક્ષક તરીકે નામના મેળવી. તેથી જ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિત વિભાગના એલ્યુમિનિ એસોશિયેશને “એમને લાઈફ ટાઈમ એચિવમેન્ટ એવોર્ડ” આપી નવાજ્યા. એમની આગવી પ્રતિભાને ધ્યાનમાં રાખી, એમની નિવૃત્તિ બાદ નવી શરૂ થયેલી આઈ.આઈ.ટી. ગાંધીનગરમાંથી એમને એડજંક્ટ પ્રોફેસર તરીકે જોડાવાનું આમંત્રણ મળ્યું. આ આમંત્રણનો સ્વીકાર

કરી તેઓ આઈ.આઈ.ટી. ગાંધીનગરમાં જોડાયા અને એમના જીવનના અંત સુધી ત્યાં કાર્યરત રહ્યા. ત્યાં પણ એમને સંનિષ્ઠ અને ખ્યાતનામ શિક્ષક તરીકે નામના મળી. આ કાળ દરમિયાન મને પણ ત્રણ સેમેસ્ટર માટે આ જ આઈ.આઈ.ટી. માં ભણાવવાની તક મળી અને નરેન્દ્ર સાથે અમે અમારા બંનેના સહમિત્ર માનનીય પ્રો. મોહન જોશી સાહેબ, જેઓ નરેન્દ્ર સાથે પરચ્યુ યુનિવર્સિટીમાં હતા, એમની સાથે કામ કરવાનો લાભ મળ્યો. એ કાળ દરમિયાન વિતાવેલી સુંદર પળોની યાદ હજી પણ મારા મનમાં તાજી છે.

2019 કે 2020 દરમિયાન જ્યારે એમને હૃદયરોગનો અણસાર આવ્યો ત્યારે મારી એમની સાથે વાત થઈ હતી અને મેં એમને બાયપાસ સર્જરી અથવા એન્જિયોપ્લાસ્ટી કરાવી લેવાનો આગ્રહ કર્યો હતો. પરંતુ એમણે આયુર્વેદિક અને નેચરોપેથીની સારવાર લેવાનો માર્ગ અપનાવ્યો. એનાં સારાં પરિણામો પણ મળવા લાગ્યાં હતાં પણ આપણા કમનસીબે હાર્ટ એટેકના કારણે જ 5 માર્ચ 2021ના રોજ તેઓએ આપણા વચ્ચેથી વિદાય લીધી અને એમનાં બધા જ મિત્રો, પ્રશંસકો અને મોટા વિદ્યાર્થી પરિવારને શોકમાં ગરકાવ કરી ચાલ્યા ગયા. અત્યંત સરળ, સ્પષ્ટવક્તા પણ પ્રમાણ, રમૂજી સ્વભાવ ધરાવતા અને વિદ્વાન એવા પ્રો. (ડૉ.) નરેન્દ્ર રમણલાલ લાઘાવાલા સાહેબની સ્મૃતિ મારા મનમાં કાયમ રહેશે. આ મારા ગાઢ મિત્રને શોકભર્યા હૃદય સાથે સપ્રેમ આદરાંજલિ અર્પણ કરું છું.

* * * * *

શ્રદ્ધાંજલિ

પ્રા. નટવર રોઘેલિયા
અમદાવાદ.
(M) 9925024549

પ્રા. એન.આર. લાધાવાલા એટલે સૌમ્ય પ્રકૃતિ ધરાવતી મિતભાષી વ્યક્તિ. સુઘડ વસ્ત્રપરિધાન અને સ્મિતસભર ચહેરાથી એમની આગવી છાપ સામેવાળાના મન પર અંકાઈ જતી.

તેઓએ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગમાં જોડાયા બાદ પ્રોફેસર અને વિભાગાધ્યાક્ષના પદ સુધી પહોંચી શૈક્ષણિક તેમજ વહીવટી જવાબદારીઓ સુપેરે સંભાળી હતી. નિવૃત્તિ બાદ તેઓ આઈ.આઈ.ટી. ગાંધીનગર ખાતે પ્રોફેસર તરીકે સેવાઓ આપી રહ્યા હતા.

ગુજરાત ગણિત મંડળમાં સક્રિય રહીને તેમણે એકાધિક પદો પર રહીને અસરદાર ભૂમિકાઓ ભજવી હતી. આ મંડળની કારોબારીની કેટલીક ચર્ચાઓમાં તેમનાં સૂચનો અમુક નિર્ણયો લેવામાં ઉપયોગી નીવડતાં.

મેં તેમનાં વ્યાખ્યાનો વિશે સાંભળ્યું હતું પણ વ્યાખ્યાનો પ્રત્યક્ષ સાંભળવાનો મોકો નહોતો મળ્યો. કોલેજના અધ્યાપકો માટે ગુજરાત યુનિવર્સિટી, અનુસ્નાતક ગણિત વિભાગના ઉપક્રમે એક રિફ્રેશરકોર્સનું આયોજન થયેલું. મેં તેમાં ભાગ લીધેલ. એ રિફ્રેશરકોર્સ દરમિયાન પ્રા.લાધાવાલાએ Boolean Algebra વિશે વિશદ છણાવટભર્યાં

વ્યાખ્યાનો આપ્યાં હતાં. તેમનાં આ વ્યાખ્યાનોથી હું ખૂબ જ પ્રભાવિત થયો હતો અને ત્યારપછી મારી કોલેજમાં Boolean Algebra ભણાવવાનું મેં સામે ચાલીને સ્વીકાર્યું હતું.

‘The Man Who Knew Infinity’ : Robert Kanigelના પુસ્તકનો ગુજરાતી અનુવાદ ‘અનંતનો અઠંગ અભ્યાસી શ્રીનિવાસ રામાનુજન’ પ્રા. અરુણ મ. વૈદ્ય અને આ લખનાર દ્વારા કરવામાં આવેલ. અમારા આ અનુવાદની આખી હસ્તપ્રત પ્રા. એન.આર.લાધાવાલા જોઈ ગયા હતા અને તેમણે કરેલાં સૂચનોને પણ અમે અનુસર્યા હતા. ફલતઃ અમારા એ અનુવાદની ગુમવત્તા નિશંક વધી.

પરિશ્રમ એપાર્ટમેન્ટમાં જ્યારે પ્રથમવાર એમના ઘરે જવાનું થયું ત્યારે તેમનાં પત્ની સ્મિતાબેન, પુત્રી શેફાલી તેમજ પુત્ર નિમિતને મળ્યો ત્યારે આતિથ્યસભર ભાવથી જે આવકાર મળેલ એ હજુય યાદ છે. એમની પુત્રવધૂ અ.સૌ.મિતા અમારા ગોંડલ ગામની દીકરી છે. પછી તો અરસપરસ અમારાં પારિવારિક મિલનો થતાં રહ્યાં. આવી પ્રત્યેક મુલાકાતને કેમેરામાં કંડારીને કાયમી બનાવવી એ આ પરિવારની ખાસિયત છે. કોરોનાકાળ દરમિયાન અનુસંધાન પાના નં. 23 ઉપર

પ્રા. લાઘાવાલા સાહેબ

રેખાબેન મહેતા
વલ્લભ વિદ્યાનગર
(M) 9879328129

ગુજરાતના ગણિત-વિશ્લેષણના ગહન અભ્યાસી એવા સિતારાનો અચાનક વિલય થયો ! હજુ આ દુઃખદ ઘટનાના થોડાજ દિવસો પહેલાં તેમના કોઈ સંસ્થામાં આગામી કાર્યક્રમ વિશે GGM ગ્રુપમાં વાંચેલું, ત્યાં તો આ આઘાતજનક સમાચાર મળ્યા ! Analysis groupની બીજી ધરખમ વિકેટ ! (પહેલી સ્વ. પ્રા. સુભાષભાઈની.) તેમના અવસાનથી ગુજરાતનાં ગણિત-જગતને તો ખોટ પડી જ, અને મને અંગત રીતે સ્વજન-મિત્રની પણ ખોટ પડી.

લાઘાવાલા સાહેબ એટલે એક શાંત, નિરાભિમાની વ્યક્તિત્વ. મારા માટે વડીલ-મિત્ર. તેમનો પ્રથમ પરિચય એનાલીસીસ મીટિંગમાં 1982-83 માં થયો, જે ક્રમશઃ ગણિતીય અને વ્યક્તિગત મિત્રતામાં પરિણમ્યો. તે સમયે રાષ્ટ્રીય કક્ષાએ પણ એનાલીસીસની અનેક સેમિનાર, કોન્ફરન્સ, વર્કશોપ થતાં અને આવા ઘણા બધા કાર્યક્રમોમાં અમે સાથે ભાગ લીધેલો. ગુજરાત બહારના મિત્રો તો એવું જ સમજતા કે અમે બંને એક જ યુનિવર્સિટીમાં કામ કરીએ છીએ !

આવા કાર્યક્રમો પૈકી એક તે આઈ.આઈ.ટી., મુંબઈમાં યોજાયેલ ત્રણ અઠવાડિયાની Differential

Analysis ની વર્કશોપ, મે-1985માં. ખરેખર સમૃદ્ધ શૈક્ષણિક ઉજાણી ! તેમાંની એક મજેદાર વાત. પ્રસિદ્ધ ગણિતશાસ્ત્રી પ્રા.એમ.એસ. રઘુનાથને તેમાં એક વ્યાખ્યાન-શ્રેણી આપેલી. તેમને જેમણે સાંભળ્યા હશે, તેમને તેમના ગણિતીય ઊંડાણ ઉપરાંત બોલવાની અને પાટિયા પર લખવાની જબરદસ્ત ઝડપનો અનુભવ હશે. તેમના વ્યાખ્યાનની નોંધ લખવી એ પડકાર હતો, બહુ ઓછા શ્રોતાઓ તે કરી શકતા. સદ્ભાગ્યે લાઘાવાલા સાહેબ અને હું તેમની ઝડપને લગભગ પહોંચી વળતાં, તેમ છતાં કંઈક છૂટી જાય તો પછીથી પરસ્પર ચર્ચા કરી પૂર્તિ કરી લેતાં. સાંજે જમ્યા પછી આઈ.આઈ.ટી.ના વિશાળ કેમ્પસ પર ચાલવા જતાં અને ગણિત અને ગણિતેતર અનેક વાતો કરતાં. આ સમયગાળામાં અમારી દોસ્તી વિશેષ ઘનિષ્ઠ થઈ.

અમારા ગણિત-વિભાગમાં તેમનાં વ્યાખ્યાનો યોજાયેલાં. તેમની પાસે તૈયાર થયેલા વિદ્યાર્થીઓમાં તેમની ગણિતીય ચોકસાઈની સમજ જોવા મળતી. ગણિતના કમનસીબે તેમણે કોઈ વિદ્યાર્થીને Ph.D. માટે માર્ગદર્શન ન આપ્યું. તે ઉપરાંત પરસ્પરના વિભાગોમાં પરીક્ષણ માટે પણ અવારનવાર મળવાનું બનતું.

મેં લાધાવાલા સાહેબને ક્યારેય ઉશ્કેરાઈને વાત કરતા કે કોઈ બાબતે કચવાટ-ફરિયાદ કરતા નથી જોયાં. હું તો ઘણીવાર અકળાઈ જાઉં. એકવાર મને કહે કે તમે કહો છો કે ડુંગળી-લસણ, મરચાં તામસી ખોરાક છે (હું કેમ નથી ખાતી તેના જવાબમાં મેં કહેલું), પણ કેટલાંક લોકો તે ન ખાય તો પણ કોધ કરે છે. મેં કહ્યું, “એને પુણ્યપ્રકોપ કહેવાય”. આવી મજાક ચાલ્યા કરતી.

ગણિત મંડળનાં અધિવેશનોમાં પણ અનેકવાર મળતાં. તેઓ ડૉ. એ.કે. દેસાઈ, હું અને ક્યારેક ડૉ. વસુધા કે બીજું કોઈ હોય. અમે ફાજલ સમયમાં ચ્હા

પીતાં ને ઘણી બધી વાતો કરતાં. છેલ્લાં કેટલાંક અધિવેશનોમાં તેઓ આઈ.આઈ.ટી. ગાંધીનગરની જવાબદારીને કારણે નિયમિત ન આવી શકતા. છેલ્લે I.I.T.E., ગાંધીનગર ખાતેના અધિવેશનોમાં મળેલા.

તેમની અવિરત પ્રવૃત્તિઓમાં મુ. સ્મિતાબેનનો ફાળો અનન્ય રહ્યો છે. તેઓ પણ અત્યંત પ્રેમાળ અને કુટુંબવત્સલ. ઈશ્વર તેમના પરિવાર પર આવી પડેલ આ આઘાતને સહન કરવાની શક્તિ આપે અને શાંત, નમ્ર, નિરાભિમાની આત્માને શાંતિ અર્પે એ જ પ્રાર્થના !

અનુસંધાન પાના નં. 21 પરથી

રૂબરૂ મુલાકાતો અશક્ય બની પણ ટેલિફોનિક સંપર્ક અવારનવાર થતો.

પ્રા. એન.આર. લાધાવાલાને અપાયેલ શ્રદ્ધાંજલિ રૂપે Online પ્રાર્થનાસભાનું આયોજન થયું હતું. આ પ્રાર્થનાસભામાં અધ્યાપકો, વિદ્યાર્થીઓ,

ચાહકો અને એમના સ્વજનોએ જે લાગણીઓ વ્યક્ત કરેલ તેના પરથી લાગ્યું કે તેઓ ખૂબ જ મિલનસાર પ્રાધ્યાપક અને વિદ્યાર્થીઓના પ્રિય ‘સર’ હતા. એ પરમ આત્માને વંદન કરીને વિરમું છું.

* * * * *

**In Memory of Late Professor Narendrakumar R. Ladhawala
(November 4, 1947 – March 5, 2021)**

Jagmohan Tyagi

IIT, Gandhinagar E-mail : jtyagi@iitgn.ac.in

I had never thought of writing an obituary about Prof. Narendrakumar R. Ladhawala after his demise. He was an excellent friend and a valued colleague of mine. I have had a very close association with him since I joined IIT Gandhinagar as a faculty. He was a visiting faculty at that time after he retired from Gujarat University. We taught the undergraduate courses together several times, discussed many academic as well as non-academic things, organized symposiums and workshops at IIT Gandhinagar.

Prof. Ladhawala did his M.Sc. from the University of Baroda, India, in 1970 and subsequently joined Purdue University, Indiana, U.S.A, for his thesis work. Prof. Ladhawala was a David Ross research fellow at the Department of Mathematics, Purdue University during June 1973 - August 1975. In Purdue, he worked with Prof. Richard A. Hunt on his thesis. His thesis work was in the area of Fourier Analysis, and in particular, on “Walsh function analogues of the Hardy space and BMO”. In his Ph.D. thesis, he proved the

absolute summability of Walsh-Fourier series and almost everywhere convergence of Walsh Fourier series in Hardy space. These findings got published in reputed journals.

After earning his Ph.D. in 1976, he joined DePaul University as an Assistant Professor and worked there for a couple of years before coming back to India. He spent one year at Indian Statistical Institute Calcutta as a visiting fellow and then joined Gujarat University as a faculty.

There were several qualities which Prof. Ladhawala had. I can count some of them. Prof. Ladhawala dedicated himself to his profession and was a perfect teacher. He was very systematic and organized in his teaching and was very popular among the students. He always felt concerned for the students and was a well-wisher to everyone.

On the afternoon of March 5, 2021, he got a massive heart attack and passed away. We have lost a remarkable teacher, perfect human being, and a great friend with his demise.

* * * * *

My Friend, My Mentor, My Guide !

Omprakash K. Gupta, Ph.D.

Houston, TX, USA (M) +1 713 471 7822

It was August 18th, 1973, Saturday around 7 pm. I had just flown in from Ahmedabad and was waiting at the Chicago airport for my last short flight to Purdue University airport. I had just finished my M.Sc. in mathematics from Gujarat University and was extremely fortunate to be admitted to Purdue's PhD program with a full scholarship. I came from a poor background and had flown with only eight dollars (around 55 rupees at that time) in my pocket when I left India; I had taken a loan from Bank of India for my airline ticket.

Soon I noticed two Indian boys around my age who had also arrived; they had flown in from Lucknow to do their Ph.D. in Statistics at Purdue. We started chatting:

Would anyone come to pick us up from the airport?

Where would we sleep that night?

How would we find a place to stay?

How would it be like to study in the USA?

Fortunately, I had been in touch with a person who was already studying at Purdue; he had assured me of a pickup. The other boys did not know anybody and grew apprehensive. I assured them not to worry as my 'friend' was on his way; if nobody came for them, they would be taken care of.

Well, our final flight arrived. It was a short one, about 150 kms. We landed at one of the few airports in the world named after a university: **Purdue University Airport**. We disembarked, picked up our luggage and started looking for our ride. The 'friend' who was supposed to come did not show up; that made me nervous. However, someone did come from the statistics department to pick up those two boys; this stranger gentleman was kind enough to drop me at my friend's apartment. The friend was nowhere in sight, though!

What would you think about a 'friend' like this? Though I had never met him, I had been in communication with him (by letters those days) for over a year! He was supposed to pick me from the airport and help me settle into the new place. Alas, he was nowhere to be seen!

Guess, who he was! He was none other than Dr. Narendrakumar R. Ladhawala! Would you not characterize this person as highly irresponsible and careless?

Well, billions of gallons of water have flown through the Sabarmati in these five decades. I met him a few short minutes later that evening, and we became lifelong friends.

He has always reminded me of a famous quote: “Be civil to all, familiar to few, friend to one, enemy to none.” For me, in all these years, he has been that ONE – there has been no one to replace him, and no one will ever be! Though the world knows him as Dr. Ladhawala or Ladhawala Saheb, for me he was always and will always be our dear ‘Narendrabhai.’ Though in Gujarat, it is customary to add ‘bhai’ to male names, he became my real (elder) brother and filled the void that I had in my life since I was born.

If I write what he did for me (and subsequently for my wife, my parents and rest of the family) during my association of almost five decades, it will be like writing another Ph.D. thesis; that I am sure you neither have the patience nor time to read. However, this statement speaks volumes of what comes to my mind when I think of him.

He lived in a small two-bedroom apartment with two roommates. The apartment was designed for two persons, three were already residing. Though we had met for the first time, hardly knew each other, and had no blood relation, he persuaded his roommates to give me space in the apartment. The two of us shared the family/living room (equivalent to ‘H’ in BHK) for one year. The room had a small bed and sofa. He slept on the sofa and gave me the bed for the entire semester. Just ask yourself -who would make this kind of sacrifice for a total stranger?

Though I was supposedly a bright student (yes, you can laugh at this) who had ranked top in B.Sc. and M.Sc., I struggled with my classes at Purdue. Though the material was the same, the approach was very different than that of India. For example, in the first semester, I was enrolled in a course in Complex Analysis that used V. Ahlfors’ textbook. Incidentally, the course was taught by an Indian professor, Dr. Rao. Though I had already taken that class in my M.Sc. under our respected distinguished Shri H.N. Rawal Sir, I struggled in Dr. Rao’s class. I struggled similarly with other courses, be it Real Analysis, Abstract Algebra, Topology, Functional Analysis, and others. At times, I would grow with frustration and wonder if I would pass these courses; I would ask myself if I had made a mistake by coming to this country. It was during those stressful times that Narendrabhai would be with me. We often stayed in the department building till 3am, sometimes even later; he would explain complicated mathematics in simple ways. During the entire first year, he held my hand firmly to ensure I succeeded.

A year later I got married and my wife Savitri accompanied me to USA. Though I had already arranged a studio apartment for us, Narendrabhai insisted we stay with them for a few more days. We stayed and soon Raksha Bandhan came; she was sad as she was thousands of miles away from her brothers for the first time. Narendrabhai offered his hand, literally so, and told her – “Why are you crying? Tie a rakhi on me, I

am your brother!” They became brother-sister for life. He loved and cared for her as a younger sister all his life. She also fought and argued with him all the time as younger sisters have the birthright to do.

Dr. Ladhawala was with us at Purdue till 1976 and left for Chicago to accept a faculty position at DePaul University. Though he did not drive and never had a car in USA, he regularly visited us from Chicago via bus; this is incredibly rare in this country.

He chose to return to Ahmedabad in 1978. I somehow finished my Ph.D. in 1980 and worked for a short time before returning to India in 1982. During those critical years while he was in India, he served my parents and guided my three younger brothers. He would take the AMTS bus from Gujarat University to Odhav, from one end of Ahmedabad to the other at that time, to visit, console and support them. I know of nobody who does things like this. Fortunately, for him and for us, he married a woman as saintly as himself. Smitabhabhi is an incredibly kind, charming, loving, and caring woman. She and the entire extended family of Narendrabhai became our family.

I am refraining from writing about his talent as a mathematician as readers of this article are well-aware of that. While I am not capable of commenting on his mathematics knowledge, I can tell you for sure that he was one of the finest teachers I have come across. If he could teach me

Functional Analysis, he could teach anybody anything in mathematics.

In his famous book, Goswami Tulsidas defines ‘dharma’ in half a line: परहित सरिस धर्म नहीं भाई। There is no ‘dharma’ that is equivalent to (or greater than) the welfare of others. I do not know how religious Dr. Ladhawala was, whether he did ekadasi or not, or if he had read the Ramayana, Gita, Srimad Bhagvatam or even the Hanuman Chalisa. But I do know that he knew the essence of all- that the greatest dharma is service of mankind. Not only did he know it, he actually practiced it every moment of his life. He was **A True Karm Yogi**.

People like Narendrabhai are modern saints. They worry about others, help others, and take care of them with zero expectations. They live a simple life but stand firmly on high values. They talk less but act more. They touch lives of uncountable people in numerous ways. They feel the pain of others, understand the needs of others, and help them in whatever ways possible. Such people are rare; the set of such people is almost empty. Dr. Ladhawala will say: its measure is zero!

He was not just a friend; he was my brother, my hero, my mentor, and my lifelong guide! We miss you Narendrabhai!

(PS: In case you are still wondering why he did not come to the airport, write to me +17134717822 to get the answer!)

* * * * *

My Friend Narendra

Sunil Antani
(M) +13027232623

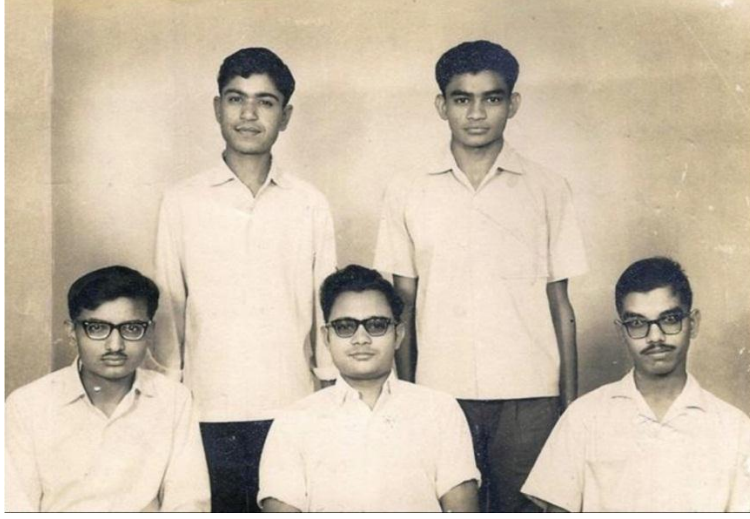
Narendra and I were at M.S. University together at Baroda/Vadodara, from 1965 to 1968, pursuing B.Sc. He chose a Mathematics major, and two minors and I chose a Physics major, and two minors. We were part of a gang of five men: Subhash Antani, Narendra Ladhawala, V.H. Patel, V.S. Potbhare and me. Sadly, two are no more: Subhash and Narendra. My focus in this piece is not about Professor Dr. Ladhawala, the Mathematician; I am not qualified for that. It is rather on Narendra, the man I knew since 1965. And, the title is my message to two men, Narendra and another buddy, Subhash, who left us earlier. It's like 'message in a bottle' via Narendra with a request to pass on to Subhash! OK...the sappy part is over. Let's get to the brass tacks, as a Texan might say!

The photograph below was taken in 1968 . Subhash INSISTED on this: as we approached the end of our final undergraduate academic year. Since we knew we all (The Five below) were going to get our B.Sc. degrees, he thought we should get a photo of the gang of five at a studio, rather than wait for the Convocation (Gosh! What a pompous British word!); And, the other reason? For me, it symbolized a great time in our lives: we were soaking in all this knowledge, we would recklessly (but in private) mimic Dr. S.K. Shah's then recently acquired American pronunciation of the British version of words (a particular favorite was 'schedule'!) among other pranks, like I'd not attend a class or two to sit under the tree to listen to Cricket commentary; we knew who Richard Feynman was in 1965! We could get, and I still have, the Indian print of Feynman's Lectures in Physics; the 50th year anniversary of this classic is far more expensive than my original printed in India! We didn't have a worry in the world. Some of us were receiving INR 300 per month to do whatever was needed: like have money to pay for a photo!

Before I go further, of the FIVE, Subhash preceded Narendra; So Narendra, here is something for you and please play it for Subhash too!

"We're talkin' 'bout ya, Narendra (Sing it for Subhash too!)"

"I tell you all about it when I see you again!" <https://youtu.be/PW3rbppMf2c>



Standing: Narendra Ladhawala and V.H. Patel
Seated: Subhash Antani, Sunil Antani and V. potbhare

A subgroup of four of the five men in the picture would go for long walks, meet everyday on the campus and talk about Hardy, Ramanujan, Littlewood; George Gamow's *Mr. Tompkins in Wonderland series*. We would try to interpret the fundamental reason why we understood Physics from Feynman easier and better, than classic British style text books.... though much later on I heard and saw his accent had rather irritating 'Noo Joisy' gutturals. We would debate his radical and irreverent style; some of us were mesmerized by "his simplicity, beauty, unity" ... presented with "enthusiasm and insight" The people in this picture were free spirits; we knew stuff like how great Richard Feynman was, just as he was accepting his Nobel prize! This was the third gilded age of sciences! I will only say that this photo embodies all these things *plus* the crushes we had on a few women students. One of us, always a very quiet person (it's a dead give away that I couldn't be referring to myself! ahem! I'm polite!) did not remain active after the B.Sc. Convocation.



Therefore...for me, this picture is a symbolic key regarding what kept us together when we were apart; well beyond our high level of respect for each other. We never spoke about it. Narendra was the anchor, without ever claiming the title. If he agreed to do something, we executed. The fundamental unspoken co leader later on, has been Narendra's partner:

Smitaben; she has been the ‘Wind beneath his wings’ and has been the quiet but enthusiastic hostess.

Though his academic achievements, as mathematicians would say (with a very serious lack of expression on their faces), were “non-trivial”, I have no insight to offer about Narendra’s work, as explained by this saying: “every century has seen the solution of more mathematical problems than the century before”, nor about “yet many mathematical problems, both major and minor, still remain unsolved in multiple domains...” Ladies and Gentlemen, may now present the Class of 1968, Mathematics Major!



My focus is the man I knew as a human being and a friend. But then...why would ‘Suganitam’ consider including anything worth reading that is written by me? Especially, about a stalwart Mathematician? (C’mon now! You all are wondering how I snuck in here!). Well, you will have to wait till the end...because, this is about Narendra!

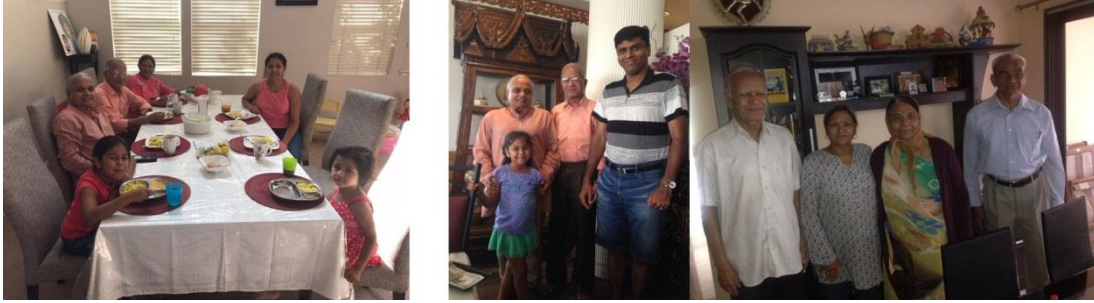
First and foremost, he was dedicated: to his family, to his children and grand children, to his friends, to his colleagues. That sort of dedication requires deep and abiding interest, stamina, knowledge, and a quiet mind that is agile; someone who can be a spouse, mathematician, a father, a grandfather, a friend... someone who can roar with V.H.’s deliberate understatements or Subhash’s ‘haha’ jokes. I knew him as a quiet, confident, analytical and determined. These traits are but a very few and quite randomly picked by me.





So now, you the reader, may have known Narendra's Mathematical prowesses, but I'm certain ...well probability is as high as 99.99% ...that many haven't known these facets of Narendra and Smitaben's life!

I remember a 6'5" tall Professor N.M. Bhatt used to admonish, and stress upon us to evaluate whether rare events are really occurring randomly or causally, etc etc. Dr. Bhatt's routine refrain was, 'Ladies and Gentlemen, I must stress that events with zero calculated probability of occurring, CAN actually occur!' If a reader is interested in learning about validation of Poisson distribution formula, please do a 'Duck duck Go' 'search on 'Bortkiewicz Prussian-Horse-Kick-Data'. If you do Google search, Sundar Pichai will accuse you of 'promoting cruelty against horses.'



As you read about the non-formal side of Smitaben and Narendra, you can easily see that 'Smitnars' accorded his 'nerdy' friends with similar commitment; we never felt like guests whether visiting Smitaben and Narendra in Amdavad or California. We always had the genuine feeling that we were 'home' when we visited with them, whether we went out to eat, or stayed at their home(s) chatting away, remembering our shared experiences or playing with the grand children, well...it was all the time...we felt at home! I don't have the talent nor the ability to post many many



videos of their and our interplay with the Ladhawala grandchildren but I posted two above.

As you can see, it was a unique way they introduced their family and particularly, the grand children to me! Narendra and Smitaben invited us all when they were in the US and/or were in India visiting. She quietly helped people connect the 'dots'.

Far be it for me to comment on the stalwart-ness (is that a word?!) of Narendra..because, a Mathematician, I am not; and Physicist, I didn't become! Yet, I had the distinct honor of knowing Narendra.



Narendra never competed, but he always scored his grades. He led without making 'the led' ever feeling they are being led! Some of us were verbose; some of us were jokesters, some of us only spoke English or Tamil, some of us 'gawked', some went to the HavMor (it's still there across the Faculty of Arts).

Here are some examples of how Smitaben and Narendra got many of us to come together. That we kept our contacts, that we knew what each of us was doing, that we knew about our families..... it is largely because Narendra, Smitaben, Subhash and Pratibha. That was for over 50 years! That is the most important thing Narendra and Smitaben led.



Now...to answer the question I posed: why me? Who invited me to contribute? Smitaben called me and told me that Dr. Mahavir Vasavada asked who might contribute memories of Narendra for Suganitam..

She gave him my name among others, called me to tell me Dr. Mahavir Vasavada will call me.

Look at it this way, on my behalf as if you are looking at it from my point of view: if one can't hack Mathematics, can't get a tenured job in 1975 in the USA after getting a Ph.D., with a published paper in the Physical Review, since all the funding had dried up after the Vietnam war ended, what can one do? Two academic options: one, beg for whomever has grants on the faculty and do six week projects until thing improve OR teach a four year college with no research.

Start working in a bank by accidental happenstance, and never leave banking for 30 plus years; no one asks you to get an MBA nor can you write a single line of mainframe computer code, but you oversaw technology budgets of billions of dollars over three decades. And, had the high honor of knowing, and a distinct privilege of being observed by a very quiet, but a very strong person: Smitaben Ladhawala. She saw the interactions between Narendra and me, and a few other amigos I mentioned above. She knew that together, we laughed, knew about our children, our grand children, and, how we all of looked up to Narendra's quiet, firm, evolved, strong and intellectually sharp mind. She knew he brought out the best in some of us: the best jokes, the best stories, the best puzzles, the best mimicry of our professors and the very best times just 'breaking the bread' together. She suggested, and **Mahavirmama** agreed to ask me to write a few words. And I am delighted I got to share a few things about my friend. Even though, under such circumstance, the probability is near zero! But as Dr. Bhatt taught us...events with zero probability of occurring....etc etc and ad nauseam!

Narendra brought out the sharpest thinking I may be capable of achieving. I have been so fortunate to know him and stay in touch with his family. And grateful that the gang put up with me! As I said earlier in this article: *“We’re talkin’ ‘bout ya, Narendra (Sing it for Subhash too!)” “I tell you all about*



A True Friend Narendra

Pravin Gandhi

Ahmedabad (M) 9825029753

The first time I heard his name was from Umreth friends studying at M. S. University as my classmates during my B.E. studies from 1964 to 1969. He was praised for his academic achievements and interest in Mathematics. I just knew him by name and as a student from Umreth.

During 1971-73, while studying for my M.S. degree at IIT Chicago, I received a call from him one fine morning for a personal meeting. The very first meeting was a very friendly one. The impression I got was that he was a thorough gentleman, loving and caring, of course, believing strongly in relationships. At that time, he was pursuing his Ph.D. studies at Purdue University.

After a few years, I was settling down at Ahmedabad with Ingersall Rand. I met him

in later part of 1981. He called me after joining Gujarat University. From there on, our relationship grew in leaps and bounds.

He was frank and honest. He used to consult me on many occasions, such as leaving the flat at Parishram, selecting Dr. Ramesh Kapadia for his artery blockage etc.. Our friendship turned into family relationship and our families used to meet often.

I found him to be very intelligent, trustworthy, transparent and committed. His company was always a delight. His family members – Smita, Shefali and Nimit are all like him in nature and are as fine human beings as he was. He was a true friend and his untimely demise is a great personal loss. May his soul rest in peace.

* * * * *

Narendra Ladhawala – Reminiscing a Friendship

Mohan C. Joshi

IIT, Gandhinagar (M) 9870433411 E-mail : mcj@iitgn.ac.in

I met Narendra Ladhawala in the Fall of 1970, when I went to receive him at West Lafayette airport, as a president of Indian Student Association (ISA). He had arrived for the first time on the American soil to pursue the Ph.D. programme at the Department of Mathematics at Purdue University- on a fellowship. I was already a senior Ph.D. fellow at the same University. He was overjoyed to see a desi face in alien surroundings. This meeting had a lasting impression on him which he cherished and talked about.

Soon Narendra settled in the new surroundings and by a great coincidence he got an office room right next to mine in the Mathematical Sciences building. This was the beginning of our lasting friendship. We had academic and non academic discussions over numerous cups of coffee stretching to midnight in highway coffee shops.

We celebrated all Indian festivals at the campus and watched scores of Indian movies through various functions of ISA.

Our association in US came to an end when I completed my doctoral and post doctoral work in 1974 and I proceeded to join a faculty position at BITS Pilani, Rajasthan.

Narendra continued his research work at Purdue and submitted his dissertation on “A

Distribution Inequality” under the guidance of Professor Richard Hunt in 1976. He subsequently joined De Paul University at Illinois as faculty. He returned to India in 1978 to join Gujarat University at Ahmedabad. He served there in various positions and retired as Professor and Head, Department of Mathematics. Meanwhile I shifted to IIT Bombay as Faculty, Department of Mathematics.



Our friendship blossomed when we interacted at various workshops and conferences on topics of common interest organised by universities across India. During this period of time our wives and children got to meet each other.

Our second academic innings after retirement started at IIT Gandhinagar in 2013. Due to another coincidence we both shared the same office room.

He was one of the finest teacher and very popular among the M.Sc. (Math) students. He may be no more but he will be greatly missed by his colleagues, friends and student community.

Eulogy for Narendra Ladhawala

Pratibha Antani

U.S.A. (M) +160 86957309 Email : psantani@sbcglobal.net

Those days were during academic year 1965 to 1967 at the Faculty of Science MSU Baroda, where my husband Subhash, who passed away in May 2016, Narendra and myself used to have common Math and Statistics classes. For we girls, Narendra was a very straight forward, hushed, quiet, honest, helping classmate and a very brainy guy.

Occasionally we stayed in touch till 1990. Then during summer of 2012 in June, one fine morning, we received a call from Narendra. At that time, he and Smita were visiting Shefali in California and we were in Madison, Wisconsin, USA. Due to his very well organized and meticulous thinking and planning we, along with another classmate, Sunil Antani, from east coast, were able to meet and bridge that twelve year gap of acquaintance. The whole 4th of July weekend was **the best time of our lives**. We recalled old memories, shared good and bad times of our later years, talked about

our children and grand children. Time spent during that weekend will remain striking, haunting, catchy, distinctive and significant for the rest of our lives. Credit for this encounter goes to Narendra. Thank you Narendra for your farsightedness.

Just before his final journey to Eternity, in February 2021, Narendra, Smita and myself had a video chat on WhatsApp and we must have talked for at least forty-five minutes. Most of the time Narendra was talking. We chatted about some mathematical rules and operations, besides our families. After we hung up, I was surprised and thinking: "Could Narendra communicate that much? One who used to be a very private peer during college days." I am pleased, happy and delighted that we had that chat.

Thank you Smita and Nimit for giving me this opportunity to remember Narendra, a radiant, intriguing, enlightened and helpful soul.

Memories with Dr. Narendra R. Ladhawala

Arvind C. Shah

U.S.A. E-mail : acshah02@gmail.com

Dr. Narendra R. Ladhawala and I have lots of yester days memories that I would like to share here. When I received the news from Smitaben, I was shocked. His sudden departure is difficult to absorb. I know it is hard for the family and friends. Truly, I lost a best friend.



Athens - 1976

I know Narendra Ladhawala as my classmate (from first year B. Sc. (year 1965-66) to final year M. Sc. (year 1969-1970) with Mathematics as major) at M. S. University of Baroda. We were 11 students in the Third Year B. Sc. but only 6 students continued in the M. Sc. In these years I knew him as classmate, caring friend, and a mentor. During the college days we went together on picnics, annual functions, dinners, movies, etc. I was a computer student. He showed his concern during the examination time and advised me not to go

home but to stay with him at Khadayata Chhatralaya. Our friendship was not limited to the university campus. Before we departed, we visited each other's hometown and spent a day or two with family and developed family bonds.



Chicago - 1977

All the students in the class knew that Narendra was topper in the class. So, some of us sought his help and guidance in areas where we had difficulties. He was very considerate to take a step forward and suggested that we meet after the classes are over and discuss the difficulties. We formed "Teaching Circle" to discuss the problems that we found hard to understand in the class. In the Teaching Circle Narendra would take initiative to explain the concepts that some of us found difficult. He explained it in manner that made us understand quickly and easily. We practiced Teaching Circles until we graduated with M. Sc. degree. It was clear from our interactions in Teaching Circles that

Narendra is a good teacher and mentor. For me, this was academically enriching experience. Narendra, how can I forget this!



Chicago – 1977

I noticed that he was applying to universities in USA for further studies. Some of us also wanted to apply to universities in USA. Again, he came to help and shared the university selection and application process with us. We started applying to universities in USA. Four of us got accepted in MS program in different universities. Narendra joined Purdue University in Lafayette, Indiana, USA. I joined University of Georgia, Athens, Georgia USA. Narendra and I had ample opportunities to meet there and share our experiences. I visited him in Lafayette couple of times. He also visited me in Athens few times.

After completing Ph.D., he accepted position at DePaul university in Chicago. I visited him there few times. I had one more year to go before I defend my dissertation. So, I initiated job search early. One notable

incident I like to mention here. Narendra advised me to come to Chicago to attend the annual conference of American Mathematical Society so that I can meet potential employers there who come to recruit. Narendra was very helpful in giving me guidance. Again, this was a happy ending. I got my first job in the University of North Florida in Jacksonville, Florida. I started as Assistant Professor in September 1977 and completed Ph.D. in June 1978.

We both returned to India and remained in academics whole life. He was in Ahmedabad and I was in Baroda. We maintained our relationship; occasionally met at professional meetings as well as at social events. In 1997, I migrated to USA and joined Georgia Southwestern State University as Associate Professor of Computer Science. However, I remained in contact with him all these years.



In my last visit to India in late 2019, Chandrika and I visited him at his residence and had a dinner with him. Though we share lots of memories, truly, I have lost a very close and best friend. He will be remembered always.

* * * * *

વહીવટી પાંખની દૈષ્ટિએ... લાધાવાલા સાહેબનું વ્યક્તિત્વ દર્શન

રોહન શાહ

હેડ ક્લાર્ક, ગણિત વિભાગ, ગુજરાત યુનિવર્સિટી
(M) 9376144726

તારીખ 8 નવેમ્બર, 2004ના રોજ હું ગુજરાત યુનિવર્સિટીની વહીવટી પાંખમાં જોડાયો અને દોઢેક મહિના પછી મારા સ્નાતક કક્ષાના આનુષંગિક વિષય મુજબ સ્કૂલ ઓફ સાયન્સના ગણિત વિભાગમાં પ્રથમ બદલી થઈ. વિજ્ઞાનભવનમાં એક સિનિયર કર્મચારી અમારા જેવા 6 જુનિયર મિત્રોને અલગ અલગ વિભાગોમાં મૂકવા આવ્યા અને જે તે વિભાગીય વડાઓની મુલાકાત કરાવી. ત્યારે ગણિત વિભાગમાં પ્રવેશતાં જ ડાબા હાથે પહેલો રૂમ ઓફિસ અને બીજા રૂમની નેમ પ્લેટ ઉપર નામ વાંચ્યું Prof. N. R. Ladhawala. અમારી સાથે આવેલા કર્મચારી મિત્રએ આવતા પહેલાં થોડીક પૂર્વભૂમિકા બાંધી હતી. તેમના જણાવ્યા પ્રમાણે એકદમ સીધા, વેદિયા, ગણિત સિવાય બીજી કોઈ વાત જ નહીં, વગેરે વિશેષણોયુક્ત છાપ ઊભી કરી હતી.

આ પહેલી મુલાકાતની શરૂઆત સામાન્ય ઓળખવિધિથી શરૂ થઈ પરંતુ પ્રત્યાયનની ભાષા શુદ્ધ અંગ્રેજી. થોડીક વાર પછી વિભાગના પટાવાળા કોઈ કામ માટે આવ્યા અને લાધાવાલાસાહેબે એ ભાઈની સાથે એકમદ શુદ્ધ ગુજરાતીમાં વાત કરી અને ત્યાં જ હું આશ્ચર્યચકિત ! એ સમયે ‘લાધાવાલા’ અટક મારા માટે નવી હતી; ઉપરથી સાહેબનું એ ફાંકડું અંગ્રેજી, સ્થિર અવાજ અને પ્રભાવશાળી

વાક્યછટા – આ બધા પરિબળોએ મને એ જ પ્રતીતિ કરાવી હતી કે સાહેબ નોન-ગુજરાતી હશે. મારાથી રહેવાયું નહીં અને મેં તરત જ સાહેબને પૂછ્યું, “સર, તમે ગુજરાતી છો?” અને પછી મોકળા મને ઘણી બધી વૈવિધ્યપૂર્ણ વાતો થઈ, લગભગ 45 મિનિટ સુધી. તે સમયે મારી શૈક્ષણિક લાયકાત B.Sc. (Math), B.Ed. અને કમ્પ્યુટરના ડિપ્લોમા કોર્સ સુધી સીમિત હતી. પરંતુ સાથે સાથે અગાઉ કમ્પ્યુટરના ફેકલ્ટી તરીકે અને ત્યાર બાદ માધ્યમિક શાળા કક્ષાએ ગણિત-વિજ્ઞાન ભણાવવાનો અનુભવ હતો. એ વાત જાણીને સાહેબને ખૂબ આનંદ થયો. “તમે ગણિત અને કમ્પ્યુટરનું બેકગ્રાઉન્ડ ધરાવો છો એ આ વિભાગ માટે બહુ જ ઉપયોગી બની રહેશે”, સાહેબે કહેલાં આ શબ્દોને આજ દિન સુધી નિભાવવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે અને એમાં જો હું સફળ થયો હોઉ તો એની પાછળ મહદ્ અંશે લાધાવાલા સાહેબ અને દેસાઈસાહેબના પ્રેરકબળ અને આશીર્વાદનો પ્રમુખ ફાળો છે.

શિસ્ત અને સમયપાલનની બાબતમાં લાધાવાલાસાહેબનું ઉદાહરણ આપવામાં આવે છે તો વ્યવહારિકતાની દૈષ્ટિએ પણ તેમનો નિખાલસ સ્વભાવ પ્રેરણાદાયી છે. વિભાગના પટાવાળાથી લઈને અધ્યાપક અને વિદ્યાર્થીઓની સાથે પણ હંમેશાં

માનવાચક શબ્દોથી જ વાતચીત કરતા હતા. વિભાગના પૂર્વ વડા આદ. સ્વ. શ્રી અરુણભાઈ વૈદ્ય સાહેબે એકવાર વિભાગમાં કોઈક પ્રસંગે કહ્યું હતું કે ગણિત વિભાગની શરૂઆતથી જ વિભાગના દરેક સભ્યને માનપૂર્વક બોલાવવાની પ્રથા રહી છે. તો સાથે સાથે મહાન ગણિતશાસ્ત્રી, ગુજરાત યુનિવર્સિટીના પૂર્વ કુલપતિ અને વિભાગના વડા રહી ચૂકેલા શ્રી પ્ર.યુ.વૈદ્યસાહેબનો પણ લાધાવાલા સાહેબ પ્રત્યેનો વિશેષ આદર અને નિકટતા ઘણીવાર જોવા મળી છે. વિભાગમાં એક વિશેષ વ્યાખ્યાન માટે જ્યારે તેઓ આવ્યા હતા ત્યારે જાહેર પ્રવચનમાં જ કહ્યું હતું, “આ લાધાવાલા મને બોલાવે કે ના બોલાવે હું આ વિભાગમાં જીવીશ ત્યાં સુધી આવવાનો જ.” એમના આ વિધાનમાં જ લાધાવાલા સાહેબ પ્રત્યેનો તેમનો મૈત્રીભાવ અને પ્રેમ સ્પષ્ટ રીતે વર્તાય છે. ગુજરાતમાં ગણિતને બાળકો અને યુવાનોમાં પ્રચલિત કરનાર પ્રો.એ.આર. રાવ જ્યારે તેમના જન્મ શતાબ્દી વર્ષમાં (સપ્ટેમ્બર 2008) ગણિત વિભાગમાં વ્યાખ્યાન આપવા આવ્યા હતા ત્યારે લાધાવાલા સાહેબ દ્વારા તેમનો આદર સત્કાર થવો અને એમના વ્યાખ્યાન માટે જૂલોજી વિભાગના સેમિનાર હોલમાં તેમને ટેકો આપીને દોરી જવા- આ બધી ક્ષણોના મૂક સાક્ષી બનવાનો પણ એક અનેરો અનુભવ રહ્યો છે.

ગણિતશાસ્ત્રમાં એનાલિસિસ જેવા અઘરા વિષયના મહારથી એવા લાધાવાલા સાહેબનાં લેક્ચર ‘હાઉસફૂલ’ થતાં જોવાના પણ અવસર મળ્યા છે. ક્યારેય સાહેબનો ઊંચો અવાજ એમની કેબિનમાંથી કે એમના વર્ગખંડમાંથી બહાર સંભળાયો નથી;

કદાચ એમની સૌમ્ય અને સ્પષ્ટ (to the point) ભાષા વિદ્યાર્થીઓને શિસ્તમાં રાખવા પૂરતી હતી. સાહેબનું વ્યાખ્યાન ચૂકી ન જવાય એની ખાસ તકેદારી વિદ્યાર્થીઓ રાખતા હતા. હું પણ પરોક્ષ રીતે સાહેબનો એક વિદ્યાર્થી જ બની રહ્યો. ઓફિસના કામકાજ દરમિયાન અનેક બારીક બાબતો તેમની પાસેથી શીખવાનો મોકો પ્રાપ્ત થયો. સાહેબ વિષે અગાઉ ઉલ્લેખ કર્યો એમ અંગ્રેજી ભાષામાં પત્ર-વ્યવહાર, અહેવાલ-લેખન, નોટિસ, આમંત્રણ જેવા વિવિધ લેખન પ્રકારોમાં તેમની હથોટી હતી. ટૂંકાણમાં પણ સચોટ-સંદેશાત્મક drafting એ સાહેબની આગવી શૈલી હતી. પોતે એ સમયે ટેકનોલોજી સાથે ખાસ ઘરોબો ધરાવતા ન હતાં પરંતુ ઓફિસમાં કમ્પ્યુટર, પ્રિન્ટર, ઇન્ટરનેટ જેવી સુવિધાઓ પૂરતી છે અને તેનો ઉપયોગ થાય છે એ અંગે ચોક્કસ તકેદારી રાખતા. Mathematics Today, NBHM scholarship/grants, MTTs, Olympiad, A R Rao Mathematics Competition જેવી પ્રવૃત્તિઓ વિષે એમણે ખૂબ સરસ રીતે મને માહિતગાર કર્યો જેથી આ પ્રવૃત્તિઓનું વ્યવસ્થાપન સારી રીતે થઈ શકે અને જે આજે પણ થઈ રહ્યું છે.

સામાન્ય રીતે મોટા ભાગના લોકોના મનમાં લાધાવાલાસાહેબ માટે એક studious personality જેવી છાપ ઊભી થયેલી રહી છે પરંતુ મેં સાહેબના વ્યક્તિત્વનું અલગ પાસું પણ નિહાળેલું છે અને અનુભવેલું છે. એમની Sense of humorનો પરચો તો ઘણીવાર વાતચીતમાં જોવા મળતો જ હતો પણ વિભાગનો ટી-રૂમ કે જે અત્યારે મિટિંગ રૂમ તરીકે

ઓળખાય છે ત્યાંથી બપોરની ચાના સમયે ચર્ચા દરમિયાન સૌથી મોટા અવાજે લાઠાવાલાસાહેબનું અટ્ટહાસ્ય પણ બહાર અમે ઘણીવાર સાંભળેલું છે. વર્ષ 2005માં જ્યારે સાહેબને જાણ થઈ કે હું સંગીત અને મંચ સંચાલન જેવી પ્રવૃત્તિઓમાં રસ ધરાવું છું ત્યારથી શરૂ કરીને એમની નિવૃત્તિ સુધી યુનિવર્સિટીમાં જ્યારે પણ કોઈ પણ મંચ કાર્યક્રમ હોય તો પ્રેક્ષકગણમાં લાઠાવાલાસાહેબ અને દેસાઈસાહેબ સાથે બેઠેલા જોવા ના મળ્યા હોય એવું મને યાદ નથી. છેલ્લે વર્ષ 2019માં ગણિત વિભાગના ડાયમંડ જ્યુબિલી વર્ષની ઉજવણી કાર્યક્રમમાં પણ એમની એ જ પ્રસન્ન ઉપસ્થિતિ અને કાર્યક્રમના અંતે એ જ શાબાશી આપતા શબ્દો હંમેશાં યાદ રહેશે.

સાહેબની નિવૃત્તિ જૂન-2010માં અને તેના બરાબર 3 મહિના પહેલા યુનિવર્સિટીના એકેડેમિક વિભાગમાં મારી બદલી કરવામાં આવી. જે દિવસે તે અંગેનો પત્ર આવ્યો એ દિવસે કદાચ પહેલી વાર સાહેબને આટલા વ્યથિત થતા જોયા. સિસ્ટમ પ્રત્યે તેમણે બળાપો વ્યક્ત કર્યો હતો. મને પછીથી ખબર પડી હતી કે એ દિવસે સાહેબ પોતાના સ્વભાવ અને સિદ્ધાંતોથી વિપરીત જઈને કુલપતિને ખાસ મળવા ગયા હતા. ત્યારે કુલપતિ કાર્યાલયમાં અન્ય કોઈ મીટિંગના કારણે સાંજે દોઢ કલાક તેમને રાહ જોઈને બેસી રહેવું પડ્યું હતું અને તેમણે ત્યાંના સ્ટાફને પણ કહ્યું, “હું આવ્યો છું તો એકવાર સાહેબને મળીને જ જઈશ. રાહ જોવામાં કોઈ વાંધો નથી.” જો કે એ પછી લગભગ 2 વર્ષે, દેસાઈસાહેબના કાર્યકાળ દરમિયાન, મારી વિભાગમાં પુનઃ બદલી થઈ હતી. પરંતુ લાઠાવાલાસાહેબનું આ વલણ વ્યક્તિગત રીતે

મને ખૂબ સ્પર્શી ગયું હતું. સાહેબના વિદાય સમારોહમાં તેમણે પોતાના વક્તવ્યમાં કહ્યું કે, “આ વિભાગમાં મારા છેલ્લાં પાંચ વર્ષ દરમિયાન રોહનભાઈની હાજરી એ ગોલ્ડન પિરિયડ કહી શકાય.” - આ શબ્દો એ મારા માટે ખૂબ મોટો Reward છે જે સદાય સ્મૃતિમાં રહેશે અને એ ગોલ્ડન પિરિયડ અવિરત પણે જળવાયેલો રહે એનું મને હંમેશાં ભાન કરાવતા રહેશે.

તેમના નિવૃત્તિ પહેલાના અંતિમ મહિનામાં ગુજરાત યુનિવર્સિટીની કેડિટ સોસાયટી તરફથી સ્ટાફના બે પ્રતિનિધિઓ મળવા આવ્યા જેમાં આ લેખની શરૂઆતમાં જેમનો ઉલ્લેખ કર્યો છે એ સિનિયર કર્મચારી પણ હતા અને તેમણે જ મને આ ઘટના વિશે જાણ કરી હતી. એ લોકોએ સાહેબને જણાવ્યું કે “તમે હવે નિવૃત્ત થઈ રહ્યા છો ત્યારે કેડિટ સોસાયટી દ્વારા દર વર્ષે સ્ટાફના બાળકોને જુદી જુદી કક્ષામાં મેરીટ પ્રમાણે ઈનામો આપવામાં આવે છે, તો આપ થોડી રકમ ડોનેશન તરીકે આપો એવી અમારી ઈચ્છા છે.” લાઠાવાલા સાહેબે એક પળનો પણ વિચાર કર્યા વગર ખાનામાંથી ચેકબૂક ખોલી અને પૂછ્યું કે “કેટલા આપું?” પેલા મિત્રોએ કહ્યું, “જે તમને યોગ્ય લાગે.” સાહેબે ચેક લખીને આપ્યો, પેલા મિત્રો જોયું તો બોલ્યા, “અરે સાહેબ, આ એક ઝીરો વધારે લખી કાઢ્યો કે શું !” હવે આ એ જ સિનિયર મિત્ર હતા કે જે લાઠાવાલાસાહેબ માટે થોડી જુદી ધારણા પણ ધરાવતા હતા પરંતુ એ દિવસે ખૂબ અહોભાવની લાગણી સાથે એ લોકોએ સાહેબનો આભાર વ્યક્ત કરીને વિભાગમાંથી વિદાય લીધી.

શિસ્ત, સમયપાલન, વ્યવહારિકતા, નિરાભિમાની, સૌમ્ય વ્યક્તિત્વ, સેવા પરાયણતા અને બીજા અનેક ગુણોથી સંપન્ન એવા લાધાવાલા સાહેબનું સમગ્ર જીવન એક પાઠશાળા સમાન છે. તેમની અંતમ વિદાય પછીની પ્રાર્થના સભા દરમ્યાન તેમના કુટુંબીજનો, સહકર્મી મિત્રો અને વિદ્યાર્થીઓ

પાસેથી સાહેબના વ્યક્તિત્વના ઘણાં અજાણ્યાં પાસાં જાણવાં મળ્યાં ત્યારે ખરેખર મારા સદનસીબનો પુનઃ અહેસાસ થયો કે મને આવા વિરલ વ્યક્તિત્વ સાથે કામ કરવાનો અને શીખવાનો અવસર પ્રાપ્ત થયો. આદરણીય શ્રી નરેન્દ્રભાઈ લાધાવાલા સાહેબને સાદર વંદન.

ડૉ. નરેન્દ્ર લાધાવાલા



रुखसत करें कैसे तुम्हें हम, कोई मुझको दे बता,
कैसे छुपाऊं दर्द-दिल को, कोई मुझको दे बता ॥

ऐसे कभी बेदर्द न थे, तुम तो हमेशा साथ थे,
'नरेन्द्र' कहाँ वो रोशनी, थी करती अँधेरे लापता?

दूर कितना भी जाओ, दिल से जुदा मुमकिन नहीं,
भाई याद आओगे बहुत, है क्या तुम्हें इसका पता?

हम चल सकें कदमों पे तेरे, बस एक मेरी आरजू,
क्यों चले तुम छोड़कर, क्या हुई हम से क्या खता?

जब तक रहेंगे सूरज-सितारे, नहीं भूल पाएगा 'ओम',
मोक्ष देंगे राम तुमको, है इस बात का मुझ को पता ॥

U.S.A. +1 (713) 4717822

ओम गुप्ता

વહાલા નરેન્દ્રભાઈ

દિલીપસિંહ ઝાલા
એક કૌટુંબિક મિત્ર (M) 9824279009

એક ગઝલથી શરૂઆત કરું છું.

उनकी नज़रों से नज़रें मिली, ज़ख्म दिल का हरा हो गया,
उनकी नज़रों से नज़रें मिली, ज़ख्म दिल का हरा हो गया,
वो पता पूछते खुद ब खुद लापता हो गया,
उनके चहरे से हटती नहीं, ये निगाहों को क्या हो गया?
आंसुओं तुम तो मेरा साथ दो, आंसुओं तुम तो मेरा साथ दो
क्यों कि मेरा दिलबर मुझसे जुदा हो गया

નરેન્દ્રભાઈનો જન્મ 4 નવેમ્બર 1947ના રોજ ખેડા જિલ્લાના ઉમરેઠ ગામમાં થયો. સ્કૂલનો અભ્યાસ ઉમરેઠમાં જ પ્રાપ્ત થયો. સ્કૂલનો અભ્યાસ ઉમરેઠમાં જ પ્રાપ્ત કર્યો. ત્યારબાદ કોલેજના ઉચ્ચ અભ્યાસ અર્થે વડોદરામાં તેમની જ જ્ઞાતિની હોસ્ટેલમાં રહીને M.Sc. ની ઉચ્ચ ડિગ્રી પ્રાપ્ત કરી.

શાળા-કોલેજ દરમિયાન ભણવામાં તેમની કારકિર્દી અત્યંત પ્રભાવશાળી રહી હતી. ત્યારબાદ હજુ પણ ભણવાની તલબ અને જિજ્ઞાસા અતિ પ્રબળ હતી. તે વખતે તેમનું કુટુંબ પણ ઘણું જ વિશાળ હતું. ઘરમાં કુલ પાંચ ભાઈઓ ચાર બહેનો એમ નવ જણનો સમાવેશ, બધાનાં ભણતરનો ખર્ચ, ઘરની તે વખતની વિકટ આર્થિક સમસ્યાઓ, છતાં પણ બધાની લાગણી, આત્મીયતા અને સહકારથી તેઓ 1970માં અમેરિકા Ph.D. કરવા ગયા.

1970 થી 1978, તે જમાનામાં આઠ વર્ષ, તેઓ અમેરિકામાં રહ્યા. એ દરમિયાન એક પણ વખત ભારત પાછા આવ્યા નહોતા. તે વખતે તો ફોનની સગવડ બહુ ઓછી હતી. પત્ર દ્વારા જ વહેવાર ચાલતો હતો. એ વખતે અમેરિકા જવું તે કલ્પના બહારની વાત હતી. અનેકાનેક લોભામણી વસ્તુ વચ્ચે સ્થિતપ્રજ્ઞ રહીને પણ પાછા ભારત આવવાનું જો કોઈને કહીએ તો બધા મૂર્ખ અને ગાંડા ગણે. અત્યંત લોભામણી આ મોહમયી જિંદગી છોડીને પણ તેઓ હિમાલય પર્વતની જેમ અડગ...

પાછા આવવાની બાબતમાં, તેમણે જીવન પર્યત કદી અફસોસ વ્યક્ત કર્યો જ નથી.

મારી અને નરેન્દ્રભાઈની ઓળખાણ વિશે થોડી વાતો જણાવું.

મારી મોટી દીકરી ગ્રીષ્મા તથા નરેન્દ્રભાઈ — સ્મિતાબેનની દીકરી શેફાલી ધોરણ 11,12માં St. Xavier's સ્કૂલમાં ભણતા હતા. તે દરમિયાન ખૂબ જ નજદીક આવી ગયા અને અમારી વચ્ચે પારિવારિક સંબંધનો સેતુ રચાયો જે હજી સુધી અખંડિત રહ્યો છે.

ત્યારબાદ મારી દીકરી તથા શેફાલી LD Engineering કોલેજમાં અલગ અલગ વિભાગમાં ચાર વર્ષ જોડે રહ્યા. શેફાલી લગ્ન બાદ અમેરિકા ગઈ તથા મારી દીકરી ગ્રીષ્મા લગ્ન બાદ ઓસ્ટ્રેલિયા ગઈ. મારા માતા-પિતાના અવસાન બાદ તથા જીવનની સામાજિક જવાબદારી પૂરી થયા બાદ રમ્નાપાર્કનો બંગલો વેચીને સાઉથ બોપલમાં ફ્લેટ શોધવા નીકળ્યા હતા.

2014ની સાલમાં નરેન્દ્રભાઈ અને સ્મિતાબેનના અતિ આગ્રહને કારણે અમે આરોહી કેસ્ટનો ફ્લેટ જોવા ગયા. ખૂબ જ ગમી ગયો. વિસ્તાર પણ સારો હતો, પણ મારી પત્નીને એમ લાગતું હતું કે આપણે બહુ દૂર જઈ રહ્યા છીએ.

સ્મિતાબેન અને નરેન્દ્રભાઈએ અમને ખુબજ સાથ સહકાર આપ્યો અને જણાવ્યું કે આ એરિયા ઘણો જ સારો છે. તદુપરાંત મારી નાની દીકરીના ઘરથી પણ ખૂબ જ નજીક હોવાથી આ જગ્યાએ ફ્લેટ અમે વેચાણથી લીધો જેનો બધો જ શ્રેય સ્મિતાબેન અને નરેન્દ્રભાઈને જાય.

રક્તના સંબંધો નાનપણમાં હોય છે મોટા થઈએ ત્યારે દિલના સંબંધ ટકે છે. ફક્ત એક નિમિત્ત માત્ર છે અને અસ્તિત્વવાદી નિમિત્ત છે. આંખોમાંથી સારું

થઈ જાય છે પછી દૃષ્ટિ જ રહે છે. અને માળામાંથી તણખલાં પણ ઓછાં થઈ જાય છે, એ જ રીતે રક્ત વગરના પણ સાચા દિલના સંબંધો અમારી વચ્ચે સ્થાપિત થયા. પ્રથમ પરિચયમાં જ નરેન્દ્રભાઈ જોડે આત્મીયતાનો સંગમ થયો હતો. ખૂબ જ મૂઠ્ઠાભાષી, અત્યંત ઓછું બોલવાનું, સાંભળવાની અદ્ભુત કુશળતા ધરાવતા. કદી પણ કોઈ વિષે અદેખાઈ બુરાઈ કે નિંદા એમના મુખેથી મેં કદી સાંભળી નથી. એવા વિરલ વ્યક્તિ પોતે Ph.D. થયા હોવા છતાં એમણે પોતાના નામની આગળ ડૉક્ટર નરેન્દ્ર લાધાવાલા એવું લેબલ ક્યારેય લગાવ્યું નથી. પોતાની જાતને ક્યારેય ડૉક્ટર નરેન્દ્ર લાધાવાલા એવી ઓળખાણ આપી નથી. અત્યંત સરળતા, સાદગી અને નમ્રતા એ જ એમની મોટી ડિગ્રી હતી. પિતા, પતિ તથા કુટુંબ તરફની બધી જ જવાબદારીઓ ખૂબ જ ખુમારીપૂર્વક અને ખુદારીપૂર્વક અદા કરી હતી. એના ફળ સ્વરૂપે જ શ્રવણ જેવો દીકરો નિમિત્ત એમને મળ્યો. નિમિત્ત તથા તેની પત્ની મિતાએ આખી જિંદગી ખૂબ જ કાળજીપૂર્વક અત્યંત ઊંચુ સન્માન આપીને તેમનું જતન કર્યું. શેફાલી પ્રત્યે એક અલાયદું જ સ્થાન એમના હૃદયના એક ખૂણામાં સાચવી રાખ્યું હતું. દીકરી પ્રત્યે ખૂબ જ આદર ભાવ છલકાતો હતો. મને જ્યારે ખબર પડી કે નરેન્દ્રભાઈએ ગણિતમાં Ph.D. કર્યું છે અને ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં એમ.એસસી.ના વિદ્યાર્થીઓને ભણાવતા હતા અને ત્યારબાદ રિટાયર થયા પછી ગાંધીનગરમાં આઈ.આઈ.ટી.ના વિદ્યાર્થીઓને પણ ભણાવતા હતા. ત્યારે મારા જેવી

ગણિતના વિષયમાં ખૂબ જ કાચી વ્યક્તિ તરીકે એ વાત તો માન્યા માં જ ન હતી આવતી કે ગણિતના વિષયમાં આટલું બધું આગળ ભણી જ કેવી રીતે શકાય?

અમારે તો બાપુ અને દરબારમાં 35 માર્ક પણ આવે તો ક્રિકેટના ખેલાડીને 50 રન થાય પછી અભિવાદન કરવા બેટ ઊંચું કરીને તાળીઓનો ગડગડાટ સાંભળે તેમ પાસ થવા માટે 35 માર્ક આવે તો નાતમાં પેંડા વહેંચાતા હતા.

વાહ, નરેન્દ્રભાઈ! ધન્ય છે તમારી કુશાગ્ર બુદ્ધિને. ચંદ્રકાંત બક્ષીની ચોપડીનું એક નાનું વાક્ય યાદ આવે છે.

ફકરા તો અસત્યના હોય,

ફકરા તો અસત્યના હોય,

બાકી સત્ય તો બે લીટીનું જ હોય.

સૌથી મોટો ગુણ હોય તો તેમની પ્રામાણિકતા. કોઈ વાતે આકોશ કે સખત ગભરાટ અનુભવતા હોવ તો તરત જ તેમના ચહેરા પર વ્યક્ત થશે. એમનાથી છુપાવી નહીં શકાય. પ્રામાણિકતાની વાત નીકળી છે તો એક નાનકડો પ્રસંગ રજૂ કરું છું. શેફાલી અથવા નિમિત્ત જ્યારે 12 ધોરણની પરીક્ષા આપી રહ્યા હતા ત્યારે અત્યંત વિનમ્રતા સાથે નરેન્દ્રભાઈએ બોર્ડના સભ્યોની કમિટીને જણાવી દીધું કે હું આ વખતે પરીક્ષાની પ્રક્રિયામાંથી અલિપ્ત રહીશ, કારણ કે મારા કુટુંબનું બાળક આ વખતે બારમા ધોરણની પરીક્ષા આપી રહ્યું છે. તમે કલ્પના તો કરો કે આજના આ જમાનામાં આવો નેક, સાફદિલ, નિખાલસ કબૂલાત

કરવાવાળો કોઈ માણસ તમને મળે? એવા હતા નરેન્દ્રભાઈ !

તેમના અવસાન બાદ જ્યારે તેમના ઘરે હું થોડા સમય માટે ગયો ત્યારે તેમના એક શિષ્ય પણ ત્યાં હાજર હતા. હું પહેલી જ વાર તેમને મળતો હતો. તેઓ હાલમાં આદિપુર કોલેજમાં કદાચ પ્રિન્સીપાલ તરીકે છે. મને હાલ એમનું નામ યાદ નથી પરંતુ એમને જે વિસ્તારપૂર્વક અને આદરથી તેમના ગુરુજી વિશેની ખૂબ જ નાની નાની ખૂબીઓની જે નિષ્ઠાપૂર્વક રજૂઆત કરી એ મારા દિલના તાર ઝણઝણાવી ગઈ.

હજી પણ મને એક બાબતનો અફસોસ જીવનભર રહેશે કે કાશ મને નરેન્દ્રભાઈ જોડે વધારે સમય મળ્યો હોત ! એમની આ ખૂબીઓ જો મને પહેલાં ખબર પડી હોત તો એમના જીવનના અનુભવોનો નિયોડ હું વધારે પ્રાપ્ત કરી શક્યો હોત!

જીવ્યા ત્યાં સુધી કુટુંબ પ્રત્યેની દરેક જવાબદારી અત્યંત જતનપૂર્વક સંભાળી, આ જવાબદારીમાં તેમના પત્ની સ્મિતાબેનનો પણ ખૂબ જ ઉમદા ફાળો રહ્યો. કુશળ નાવિકની જેમ ઝંઝાવાતોમાં પણ તેમના આખા કુટુંબની જીવનરૂપી નૈયાને સફળતાપૂર્વક કિનારે લાવીને પાર કરાવી.

મીઠી ઈર્ષા આવે એવું તે બંનેનું દાંપત્યજીવન. એવું લાગે કે નરેન્દ્રભાઈના જીવનમાં કોઈ વિરોધ પક્ષ જ નથી. દરેક બાબતમાં હસતા મુખે સ્મિતાબેનનો સાથ સહકાર મજબૂત ઈમારતની માફક અડીખમ જ હોય. બંને જણા યાની ચૂસ્કીઓના ખૂબ જ શોખીન. સુંદર ચાહ બનાવે.

મરીઝનો એક શેર રજુ કરું છું. એમાં મરીઝનું નામ બદલીને નરેન્દ્રભાઈનું નામ રાખવાની ગુસ્તાખી કરું છું.

મોત વેળાની ઐયાસી નથી ગમતી નરેન્દ્ર,
મોત વેળાની ઐયાશી નથી ગમતી નરેન્દ્ર,

ને હું પથારી પર રહું આખું ઘર જાગ્યા કરે !
નરેન્દ્રભાઈના આત્માની પ્રાર્થના માટે અટકું છું.
એમના કુટુંબમાં દરેક વ્યક્તિને આ આઘાત સહન કરવાની અને એમાંથી શાંતિથી પસાર થવાની શક્તિ અને તાકાત પ્રભુ બક્ષે એવી પ્રાર્થના.

A touch of magic in a journey called life of Dr. Narendra Ladhawala

Roshan Rao

Ahmedabad. (M) 9427001503

A memorable journey celebrates a momentous silver landmark which is made more memorable by the golden halo of good deeds marking milestones along the way.

Narendrabhai was a wonderful human being with a heart of gold and soul of diamond. His experience and knowledge were blessings for all of us. His presence made everyone and every event enjoyable and memorable. All memories with him were definitely unforgettable.

Nobody understands the reason why we met in this life journey, we were not related by blood, we didn't know each other from the start... but God put us together to be wonderful friends by heart.

He was a dynamic person with a sense of humour and helping hands. His attitude was always positive. He excelled in maintaining all his relations and friendships.

Narendra bhai was a firm believer of supreme power and seemed to carry an aura of divinity around him. **He was spiritually connected to the Almighty.**

With a calm mind and peaceful heart he enjoyed life like celebration... with full zeal and enthusiasm.

God saw you getting tired and a cure was not to be, so he put his arms around you and whispered, "Come to me". With tearful eyes we watched you and saw you pass away and although we love you dearly we couldn't make you stay. Golden heart stopped beating. God broke our hearts to prove to us that HE takes the best.

You will always be in our thoughts and prayers.

In the words of Saint Francis -

"It is in dying that we are born to eternal life."

નરેન્દ્રગણિત

ઓમપ્રકાશ ગુપ્તા
હ્યુસ્ટન, યુ.એસ.એ. (M) +1 (713) 4717822

A. કિંબોનાથી નરેન્દ્ર

ઊં
હું
ઓમ!
નરેન્દ્ર
જિગરી મિત્ર,
સુપ્રસિદ્ધ ગણિતજ્ઞ
કોણ શિખવાડશે ગણિતના પાઠ?

B. પ્રાકૃતિક નરેન્દ્ર

હું
ઓમ!
નરેન્દ્ર
મારા વહાલા,
જિગરી મિત્ર,
ગણિતના સૂર્ય
પ્રાકૃતિક નરેન્દ્ર.
પરડ્યુના પીએચ.ડી.
ગણિત શિખવાડનાર

C. અવિભાજ્ય નરેન્દ્ર

મિત્ર
નરેન્દ્ર
ક્યાં ગયા તમે?
ગણિતના નિષ્ણાત,
ફોરિયર સિરીઝસ્વરૂપનાં,
હતા તમે વિશ્વવિખ્યાત શોધનાર!

D. ઓમઆકૃતિ નરેન્દ્ર

હું
ઓમ!
નરેન્દ્ર
મારા વહાલા,
જિગરી મિત્ર,
ગણિતના સૂર્ય,
ગણિત અનાથ
તમારા વિના.
પાછા આવો
ગણિત
જ્ઞાની !
ઊં

ઓ જાનેવાલે હો સકે તો લૌટ કે આના...

રાજેશ ઠક્કર

ગણિત વિભાગ, તોલાણી આર્ટ્સ એન્ડ સાયન્સ કોલેજ, આદિપુર
(M) 9898467584

એક અમેરિકન ગાયિકા-અભિનેત્રી મે વેસ્ટનું જાણીતું વાક્ય છે : You only live once, but if you do it right, once is enough.

એક જિંદગીમાં અનેક હકારાત્મક યાદો આપી જનાર આવી વ્યક્તિઓની યાદીમાં પરમ આદરણીય લાઘાવાલાસરનું નામ અચૂક અને અગ્રિમ હરોળમાં આવે.

આજે હું સર વિશે વાત કરવા કરતાં સર સાથેના મારા કેટલાક અતિ સુખદ પ્રસંગોની વાત કરીશ, અને આ વિષયાંતરના બે કારણ છે. એક તો એ કે સુગણિતમ્ વાંચતા સુજ્ઞ વાંચકો સરને એક નખશિખ સજજન અને સૌમ્ય વ્યક્તિ તરીકે તથા ગણિતના દિગ્ગજ વિદ્વાન તરીકે ખૂબ સુપેરે જાણે છે. બીજું એ કે સરના વિરાટ વ્યક્તિત્વ વિશે લખવા હું ખૂબ નાની વ્યક્તિ છું.

તો આ છે મારા અહોભાગ્ય સમા પ્રસંગોની નાની કહાની....

1988નું વર્ષ લગભગ જૂન મહિનાના કોઈ દિવસે અમે બે-ત્રણ મિત્રો ગુજરાત યુનિવર્સિટી લાયબ્રેરી પાસે ચાલવા નીકળેલા અને સામેથી લાઘાવાલા સર ચાલતા આવતા હતા. અમે એક વર્ષ સર પાસે ભણી ચૂકેલા અને સરના ‘કામ સિવાય કોઈ વાત નહીં’ એવા અમારા પરના પ્રભાવ અને સર સાથે અમારા નબળા અંગ્રેજીમાં કઈ રીતે વાત કરવી એ મુંઝવણને લીધે અમે સર સાથે ક્યારેય કોઈ વાત

કરેલી નહીં. પણ એ દિવસે સામે મળવાનું થઈ જ ગયું એટલે અમે સંકોચ સહિત ઊભા રહ્યા અને અમારા આશ્ચર્ય સાથે સરે થોડીક વાતો કરી. થોડી હિંમત ખૂલી એટલે અમે ભાંગ્યા-તૂટ્યા અંગ્રેજીમાં સરને કહ્યું કે ‘આ વખતે તમારું પેપર બહું અઘરું લાગ્યું.’ તો સરે અંગ્રેજીના બદલે પહેલીવાર (કદાચ અમારું અંગ્રેજી સાંભળ્યા પછી) ગુજરાતીમાં કહ્યું કે ‘પેપર કોઈ ખાસ અઘરું નહોતું.’ અને અમે તો આશ્ચર્ય ચકિત ! સરને ગુજરાતી આવડે છે ? મારા સર સાથેના એ પહેલા આત્મીય સંવાદને આજે લગકભગ 33 વર્ષ થયાં અને પછી તો સર સાથેના આત્મીય સંબંધોમાં નવા નવા પ્રસંગોના ફૂલ ખીલતાં જ રહ્યા.

મેં જ્યારે એમ.ફિલ. ડેઝર્ટેશન સર સાથે શરૂ કર્યું ત્યારે શરૂઆતમાં જ સરે મને એક નાનકડી ચેતવણી આપેલી કે ‘ડેઝર્ટેશનમાં વિદ્યાર્થીએ વધારે મહેનત કરવાની હોય છે અને હું તમને કોઈ વિશેષ મદદ નહીં કરી શકું.’ ત્યારે તો ઉત્સાહમાં એ વાક્યની ગંભીરતા ન સમજાઈ, પણ પછી જ્યારે મને મોડાસા અને આદિપુર બંને જગ્યાએ પેરેલલ પાર્ટટાઈમ જોબ મળી ત્યારે સરને મળવાનું મારા તરફથી ઓછું થતું ગયું અને ડેઝર્ટેશન બાજુ પર મુકાઈ ગયું. એક દિવસ સરનો સામેથી ફોન આવ્યો કે તમારા ડેઝર્ટેશનની મુદત બે-એક મહિનામાં પૂરી થઈ રહી છે અને તમારે એને પૂરું કરવું જોઈએ. પણ એ બે’ક મહિના

વેકેશનના હતા. છતાં એ આખું વેકેશન સરે એમના બધા કાર્યક્રમ રદ કર્યા અને મારું ડેઝર્ટેશન પૂરું કરાવ્યું. એક વિદ્યાર્થીની ડેઝર્ટેશન માટેની બેદરકારીને અવગણીને એક આખું વેકેશન – અમદાવાદની મે મહિનાની ગરમીનું વેકેશન-વિદ્યાર્થીના ડેઝર્ટેશન માટે સમર્પિત કરવું... આવા શિક્ષકો કેટલા હોય?

મેં જ્યારે બીજા ‘મોટા ડેઝર્ટેશન’ એટલે કે મારા લગ્ન માટે તેમને નિમંત્રણ આપ્યું ત્યારે સર લગભગ બાર કલાકની, એ દિવસોમાં ખાસ્સી અસુવિધાજનક, મુસાફરી કરીને છેક માંડવી (કચ્છ) આવેલા. મને મળતાં જ તેમણે કહેલું. ‘તમે મને સાચવવાની ચિંતા જરાય ના કરશો. હું મને બરાબર સાચવી લઈશ.’ હું સરને કેટલા સાચવી શક્યો એ મને ખબર નથી પણ સરે મને ખૂબ સાચવ્યો છે. અમદાવાદ છોડ્યા પછી હું જ્યારે અમદાવાદ આવતો ત્યારે સર મને એમનું વાહન આપતા, જેથી હું ટૂંક સમયમાં અમદાવાદમાં મારાં બધાં કામ અગવડ વિના કરી શકું. એ સમયની સ્થિતિ અને સમજણ એવી નહીં કે હું એ વાહનમાં પેટ્રોલ ભરાવી આપું. પણ ફરીથી આવું એટલે સર એમની વાહનની ચાવીવાળો હાથ મારા તરફ એ જ સદ્ભાવથી ફરી ધરી દેતા. સરના ઘણા જાણીતા ગુણો પછી એક લગભગ છુપાયેલો ગુણ તેમની સાહસવૃત્તિનો હતો. અમારા એમ.એસસી. દરમિયાન માનનીય પી.જે. ભટ્ટ સાહેબે માઉન્ટ આબુની ગુજરાત માઉન્ટેનીયરિંગ ઇન્સ્ટિટ્યૂટની સાથે જ્યારે રોક ક્લાઈમ્બિંગની એક ટ્રેનિંગનું આયોજન કરેલું ત્યારે લાધાવાલા સર પણ એ ટ્રેનિંગમાં જોડાયા એ અમારા સહુ માટે ત્યારે મોટું આશ્ચર્ય હતું. એ

‘યાત્રા’માં જોડાયેલા મિત્રો પાટણના શ્રી મહેન્દ્ર પ્રજાપતિ, અમદાવાદના શ્રી દલસુખ દેવાણી, અહમદનગર (મહારાષ્ટ્ર)નાં શ્રદ્ધા ઈંગલે સહિત અમારાં બધાં માટે આજે પણ એ એક અવિસ્મરણીય યાદ છે. એ ટ્રેનિંગ સવારના 5:00 થી સાંજના 7:00 વાગ્યા સુધી સતત રજળપાટવાળી, મોટા રોક (ખડકો) પર ચડવાની થોડી જોખમી પ્રવૃત્તિ વાળી હતી. પણ ભટ્ટ સર અને લાધાવાલા સર પૂરા ઉત્સાહથી અને બિલકુલ થાક્યા વગર દરેક પ્રવૃત્તિ કરતા. સર ધારત તો પ્રોફેસર તરીકે અમુક શરીરની થોડી ઈજા પહોંચે એવી પ્રવૃત્તિને ટાળી શક્યા હોત. પણ એવું ક્યારેય ના બન્યું. છેલ્લે અમારા બધા સાથે બંને સર પરીક્ષામાં ટ્રેઈની તરીકે પણ જોડાયા અને સફળતાપૂર્વક પરીક્ષા પાસ પણ કરી. ગણિતના આંટીઘૂંટીવાળા પ્રશ્નો જે આંગળીઓ કુનેહપૂર્વક ઉકેલી શકતી એ જ આંગળીઓ ખરબચડા, જોખમી અને મોટા પથ્થરો પર પણ ગ્રીપ બનાવી શકતી એ અમે પ્રત્યક્ષ જોયું છે.

સાહસવૃત્તિની જેમ જ સિદ્ધાંતોનું ચુસ્તપણે પાલન કરવું એ પણ ખૂબ મુશ્કેલ ગુણ છે. એ બાબતમાં સરે ક્યારેય કોઈ કોમ્પ્રોમાઈઝ નહીં કર્યું હોય. છેલ્લે સરની સુપુત્રી શેફાલીને મળ્યો ત્યારે ત્યાં હાજર શેફાલીની એક ખાસ બહેનપણીએ વાતવાતમાં કહ્યું કે ‘સર નિયમોમાં એટલા ચુસ્ત હતા કે હું શેફાલીની ખાસ મિત્ર ખરી, છતાં મારે પણ ટુ-કોપીમાં સહી કરાવવી હોય તો ઓરીજનલ ડોક્યુમેન્ટ સાથે રાખવાં પડે. પણ એમાં કોઈ આશ્ચર્ય નહોતું, કારણ કે કદાચ શેફાલીએ પણ ટુ-કોપીમાં સહી જોઈતી હોય તો ડોક્યુમેન્ટ સાથે રાખવાં પડે

એમ મને ખાતરી હતી.’ સિદ્ધાંતોની આ યુસ્તતા સર માટે સાવ સહજ હતી. અને મારો એ બહુ વારનો અનુભવ છે કે જ્યારે કોઈ કોન્ફરન્સ વગેરેમાં નવી વ્યક્તિ સાથે વાત કરું કે મેં એમ.ફિલનું ડેઝર્ટેશન લાધાવાલાસર સાથે કરેલું છે તો તરત સામેવાળી વ્યક્તિની આંખોમાં સન્માનજનક ભાવ થઈ જતો. અને મને એ આંખોમાં સરના જ્ઞાનનો પ્રભાવ મહેસૂસ થતો. સરની એક ખાસ વિશેષતા એ હતી કે એમણે પોતાના જ્ઞાનને ખૂબ શાલીનતાથી પચાવ્યું અને ક્યારેય કોઈને એનાથી પ્રભાવિત કરવાનો પ્રયત્ન ના કર્યો. સામાન્ય રીતે જ્યારે બધા ચર્ચાઓ કરતા હોય ત્યારે સર મંદ સ્માઈલ સાથે સહુને શાંતિથી સાંભળતા હોય. ઉર્દુ શાયર રાહત ઈન્દોરી સાહેબનો એક શેર એમને ખૂબ બંધ બેસે છે.

એ અલગ બાત, કિ ખામોશ બડે રહતે હૈ,
ફિર ભી જો લોગ બડે હૈં, બડે રહતે હૈં।

મારા માટે એક ખાસ અહોભાગ્ય એ કહેવાય કે મારી દીકરી ચાંદનીને પણ ગયા વર્ષે સર પાસે IIT ગાંધીનગરમાં અભ્યાસ કરવાનો લહાવો મળ્યો. એ દરમિયાન કોઈ ઈન્સ્ટિટ્યૂટ લેવલના ગાયનની સ્પર્ધામાં ચાંદનીનો પહેલો નંબર આવ્યો ત્યારે લાધાવાલા સરે અભિનંદનનો ઈમેલ કરેલો અને મને અને ચાંદનીને પહેલા નંબર કરતાં પણ વધુ આનંદ સરના ઈમેલનો થયેલો.

જાન્યુઆરી 2020માં સર અમારી કોલેજમાં આવ્યા અને તેમણે એક વક્તવ્ય આપ્યું. એ જ અદા, એ જ સુંદર બોર્ડવર્ક – આ બધું વીડિયો રૂપે તો છે જ,

પણ અમારા હૃદયમાં પણ એક સંભારણું બની ગયું છે.

સર સાથે છેલ્લી ફોન પર વાત તારીખ 1 જાન્યુઆરી 2021ના દિવસે સવારે મારી અને મારા સાથી પ્રાધ્યાપક શ્રી મિતેશ પટેલની થઈ. લગભગ પચીસ મિનિટની વાતો પછી સરે કહ્યું, ચાલો આવજો...

અમારા માટે એ છેલ્લું ‘આવજો’ બની રહ્યું. પછી તો કોઈ ન માની શકે એવો whatsapp મેસેજ જોયો કે સર હવે આપણી વચ્ચે નથી. આપણે સરને સાંભળતા રહ્યા, વધુ સાંભળવા ઈચ્છતા રહ્યા અને સર અચાનક ચૂપ થઈ ગયા. શાકિબ લખનવી ના એ શબ્દોની જેમ,

જમાના બડે શૌકસે સુન રહા થા,
તુમ્હી સો ગયે, દાસ્તાં કહતે કહતે...

અને છેલ્લી વાત સરના પરિવાર વિશે. સરની ઉપસ્થિતિમાં આ પરિવારમાં ઊડતી પ્રેમની છોળો આપણામાંથી ઘણા બધાએ માણી છે. પણ સરની અણધારી વિદાય પછી પૂરા પરિવારે, આદરણીય સ્મિતા મેડમ, પ્રિય નિમિત, મિતા, શેફાલી સહિત સહુ પરિવારજનોએ જે હિંમતપૂર્વક અને સમજપૂર્વક આ પરિસ્થિતિનો સામનો કર્યો છે એ આપણા સૌ માટે પ્રેરણાદાયક છે. આ સમગ્ર પરિવાર સહિત આપણને સૌને ખબર છે કે એવું શક્ય નથી, અને છતાંય આપણા સહુના મનમાં એ ભાવ તો છે જ કે

ઓ જાનેવાલે, હો સકે તો લૌટ કે આના...

* * * * *

A Definition of Friend

Pushparaj Kanungo

U.S.A. E-mail : raj1.kanungo@gmail.com

I know of many people with whom I have had friendly relationships. I do not regard them all as friends, perhaps acquaintances. Some years back, a friend who was an executive at Boeing, where I had worked, asked me-"how do I define a friend?". I told him I didn't know, but if he had a gun to my head, I would say-"A friend extends his hand when you need help but in the process touches your heart". I always viewed Prof. Narendra Ladhawala as my friend. I had known him since 1974 when I spent a year at Purdue in west Lafayette.

Narendra Ladhawala had a heart of gold. He assisted other people whenever he could. He, and I used to go to the Purdue student union to watch college basketball games since we had no TV in the apartment where we lived. I had gone to Purdue for a year because my thesis advisor, Prof. Henry Laufer wanted me to go with him. He was spending his sabbatical at that university. I had joined the graduate program in 1971 at New York and wrote my thesis while at Purdue in 1975. Narendra Ladhawala graduated in 1976, and worked under Prof.

Hunt at Purdue University in Functional Analysis and upon graduation, took a job at Depaul University in Chicago. After three years at Depaul University, Prof. Ladhawala left for India, and joined the faculty of Math Department at Gujarat University in Ahmedabad.

Over the years, Prof. Ladhawala and I have exchanged numerous letters and e-mails but never met face to face. He had a beautiful family consisting of wife Smita, son Nimit, and daughter Shefali. I will always remember him as I saw him last. Outwardly, he always looked stern but in reality, he was a jovial fellow. Most people in this world come and go. They go when God comes calling. But someone like Prof. Ladhawala leave their mark on you. You are never again the same. When I look at the evening sky, and see myriad stars, I'll always wonder, which star he is. He will live in my heart for all the memories we shared. May God hold him in his arms, now, and forever.

* * * * *

NRL- સ્મૃતિ

સ્મૃતિ બુચ
અમદાવાદ (M) 9978716567

2021-21નું વર્ષ ગણિત સાથે સંકળાયેલ સર્વ માટે ઘણું દુઃખદ રહ્યું. ગુજરાત ગણિતના નભોમંડળમાંથી કેટલાયે તેજસ્વી તારલા ખરી પડ્યા. પૂ. ફાધર વાલેસ, ડૉ. એ.એમ.વૈદ્ય સાહેબ, શ્રી બચુભાઈ રાવળ તેમજ ડૉ. લાધાવાલાસાહેબ; અને હજું ઓછું હોય તેમ હમણાં જ પ્રા.વી. આર. ત્રિવેદીસાહેબ. આ બધાનું ગુજરાતના ગણિત વિશ્વમાં અગત્યનું સ્થાન હતું. અને તે સૌના અચાનક ચાલ્યા જવાથી ગણિત સાથે જરા જેટલો નાતો ધરાવતા સૌને બહુ મોટી ખોટ સાલતી હશે. તા.5-3-21 ના દિવસે જ્યારે ગણિતના Whatsapp ગ્રુપમાં ડૉ. લાધાવાલા સાહેબના અવસાનના સમાચાર વાંચ્યા ત્યારે, પહેલાં તો મન આ હકીકત સ્વીકારવા તૈયાર જ ન થયું. “કેવી રીતે? અચાનક શું થયું?” જેવા અનેક સવાલો મનમાં ઘુમરાવા લાગ્યા. બે ચાર મિત્રોને ફોન કરી વિગત મળ્યા પછી વિશ્વાસ બેઠો. પણ મન ક્યાંય સુધી વ્યગ્ર રહ્યું.

ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિત વિભાગમાં ડૉ. લાધાવાલા સાહેબ સાથે સંપર્કમાં રહેવાનો મોકો મને બહુ ઓછા સમયગાળા માટે મળ્યો હતો. તેમના ગણિત વિભાગમાં વ્યાખ્યાતા તરીકે જોડાયા પછીના થોડા જ સમયમાં મારું ગણિત વિભાગમાં આવવાનું બંધ થયું. વળી તેમના ગણિત વિભાગમાં જોડાયાં

પહેલાં મારું M.Sc. પૂરું થઈ ગયું હતું; તેથી તેમની પાસે ભણવાનો મોકો પણ ન હતો મળ્યો. છતાં પણ લાધાવાલા સાહેબ અને સ્મિતાબેન સાથેના મૈત્રીભર્યા સંબંધો એ જીવનનું અણમોલ સંભારણું બની ગયા; જેનો યશ એ બંનેનાં સરળ અને સહજ વ્યક્તિત્વને આપવો ઘટે.

મને યાદ છે કે જ્યારે ડિપાર્ટમેન્ટમાં ખબર પડી કે U.S.A.ની એક પ્રખ્યાત યુનિવર્સિટીમાં Ph.D.ની ડિગ્રી મેળવ્યા પછી પણ કોઈ ગુજરાત યુનિવર્સિટીના ગણિત વિભાગમાં વ્યાખ્યાતા તરીકે જોડાવા આવે છે, તેનું અમે સૌએ આશ્ચર્ય અનુભવેલ. કારણ એ વખતે એક માન્યતા હતી કે; ‘અમેરિકા જે કોઈ નર ગયો નાવે મંદિર માય’ (જોકે મૂળ પ્રયોગમાં અમેરિકાને બદલે જાવા છે) એટલે નવાઈ એ વાતની હતી કે આટલી ઊંચી સિદ્ધિ મેળવ્યા પછી પણ પરદેશમાં મળતી અનેક તકોને છોડીને તેઓ સ્વદેશ અને તે પણ ગુજરાત યુનિવર્સિટીમાં જોડાવા માટે આવી રહ્યા હતા. (જોકે એ પહેલાં ડૉ. એ.એમ. વૈદ્ય સાહેબે અને ડૉ.એમ.એચ. વસાવડા સાહેબે પણ આ રીતે જ પરદેશની તકો છોડીને સ્વદેશની યુનિવર્સિટીઓને કાર્યક્ષેત્ર બનાવ્યું હતું.) પણ વધુ મોટું આશ્ચર્ય તો લાધાવાલાસાહેબ ગણિત વિભાગમાં જોડાયા પછી મળ્યું. આટલી ઉચ્ચ સિદ્ધિ

મેળવ્યા પછી પણ કોઈ આટલું સાલસ અને નિરાભિમાની હોઈ શકે? ખરેખર એમને માટે નીચેની પંક્તિઓ સાર્થક છે કે; ‘નર કી ઔર નલુ નીર કી ગતિ એકસી હોય, જે તો નીચો વ્હે ચલે તેતો ઊંચો હોય.’

રિસેસના સમયમાં લાધાવાલા સાહેબ અમારા જેવા વિદ્યાર્થીઓ સાથે યુનિવર્સિટીના પ્રાંગણમાં આંટો મારવા આવતા અને ત્યારે અમે સૌ અલક-મલકની વાતો કરતાં ત્યારે વ્યાખ્યાતા અને વિદ્યાર્થીઓ વચ્ચેનું અંતર ભૂંસાઈ જતું અને અમને એમ લાગતું કે તેઓ અમારામાંના જ એક છે.

છેલ્લે બે પ્રસંગોની વાત કરું જેણે મારા મન પર તેમના વ્યક્તિત્વની અમીટ છાપ છોડી છે. ડૉ. એ.કે. દેસાઈ નિવૃત્ત થઈ રહ્યા હતા. તેમનો વિદાય સમારંભ યોજાયો હતો, ત્યારે લાધાવાલાસાહેબે પોતાના પ્રવચનમાં દેસાઈ સાથેના સંબંધને બિરદાવવા માટે ખુબ જ મનોરંજક અને છતાં હૃદયસ્પર્શી રજૂઆત કરી હતી જે એમના જ શબ્દોમાં નીચે મૂકું છું; “કાલે મને એક સ્વપ્ન આવ્યું. હું નદી કિનારે ટહેલતો હતો. મારા પગ સાથે એક કાચની બંધ કરેલી શીશી અથડાઈ. મેં શીશી હાથમાં લઈ ખોલી તો એમાંથી એક જીન નીકળ્યો. તેણે કહ્યું, કે “હું તારી એક ઈચ્છા પૂરી કરીશ. કહે, તું શું ઈચ્છે છે? મેં કહ્યું કે દુનિયાની દરેક વ્યક્તિનો પ્રિય વિષય ગણિત બની જાય. જિને

કહ્યું કે તારી આ માગણી પૂરી કરવાનું ઘણું અઘરું છે. બીજું કંઈક માગ. ત્યારે મેં કહ્યું; કે ભલે, તો મને દેસાઈ જેવો બીજો સંબંધી આપ. જિન કહે ના ભાઈ ના, એના કરતાં તો હું તારી પહેલી ઈચ્છા પૂરી કરવાની કોશિશ કરીશ.”!!!

બીજો એક પ્રસંગ મારા અંગત અનુભવનો છે. 2018 ઓગસ્ટમાં મારાં સાસુનું અવસાન થયું. ગુજરાત સમાચારમાં સગાં-સંબંધીઓની જાણ માટે અવસાન નોંધ આપી જેમાં તેમની પ્રાર્થનાસભાનું સ્થળ અને સમય દર્શાવવામાં આવ્યાં હતાં. અને અંતે પરિવારના પુત્રો, પુત્રવધૂ અને પૌત્ર-પૌત્રીઓનાં નામ હતાં. મારા આશ્ચર્ય વચ્ચે લાધાવાલાસાહેબ અને સ્મિતાબેન બન્ને પ્રાર્થનાસભામાં આવ્યાં હતાં અને સાહેબ મને કહે; કે પહેલાં તમારું નામ વાંચ્યુ ત્યારે લાગ્યુ કે, આ તમારા કુટુંબનું કોઈ લાગે છે અને પછી તમારી દીકરી આનલનું નામ વાંચ્યું ત્યારે ખાતરી થઈ કે, આ તો તમારાં જ અંગત સંબંધી છે. એટલે અમે આવ્યાં. કેટલી સરળતા અને સંબંધોને મહત્ત્વ આપવાની જાગરૂકતા !! ખરેખર આવું વ્યક્તિત્વ વિરલ હોય છે અને તેમનું ન હોવું એ માત્ર ગણિતનેજ નહિ પણ આપણા ગણિત પરિવારને પણ લાંબા સમય સુધી ખટકશે.

મારા આદર્શ ગુરુને હૃદયાંજલિ

ડૉ. ગૌરાંગી જયેશ પ્રજાપતિ

એસોસીએટ પ્રોફેસર, સી.યુ. શાહ સાયન્સ કોલેજ, અમદાવાદ.

(M) 9925022996

મારા આદરણીય પ્રાધ્યાપક શ્રી લાધાવાલાસાહેબ, આદર્શ શિક્ષક કે જેમના જ્ઞાનના પ્રકાશપુંજથી મારા જેવાં અનેક વિદ્યાર્થીઓને ઉજ્જવળ ભવિષ્ય પ્રાપ્ત થયું, એમનું નામ લેતાં જ આદરથી નતમસ્તક થઈ જવાય છે. આદર્શ શિક્ષકના બધા જ ગુણોથી સભર એમનું વ્યક્તિત્વ કઠિન, કપરા સંજોગોમાં પણ માર્ગદર્શક બની રહે છે.

એમની સાથે કંઈ ઋણાનુબંધ જ એવો હતો કે ડગલે ને પગલે નાની નાની મુશ્કેલીઓમાં પણ દોડી જવાતું. તેઓ પણ એટલા જ માયાળુ કે બધા જ પ્રશ્નોનો હલ સહેજમાં શોધી આપતા. મારો Real Analysis સાથેનો આટલો ઘનિષ્ઠ સંબંધ એમના થકી જ બંધાયો. મારો Real Analysis સાથેનો આ પ્રેમ સરને જ આભારી છે. 1991નું એ વર્ષ જ્યારે હું M.Sc. માં અભ્યાસ કરતી હતી, એ સમયથી એમના સાન્નિધ્યનો લાભ મને મળ્યો. એમના વિશાળ જ્ઞાન સાગરમાંથી મેં પણ ઘણાં મોતી મેળવ્યાં. એ પછી M.Phil. માં પણ મને એમના જ્ઞાનથી તરબોળ થવાનો મળ્યો. વિદ્યાર્થીઓને ઊંડાણથી વિષયનું શિક્ષણ આપવાના એમના પ્રયત્નો એમને શ્રેષ્ઠ પ્રોફેસર સાબિત કરતા. Real Analysisના વિષય પર એમની પકડ અદ્ભુત હતી ! M.Phil.માં ‘Problem Solving’ના વિષય પર એમણે આપેલાં lectures મને આજ પણ યાદ છે. વિષયને

કુશળતાથી વિદ્યાર્થી સુધી પહોંચાડવાની એમની આવડત અનોખી હતી.

એમનું વ્યક્તિત્વ પણ એટલું જ સરળ, ઋજુ અને નિખાલસ. સર જ્યાં રહેતા તે ‘પરિશ્રમ એપાર્ટમેન્ટ’, ત્યાં થોડો સમય મારે પણ રહેવાનું થયેલું. ત્યારે સરના સૌમ્ય, સરળ સ્વભાવના સુંદર પાસાનો પણ સુભગ અનુભવ થયેલો. મજાક અને રમૂજથી સૌના ગંભીર ચહેરાને પળમાં જ હાસ્યથી ભરી દેવા; હસતાં હસતાં જીવનને સહજ રીતે જીવવાની એમની રીત મને કાયમ પ્રભાવિત કરતી. મારી સાથે એમનો સંબંધ એ પછી પણ જળવાયેલો રહ્યો. હું લગ્ન પછી અમદાવાદમાં જ સ્થાયી થઈ મારા હસ્બન્ડ સાથે પણ એમની એટલી જ આત્મીયતા જળવાઈ રહી. ઘણીવાર અમે બન્ને સરને એમના ઘેર મળવા જતાં. એમનો મીઠો આવકારો અને એટલી જ ઉમદા મહેમાનગતિ હું કેમ કરી ભૂલું? જાણે ઘરનાં સભ્યને મળતાં હોય, પોતાના સ્વજનને મળતાં હોય એવી સહૃદયતા !

સરની સૌમ્ય પ્રકૃતિ, હંમેશાં હસતો ચહેરો, નિરાભિમાની, નિખાલસ સ્વભાવ સાથેનું એમનું આગવું પ્રભાવશાળી વ્યક્તિત્વ હંમેશાં મારા માનસપટલ પર અંકિત રહેશે. સર આજ અમારી વચ્ચે નથી પણ એમના આશીર્વાદ હંમેશાં અમારા પર વરસતા રહેશે.

સરની અચાનક વિદાયથી મારું મન અંદર સુધી હચમચી ગયું છે. મન માનતું નથી હજી આ વાત સ્વીકારવા. એમને યાદ કરતાં જ આંખો ભીની થઈ જાય છે. આજે એમને શ્રદ્ધાંજલિ આપતાં શબ્દો પણ ઓછા પડે છે. શિક્ષણ જગતના આવા મહાનુભાવ

માટે કોટી કોટી વંદન પણ ઓછાં પડે. ઈશ્વર એમના આત્માને મોક્ષ આપે એ જ પ્રાર્થના. એમની શ્રેષ્ઠ યાદો હંમેશા પથદર્શક બની અમને જીવનમાં આગળ વધવા પ્રોત્સાહિત કરતી રહેશે. પ્રણામ સરને...

Making Mathematics Likeable Like a Game....

Ajit Iqbal Singh

(M) 9212068046 E-mail : ajitis@gmail.com

Narendrakumar Ramanlal Ladhawala,
Forming a connected string even in his name;
With his captivating smile,
Making Mathematics likeable like a game.

Likes inequalities in distributions,
Jump around or sit well in a file;
Makes Walsh and Fourier meet again,
For a little more while.

Likes to gain knowledge by all means,
And spread it far and wide;
Everready at a little hint,
In Service to Society mode with a sense of pride.

With his great sense of humour,
Winning friendships ever so strong;
With his co-operative attitude and concern,
Retaining them intact for ever so long.

You remain in our thoughts, Ladhawala,
And ever so often in our conversation.
May you continue to guide from remote,
And also give your inspiration.

એન. આર. લાધાવાલા

સ્મિતા નરેન્દ્ર લાધાવાલા
અમદાવાદ (M) 8469028841

લાધાવાલા અટકથી શરૂ કરું તો લાધવું એટલે મેળવવું. થોડી પેઢી પહેલાં અમારા કુટુંબમાં પ્રતિષ્ઠિત લાધા શેઠ હતા. એમના વંશજો એટલે લાધાવાલા. જેના પાયામાં જ રમણ, મધુ, બંસી, શાંતા હોય એમનાં સંસ્કાર, કાર્યપદ્ધતિ, વિચારશૈલી અસાધારણ જ હોય. દિનચર્યામાં મને કહે - ઘરકામમાં વધુ સમય ફાળવવા ને બદલે બાળકો : શેફાલી અને નિમિત સાથે વધારે સમય રહે, એમના માટે આપણી હાજરી જ પૂરતી છે. એટલે અમે પૌષ્ટિક ખોરાક લઈએ પણ એક સમયે ઓછી વાનગીઓ હોય. સામાન્ય રીતે મિત્રો સાથે ફોન પર વાત કરવાની ઓછી હોય, રૂબરૂ મળીએ ત્યારે વાતો ખૂટે જ નહીં. ભાઈઓ બહેનો સાથે ફોન પર વાત થાય ત્યારે અમારા બેમાંથી કોઈ પણ એક વાત કરી લઈએ.

ટૂંકમાં, સમય, ઊર્જા અને સાધનનો સદુપયોગ. કેટલી ઊંચી ભાવના...

એમની નોંધપોથીમાંથી એમના પ્રિય સુવાક્યોનું મનન કરી...

1. Read more books than you did the previous year.

2. Dream more while you are awake.
3. Major advantage of teaching – New batch of fresh students every one or two years.
4. Teaching a course, more than once to good students – I learn the course well, with their remarks, comments... that is a big gain.
5. Realise that life is a school and you are here to learn. Problems are simply a part of the curriculum that appear and fade away like algebra class but the lessons you learn will last a lifetime.
6. Eat more foods that grow on trees and plants and eat less food that is manufactured in plants.
7. What other people think of you is none of your business.
8. Don't overdo. Keep your limits.
9. A calm and modest life brings more happiness than the constant pursuit of success combined with constant restlessness.
10. Life is too short to waste time hating anyone. Don't hate others.
11. No matter how you feel, get up, dress up and show up.

નરેન્દ્ર લાધાવાલા – એક આદર્શ

નિમિત નરેન્દ્ર લાધાવાલા
અમદાવાદ (M) 9033218639

અમારા પપ્પા – નરેન્દ્ર લાધાવાલા – એક અનોખું વ્યક્તિત્વ, પ્રેમાળ, લાગણીશીલ, દીર્ઘદ્રષ્ટા અને સિદ્ધાંતવાદી. પપ્પા ખરેખર એક નાળિયેર જેવા જ હતા, ઘણા માટે બહારથી સખ્ત, પણ અંદરથી એટલા જ નરમ અને ગુણકારી (ઉપયોગી). એમનું જીવન એટલે પંખાની ત્રણ પાંખો-ગણિત, પરિવાર, વિદ્યાર્થીઓ. ત્રણેય ને અલગ રાખ્યા પણ ત્રણેયને પૂરતો સમય પણ આપ્યો. એકેય પાંખનું સંતુલન ક્યારેય બગડવા ન દીધું.

ગુસ્સામાં પણ પ્રેમ છલકાય ને વાણીમાં શીતળતા મહેકાય,
સરળતાથી બતાવ્યું કે જીંદગીની સાચી વ્યાખ્યા કોને કહેવાય !
ગમગીન છે આ સૃષ્ટિના અનેક જીવો આજે એમની વિદાયથી,
આને જ તો એક સાચા માણસની ઓળખ કહેવાય !
અને એક દિવસ અચાનક જ વિદાય લઈને બધાની આંખો ભીની કરી ગયા...

એમના જીવનને ચાર ભાગમાં વહેંચી દરેક ભાગની થોડીક યાદો વાગોળીએ.

પહેલો તબક્કો, બ્રહ્મચર્યાશ્રમ :

પ્રાથમિકતા – અભ્યાસ અને પરિવાર

કિસ્સો-1

બી.એસસી.માં 90% ગુણ સાથે રેકર્ડ તોડ્યો હતો જેની નોંધ 1970ના સમાચાર પત્રમાં પણ લેવાઈ હતી.

કિસ્સો-2

8 વર્ષ અમેરિકામાં રહ્યા, પીએચ.ડી.ની ડિગ્રી મેળવી અને થોડો ભણાવવાનો અનુભવ પણ લીધો, પણ માત્ર અને માત્ર પરિવાર માટે ગ્રીન કાર્ડ માટે અરજી પણ ન કરી અને ભારત પરત ફર્યા.

મનદુઃખ કોઈનાથી અને કોઈએ પણ રાખ્યું નથી,

તમારા કર્મોને લીધે તમને સૌ આદર્શ માનતા રહ્યા !

વડીલની સાચી પરિભાષા સમજાવી અને

એ પરિભાષાને સાર્થક પણ આજીવન કરતા રહ્યા !

બીજો તબક્કો એ ગૃહસ્થાશ્રમ :

પ્રાથમિકતા – પરિવાર, મિત્રો, વિદ્યાર્થીઓ

કિસ્સો-1

અમદાવાદમાં સ્થાયી થયા બાદ ભાઈઓ તો સાથે રહ્યા જ, પણ મિત્રો, પિતરાઈ અને મિત્રોના પરિવારજનો ભણવાના હેતુથી અમદાવાદ આવ્યા અને જરૂરિયાત પૂરતો સમય ઘરે જ રહ્યા. એમને પણ ઘરના સત્ય જેટલો જ પ્રેમ અને માર્ગદર્શન આપ્યું.

કિસ્સો-૨

પુરુષ સમાજમાં સ્ત્રીને જ્યારે એટલી છૂટ ન મળતી ત્યારે એમણે પત્ની સ્મિતાને લગ્ન પછી ભણવા (એમ.કોમ., બી.એડ.), નોકરીની ઈચ્છા પૂર્ણ કરવા બધો જ સહયોગ આપ્યો. ઘરના દરેક કામમાં પણ એટલી જ મદદ કરતા. એમના હાથની ભાખરી, જાણે માપીને કાપતા હોય એવી, ચીવટ પૂર્વક સમારેલાં શાક વગેરે એમની ખાસિયત હતી.

Friend for many
Aspiration for others
Teacher for the world
Hero for all of us
Eternal and Pure
Rare human for sure

ત્રીજો તબક્કો, વાનપ્રસ્થાશ્રમ

પ્રાથમિકતા – પરિવાર, મિત્રો, વિદ્યાર્થીઓ

કિસ્સો-1

વિદ્યાર્થીગણની અનેક વાતો બધાયે એમની વિવિધ પ્રાર્થાસભામાં સાંભળી હતી. પરિવાર માટે તેઓ મોભી હતા. પરિવારમાં સાચા અર્થમાં તન, મન અને ધનની મદદ કરી અને એટલી શાંતિથી કરી કે ઘણા કિસ્સામાં અમને પણ જાણ ના હોય.

કિસ્સો-2

અમને ઘણી બધી વાતોનો ગર્વ છે, એવી જ એક એમની ઓળખ એટલે એમનું બેદાગ જીવન. મારું 12 વિજ્ઞાન પ્રવાહનું પરિણામ નબળું આવેલું. બી.એસસી.માં સારી કોલેજમાં એડમીશન મળે એ હેતુથી, પ્રખ્યાત કોલેજમાં માત્ર એડમીશન ફોર્મ લેવા સાથે આવવાનો મેં અનુરોધ કર્યો. પણ એ વાતથી એ સહમત ના થયા. ગર્વથી સાચે જ છાતી

56 ઈંચની થઈ જ્યારે વિચારીએ કે જે વ્યક્તિ પોતાના કુટુંબીજન માટે ક્યાંય ભલામણ સુધાં ન કરે, એની જિંદગીમાં એક પણ તણખલું ગેરકાયદેસર ના હોય. આનાથી મોટી કમાણી શું હોઈ શકે?

પરિવાર, મિત્રો અને વિદ્યાર્થી બધા વિચારતા રહ્યા, આમ તમે ક્યાં બધાનો હાથ છોડી ને જતા રહ્યા !

ઘર અને ગણિત બંનેને તમારી ખોટ સાલશે

અજાણ્યા રસ્તા પર એકલા તમે ક્યાં જતા રહ્યા !

ચોથો તબક્કો સન્યાસઆશ્રમ:

પ્રાથમિકતા – પરિવાર, મિત્રો, વિદ્યાર્થીઓ

કિસ્સો-1

આમ તો વ્યક્તિ 60 વર્ષે નિવૃત્ત થઈ જાય. પણ અંતિમ શ્વાસ સુધી એક સાચા ગુરુ અને શિક્ષક તરીકે એમની ફરજ બજાવતા રહ્યા. 5 માર્ચના રોજ એમને જ્યારે સ્વર્ગની સફર શરૂ કરી, એના 2 દિવસ અગાઉ સુધી ભણાવ્યું છે. ઓનલાઈન પરીક્ષા, પેપર તપાસવા, 9-9 કલાકના Viva (મૌખિક પરીક્ષા) આ એમના છેલ્લા 1 સપ્તાહનાં કામ હતાં.

કિસ્સો-2

ગુજરાતીમાં કહેવત છે “વ્યાજનું વ્યાજ વહાલું જ લાગે”. એમનાં ત્રણ પૌત્ર-પૌત્રી. એમની શીતળતા, પ્રેમ અને લાગણીથી બધાય તરબોળ થઈ જતા, બાળકો પણ, ઓફિસના કામથી હું અને મારા પત્ની દિવસ દરમિયાન બહાર હોઈએ. ઘરમાં મમ્મી પપ્પા સાથે અમારો દીકરો આરવ હોય. ભણતરની સાથે ગણતર આપનારા દાદાની ખોટ

आरवने लुंभेशां सालशे. आजे पश आरव क्यारेक
कडे छे, - “दादा छेत तो अमे आ रीते रमता
छेत...”

जिए कुछ ऐसे सबके सिखाते हुए
रुखसद भी ली आपने तो हँसते हुए
वादा तो नहीं, कोशिश जरूर करेंगे
जीएंगे हम भी अब से मुस्कुराते हुए !!

अंते चित्रपट आनंदना आ शब्दो
मौत तू एक कविता है

मुझसे एक कविता का वादा है मिलेगी मुझको
डूबती नब्जों में जब दर्द को नींद आने लगे
जुर्द सा चेहरा लिये जब चांद उफक तक पहुँचे
दिन अभी पानी में हो, रात किनारे के करीब
ना अंधेरा ना उजाला हो, ना अभी रात ना दिन
जिस्म जब खत्म हो और रूह को जब साँस
आए

मुझसे एक कविता का वादा है मिलेगी मुझको
आनंद मरा नहीं, आनंद मरते नहीं !!!

* * * * *

Larger Than Life....

Swati Sheth

Dubai.

Email : swatibensheth25@gmail.com

Ladhawala was a larger-than-life figure in his academic career and impacted the life of thousands of students and math enthusiasts by advising, inspiring and reminding us of the unlimited potential which all of us had while always lending a helping hand. He supported curiosity, critical thinking and his calm composure always led to a new approach while problem solving. He always wanted to see or hear something that was new and exciting. He was the best teacher and the best student since he was always learning and in every interaction, he looked for opportunities to educate and learn. I wish to embody at least a touch of his spirit, enthusiasm, determination and curiosity and that one day I can have at least a fraction of influence he has had across his 50 year old career. We thank him for teaching us that emotion and logic exist best together.

Thank you !

* * * * *

ડૉ. નરેન્દ્ર રમણલાલ લાધાવાલા

ક્રિન્જલ ભરતકુમાર શાહ (ભત્રીજો)

(M) 9428588734 E-mail : krinjalshah@gmail.com

શૂન્યથી અનંત સુધી

“શૂન્ય”માંથી સર્જન અને એ સર્જન ને સાચવીને રાખતા જોયા છે મેં તમને,
દુઃખની વાતો ને કૌંસની બહાર રાખીને જીવનમાં હસતા અને હસાવતા જોયા છે મેં તમને.

પુશીની વાતોને “ભાજ્ય”માં રાખી અને દુઃખની વાતો ને “ભાજક”માં રાખી,
બહુ બધા સુખ ને “શેષ”માં રાખી, “ભાગાકાર” કરતા જોયા છે મેં તમને.

આખા લાધાવાલા કુટુંબના નાના માં નાની વ્યક્તિની સંભાળ રાખી ને,
કુટુંબના દરેક પ્રસંગમાં હાજરી આપીને, કુટુંબના સુખમાં “ગુણાકાર” કરતા જોયા છે મેં તમને.

મિત્રો, સહાધ્યાયી, સહકર્મચારી, કુટુંબીજનો સાથે વાતચીત કરી ને,
સુખ દુઃખની આપ લે કરી ને, સંબંધોમાં “સરવાળો” કરતા જોયા છે મેં તમને.

કોઈપણ સમયે મદદ માટે હાથ લંબાવતી વ્યક્તિ ને, યથા શક્તિ દાન કરી ને,
તે વ્યક્તિની મુશ્કેલીમાં “બાદબાકી” કરતા જોયા છે મેં તમને.

દરેક સમયે તમારા પર આવી પડેલી જવાબદારીને સરસ રીતે નિભાવી,
મોઢા પર કોઈ પણ પ્રકારના ટેન્શન વગર પુશ રહેતા જોયા છે મેં તમને.

જીવનસંગિની સ્મિતાકાકી અને બાળકો શેફાલી અને નિમિતને સાથે રાખી ને,
જીવન ના એકાઉન્ટને બેલેન્સ કરતા જોયા છે મેં તમને.

આમ જીવનની શરૂઆત શૂન્યથી કરી અને ગણિતનું જ્ઞાન અમેરિકાથી માંડી,
કલકત્તા અને અમદાવાદના વિદ્યાર્થીઓ ને વહેંચીને તમારા જ્ઞાનને “અનંત” કરતા જોયા છે મેં તમને.

નરેન્દ્ર – કુટુંબના ઇન્દ્ર

મીનાબેન અને દિલીપ દાસ
નડિયાદ (M) 9662323034

નરેન્દ્રભાઈ આર. લાધાવાલાનો જન્મ એક મધ્યમવર્ગીય વણિક કુટુંબમાં આણંદ જિલ્લાના નાના ગામ ઉમરેઠમાં થયો હતો. લાધાવાલા પરિવારનો તેજસ્વી તારલો 05-03-2021 ના રોજ બ્રહ્માંડમાં વિલીન થઈ ગયો.

મારે નરેન્દ્રભાઈ માટે જો કંઈ કહેવું હોય તો એટલું કહી શકું કે ઉમરેઠ ગામથી પાયાનું શિક્ષણ મેળવી જાત મહેનતથી અમેરિકાની પ્રતિષ્ઠિત Purdue Universityમાંથી ગણિતમાં Ph.D.ની ડિગ્રી હાંસલ કરી; પણ તેમને પોતાના નામ આગળ ક્યારેય ડોક્ટર લખ્યું ન હતું. તેનું સાદું ઉદાહરણ-I.I.T., Gandhinagarમાં તેમની કેબીન બહાર N. R. Ladhawalaની નેમ પ્લેટ લગાવી હતી.

તેઓ અમારા કુટુંબના મોભી હતા અને આખા કુટુંબના સંજયરૂપી મણકાઓને માળામાં પરોવી એક સાથે રાખેલા, તેનો અમોને ગર્વ છે. તેઓ સમાજમાં કુટુંબભાવના માટે દાખલારૂપ છે. આપે પરિશ્રમ કરી, શૂન્યમાંથી સર્જન કરી લાધાવાલા પરિવાર માટે પુષ્પો બિછાવ્યાં.

કર્મ સદાય એવાં કર્યાં કે સૌના હૃદયમાં ગૂંજયા કરે. જીવન તેમનું સાદું રહ્યું, વિચારો ઉચ્ચ રહ્યા.

તેમનો પ્રેમાળ, માયાળુ સ્વભાવ, હસી ને હસાવનાર, અમને રડાવી ગયા.

આંખો હજી નિહાળે છે તમને,
અંતર હજી પોકારે છે,
તમારું સ્મરણ મન મૂકીને રડાવે છે,
તમારો પરોપકારી સ્વભાવ ક્યારેય વિસરાશે નહીં.

તેમણે કંડારેલી કેડી પર તેમનો સાથ આપતા સ્મિતાભાભી માટે “અર્ધાંગિની” શબ્દ ખરેખર યોગ્ય જ છે. એ જ પ્રમાણે તેમનો પુત્ર નિમિત્ત અને પુત્રવધૂ મિતા આગળ વધી રહ્યા છે. એમનો પૌત્ર ચિરંજીવી આરવ દાદાની સ્મૃતિ જીવંત રાખવા ગણિતની વિવિધ પરીક્ષાઓમાં ખૂબ જ સુંદર પરિણામ લાવીને દાદાને સાચી શ્રદ્ધાંજલિ આપી રહ્યો છે.

એ જ પ્રમાણે કેલિફોર્નિયા સ્થિત દીકરી અને જમાઈ, શેફાલી અને તપન શાહ સુંદર કાર્ય કરી રહ્યાં છે. હેલી અને તાન્યા સ્વિમિંગ, આઈસ સ્કેટિંગ અને પિયાનો વગાડીને નાના ને ખુશ કરી રહ્યાં છે.

છોડી ગયા જીવન છતાં જીવિત હોવાનો ભાસ છે, દર્શન નથી તમારા દેહના પરંતુ હૈયામાં સદાય વાસ છે.

તેઓ છેલ્લા થોડા મહિનાઓથી તેમના સાથી ગણિતશાસ્ત્રીઓ, પ્રો. સુભાષ ભટ્ટ, પ્રો. અરુણભાઈ ફાધર વાલેસ, પ્રો. ડી.વી. પાઈ વગેરેની કારમી વિદાય પછી કદાચ મનમાં વિચારતા હશે – ‘હવે

भगवान स्वर्गमां गणित शीभववा कया गणितज्ञ ने उता.’

ओलावशे?’

ओ पवित्र आत्मा मडा वद सातम,

भारे नरेन्द्रभाईने गणितनी भाषामां वर्णववा श्रीनाथञ्जना पाटोत्सव ने दिवसे श्रीञ्च थरशमां सदा
डोय तो अेटळुं ४ कडी शकुं – ‘ते परिवारना 108 माटे पोढी गयो.

आप तो बड़े बन गये

स्मिता दीदी मेरी ननद हैं। नरेन्द्र भाई मेरे ननदोई (दोई)। दोई (बंगाली में)
दही को कहते हैं। दही जैसे थे, निर्मल, नरम, मीठे ! हमारे नरेन्द्र भाई।

“जो व्यक्ति जहान को सुनाकर गया,
लेकिन हमें सिख दे गया।
जीना है तो सिर उठा कर जियो,
नीचे देखकर चलो नहींतो ठोकर खाओगे,
ऊपर-नीचे देखना दोनो जरूरी है। सिख दे गये
कभी साथ ही थे मगर आज वे दूर हैं,
किस्मत के आगे हम मजबूर हैं।
बच्चों को पढ़ाते-पढ़ाते सब बता गये,
जो आगे चलकर उनके गणित पर जीयेंगे।
उत्तर तो मिलना ही है सभी को,
क्योंकि प्रश्नों में ही उत्तर छिपा गये।
मोक्ष मिले आपको ये प्रार्थना हम सब करते हैं,
हम तो बहुत छोटे रह गये
आप तो बड़े बन गये ॥

बनारस

(M) 9867411871

स्मिता रश्मिकान्त बंशीलाल गाभावाला

વૈષ્ણવજન તો તેને રે કહીએ....

ભારતી અને અશ્વિનકુમાર શાહ
વડોદરા (M) 9327726553

- નરેન્દ્રભાઈ, એક વૈષ્ણવ...
- કંઠી, તિલક, બ્રહ્મસંબંધ, નિયમિત મંદિર દર્શન કરવા જવું વગેરે દૈનિક ક્રિયાઓ વગર પણ શ્રી નરેન્દ્રભાઈ વૈષ્ણવરાજ બન્યા કારણ કે---
- વૈષ્ણવતાનું મહત્વનું ચરણ દીનતા છે, જે તેમણે આત્મસાત કરી હતી અને આજીવન જાળવી હતી.
 - તેઓએ જીવનભર દરેક કાર્ય પૂરેપૂરી ચીવટ સાથે અને સુંદર રીતે કરેલ, જે અંજલિ રૂપે પરમકૃપાળું પરમાત્માને અર્પણ કરી શકાય. ઠાકોરજીને તો ઉત્તમોત્તમ જ અર્પણ થાય : એમનું તો દરેક કાર્ય પ્રભુના ચરણ કમળમાં અર્પણ કરવા યોગ્ય છે.
 - આનંદરૂપ શ્રી ઠાકોરજીની પ્રસાદીરૂપે મધુર હાસ્ય તેઓના ચહેરાને જીવનભર શોભાવતું રહ્યું : ધામ ગમન સમયે પણ એ જ હાસ્ય...
 - એમના જમણા હાથે કરેલું સતકાર્ય, એમનો ડાબો હાથ પણ જાણી ન શક્યો.
 - તેઓ પ્રેમની સાક્ષાત મૂર્તિ હતા. છેલ્લે-છેલ્લે ભગવાને તેમની વિદાય પણ શ્રીનાથજીના પાટોત્સવ શુભ દિવસે નિમિત્ત કરીને તેમના પર વૈષ્ણવની મહોર લગાવી.
 - સમય પાલન અને સમયની કદર તેઓએ જાણી, માણી અને જણાવી.
 - પ્રેમ, દયા અને કરુણા છતાં જરૂર પ્રમાણે મક્કમતા સતત જાળવી.
 - સામેવાળાને ધ્યાનમાં રાખીને ‘દરેક કાર્ય પૂરા પ્રેમથી અને અખૂટ સહાનુભૂતિપૂર્વક કરવું’ એ તેમનો જીવનમંત્ર હતો.
 - કુટુંબમાં ભેદભાવ વગર, નીડર અને નિષ્પક્ષ રીતે જરૂરી વાત સ્પષ્ટપણે કરતાં જે દરેકના હિતમાં જ હોય.
 - વિદ્યાર્થીઓને સમયસર પૂરેપૂરું માર્ગદર્શન સતત આપતા રહ્યા.
 - સહકર્મીઓ – જુનિયર કે સિનિયર – દરેક સાથે લાગણીસભર વ્યવહાર રાખતા... જે, તેઓ પણ સદા માણતા રહ્યા.
 - પોતાના સંપર્કમાં આવનારને દિશા સૂચન કરતા રહ્યા અને અંત સુધી તેઓને ઊર્ધ્વગામી બનાવવા પ્રવૃત્ત રહ્યા.
 - ધૂપસળીની જેમ કુટુંબ, સમાજ, શિક્ષણ જગત અને મિત્રવર્તુળને નિઃસ્વાર્થ રૂપે વાણી અને વર્તનથી લાભાન્વિત કરવા પ્રયત્નશીલ રહ્યા.
 - જીવનના અંતિમ સમય સુધી કાર્યરત રહેવું એ સામાન્ય માણસના વશની વાત જ નથી : આતો શ્રી નરેન્દ્રભાઈનાં તેજવલયો નો જ પ્રતાપ છે.
- સાચા વૈષ્ણવ ને જય શ્રી કૃષ્ણ.

You are, for ever, in my heart...

Dipak R. Shah
Ahmedabad.
(M) 9829037717

Year was 1974-75. I was not so good in English. Narendrabhai asked me to write a letter in English and send it to USA. The letter, on receipt, was corrected and sent it to me by return post. This system continued for few months and thus I improved my English writing skills.

When he was pursuing his Masters Degree, he used to walk down from his hostel to the university to save money on bus ticket. He was giving tuition at Talati Tuition Classes for pre-science students while he was studying. This is how he sacrificed his life for our family. Returning from US without taking green card was another example, how much he was concerned for us. He was like a fatherly figure. Losing him is a big irreparable loss to Ladhawala family and his friends, colleagues, and students.

He was getting admission in Medical Course after pre-science but he preferred Mathematics over medical, such was his passion for Mathematics.

He used to send 100 dollars a month to us while getting 300 dollars as scholarships.

You are, forever, in my heart.

For all you were to me in life And all the joy you brought, your memory is with me In every single thought.

The pain I felt at losing you will never go away, but knowing that you're in my heart helps me through each day.

When you were here, I always felt that nothing could go wrong. But you are still my inspiration and your memory keeps me strong.

And though my heart is heavy, it's also full of love, and that's enough to comfort while you are in Heaven above.

We your family miss you

In the house where you used to be.

We wanted so much to keep you.

But GOD willed it not to be.

Now you are in God's keeping you suffer no more pain

So dear God, take care of him until we meet again.

Om Shanti.

* * * * *

Simple events, important lessons

Sunil Gabhawala

Chartered Accountant, Bombay.
(M) 9821323921

My memories with Narendrakumar go back right from my childhood days ever since my eldest cousin Smitaben married him. Honestly, I am too naive to understand his intellectual achievements and as such could not think to write about the same. The fact that a magazine of repute is publishing an entire edition in his memories speaks volumes about his intellectual achievements and the hardwork and commitment. I will therefore leave the praises about his expertise in the academic field for his colleagues and seniors in the academia. I would only like to revisit a couple of simplistic memories with him which had a lasting effect on me and provided some life lessons to me.

During my childhood days, I had many occasions to meet him at formal and informal social functions along with many other relatives and friends. He always came across as a humble person, just like one amongst the many. During my high school days, I developed interest in Mathematics and it was at that time that my dad told me

about Narendrakumar's achievements – A Ph.D., from Purdue followed by being an acclaimed professor in Gujarat University. I expressed to my dad that in my earlier interactions with him, I never realized that he was so intelligent. My life lesson learnt that day, **“Intellectual Achievements should bring humility”**

In the early 90s, I had an occasion to visit his house and was surprised to see him contribute towards the routine household chores. He could sense my surprise – it was still early 90s and in the Indian context, it was very uncommon for husbands to contribute to household chores. He very calmly and methodically explained that ultimately all work is important and depending on convenience, either the husband or the wife should not hesitate in doing the said work. **I learnt an important lesson in gender equality that day.**

Narendrakumar will be missed by all of us, but we have many memories of his to cherish and his blessings are with all of us.

Why we all love and respect Narendra Ladhawala

Tapan Shah

U.S.A. (M) 001-626 -487-2289

I am immensely proud to be the son-in-law of my late father-in-law, Professor Narendra Ladhawala. I always had deep respect and love for him, as I always found sheer comfort in looking up to him as my father. The outpouring of love and admiration for him over the past two months from his students, friends and family members has been truly inspiring and heart-warming.

He has been a role-model for me and has enriched my life and my family in so many ways. Both my in-laws' respect for humanity (i.e. every one is equally talented), time punctuality, and humbleness is unbeatable. I remember my marriage events of more than 700 people in Ahmedabad were so well organized and on time. Back in 2010, when he and my mother-in-law went to CALTECH to attend a seminar, they spent hours in the library, looking at mathematics books and journals. It demonstrated their true passion for teaching and improving lives of students. He was so well respected by Caltech mathematics professors as well.

I am too small a person to write something about him as he was a rare human being, who could be so simple at heart with plethora of wisdom and intellectual ability. He had friends, students and core family members with whom he built strong bonds over 50 years. He taught me the true value of maintaining relationships in general without any expectations. He was so accommodative and caring person who went back to India in 1978 from USA to support his brothers' families while giving up his successful career in USA after completion of Ph. D. from Purdue University. Such was his generous nature and love for family that you would want to be like him, but which is so difficult in this era.

He also carried an amazing sense of humour and we both had great time together in Vadodara, Ahmedabad, Denver, Los Angeles and Houston. He ensured that our kids, my wife, my Mom and everybody in her family were always happy while providing superb strength, positivity and courage all the

time. I must say that I have been blessed to have father like him and my mother-in-law (just like my mother), whom I give all the credit for supporting his vision and passion for Mathematics. It allowed him to be a renowned and well respected Mathematics professor, who was teaching till his last breath.

He does not want us to be sad. So please, for him and all of us, let us shift

our thoughts from how much we miss him to our own memorable sweet happy times we spent with him. We loved each other's company and spent time laughing at several parties at our home where he would get along so well with my friends and share jokes.

Professor Narendra Ladhawala lives on in the hearts and minds of his family members, students and friends.

Our Naru Mama

Bhavin Shah
(Nephew), Doha, Qatar.
(M) 974 5034 9924

Mama lives in our heart,
He inspires all living a life like an art.

He is a person of responsibility by nature,
Who helped family to grow and become mature.

Maths and life both are full of mystery,
Under your shelter this mystery became history.

You embedded family like family is a circle for you,
We grow and glow when centre point is you.

You and your life has always motivated us all,
And has shown us path to climb and re-learn when did we fall.

You have explained everything in really nice way,
For which I say words are very less to say.

Your students I heard saying "Very special teacher you are"
Made everybody shine like a star.

* * * * *

Narendra – A Friend and a Family Member

Gopal M. Gabhawala

Mumbai (M) 9867411871

E-mail : gopal.gabhawala@gmail.com

My sweet remembrances with Narendra (1957 to 1964), I was in the same batch in the school for 7 years and also residing in same street (pole). We used to visit each other's home for studies (homework and preparations for exam) and we used to go to school together. I have learnt a lot and he was my guide and helper for solving difficulties. In the school we were known by Name. Surname was rarely used (N.R. G.M. R.V. P.G. & H.R. etc.) We have good sweet memories unable to show in few lines. He was probably my 1st friend to go to USA for further studies. After school education I came to Bombay and he had joined college at Daker-Baroda. He was my fast friend. I didn't remember we have any quarrel or misunderstanding. After 14 years gap, again we came together in 2nd inning as he has married to my niece. On the 1st day we have agreed to

remain friend instead of kakaji/nephew in law. We visit each other's places at Mumbai and Ahmedabad and attended family marriages and social functions even when we were in USA or India we were in constant touch with each other.

But unfortunately in the beginning of 2021, I have lost my 3 best friends at the interval of 2 months.

His common sentence: OUR Apda Balako and children we have to stay for them and with them.

I was unable to join my school friends group on WhatsApp "Old is Gold", I was unable to meet Smita, Shefali & Nimit's family in May 2021, since I was in USA due to corona. He was so much eager to help his family members and socially active person for family & society. Mr. Naren will be missed by all of us.

* * * * *

Dear Fua

Arpita & Aparajita
(Gabhawala & Family) (M) 9838929758
E-mail : arpita.gabhawala@gmail.com

Fua, we still can't believe we are writing a tribute because of your passing. Words cannot describe this difficult moment, but if this is the last time we get to say goodbye then we know we will do so with the knowledge that we consider ourselves blessed to have lived this life as your nieces. You touched so many lives by your selfless and countless acts of kindness, always giving and never expecting any favours in return. Your dedication to a cause was what set you apart. For every institution you worked for, you laid the path for others to succeed.

The benefits of your hard work is a living testimony for so many young men and women you took under your wings at a personal and professional level.

Every one needs a role-model in their life and we are lucky to have not one but two in our lives to look up to. The first person is our Papa and the other is Narendra Fua. These people are as real as they get.

The rarest of rare class of people who lead by example. People talk a lot about brain drain to U.S., deteriorating family and moral values, materialism, about noblesse oblige etc but never work on it. Having finished his studies in US, he came back to his homeland. He had impeccable moral values and shouldered his family responsibilities wonderfully. Fua was all about simple living and high thinking. He instituted scholarship for Math Professors. Fua was a man of few words because he let his deeds do the talking. He was a man of gold in many more ways than one.

Fua, you were and will always be an inspiration to us, the entire family and anyone who worked with you. You have left a void in the family that will never be filled.

While we mourn today, we also take comfort in the fact that your strength, love and vision will always be with us. We thank the God for you being a part of our life and bid you farewell to rest in peace.

* * * * *

જાણીતાનું અજાણ્યું-2

હેમા વસાવડા
વલ્લભ વિદ્યાનગર
(M) 94091 57840

આપણે હવે મૂલાંકને ઓળખીએ છીએ. ઘડિયાની વાત કરતી વખતે તેમાંના ગુણાકારના છેલ્લા સ્તંભના મૂલાંકની વિશેષતાઓ જોઈ હતી. કોઈપણ સંખ્યાનો મૂલાંક મેળવવા માટે, તે સંખ્યામાં આવતા અંકોનો સરવાળો કરો, જો આ સરવાળો 9થી મોટો આવે, તો આ પ્રક્રિયા ફરી કરો. જ્યાં સુધી એક અંકમાં જવાબ ન મળે ત્યાં સુધી આ પ્રક્રિયા ચાલુ રાખો. છેલ્લે મળતો અંક, તે આપણી સંખ્યાનો મૂલાંક.

જેમ કે : $43 \rightarrow 4 + 3 = 7$, 43 નો મૂલાંક 7.

$59 \rightarrow 5 + 9 = 14 \rightarrow 1 + 4 = 5$; 59નો મૂલાંક 5.

કોઈપણ સંખ્યાનો મૂલાંક n હોય, તો તેની પછીની ક્રમિક સંખ્યાનો મૂલાંક $n+1$ થાય. અલબત્ત એક અપવાદ સાથે – જો સંખ્યાનો મૂલાંક 9 હોય, તો તેની પછીની ક્રમિક સંખ્યાનો મૂલાંક $9+1=10$ નહીં પરંતુ 9+1 નો મૂલાંક, એટલે કે 1 થશે.

જેમ કે, $12 \rightarrow 3$ અને $13 \rightarrow 4$,

$25 \rightarrow 7$, $26 \rightarrow 8$, $27 \rightarrow 9$, $28 \rightarrow 10 \rightarrow 1$.

આમ નીચેનાં તારણો મળે.

(1) મૂલાંક એક જ અંકમાં હોવાથી તે 1,2,3, 9માંથી જ હોઈ શકે.

(2) ક્રમિક સંખ્યાઓના મૂલાંક પણ ક્રમમાં હોય અને તેમાં 9 પછી (10નો 1) 1 આવે. એટલે કે તે 1,2,3,...9,1,2... એમ આવે.

(3) કોઈપણ સંખ્યામાં જો 9 આવતો હોય, તો તેને અવગણવા છતાં (કાઢી નાખીએ તો પણ) સંખ્યાનો મૂલાંક બદલાતો નથી.

જેમકે, 349નો મૂલાંક $3+4+9=16$ એટલે કે 7 અને 9ને કાઢી નાખતાં 34 મળે, જેનો મૂલાંક $3+4$ પણ 7 છે!

જેમ કે 23137માં $2+3+1+3+7=16$ એટલે મૂલાંક 7 થાય.

તેમજ, $2+3+1+3=9$ મૂળ સંખ્યામાંથી 2,3,1 અને 3 કાઢી નાખતાં 7 રહે, જેનો મૂલાંક 7 છે. 271383 માં $2+7+1+3+8+3=24$ એટલે મૂલાંક 6 થાય.

પરંતુ $2+7=9$ અને $1+8=9$ મૂળ સંખ્યામાંથી 2,7,1 અને 8 કાઢી નાખતા 33 રહે, જેનો મૂલાંક પણ 6 જ છે.

(4) તે જ રીતે મૂળ સંખ્યામાં 9 અથવા જેનો સરવાળો 9 થતો હોય તેવા અંકો, સંખ્યામાં ગમે ત્યાં ઉમેરવા છતાં ફેર પડશે નહીં.

જેમકે 265નો મૂલાંક 13 એટલે કે 4, જ્યારે 2965 કે 2659નો મૂલાંક પણ 4 જ છે.

મૂળ સંખ્યામાં છેડછાડ કરીએ તો શું થાય તે જોયું. હવે મૂળ સંખ્યામાં ગુણાકાર - ભાગાકારની અસર જોઈએ.

કોઈપણ સંખ્યાને 9 વડે ગુણીએ તો તેનો મૂલાંક હંમેશા 9 જ આવે. આમ તો 9ના ઘડિયામાં ગુણાકારના મૂલાંકના અવલોકન પરથી તારવેલું. તે જોતાં સ્વાભાવિક જ લાગે. પરંતુ કોઈપણ મોટી સંખ્યા લઈને ચકાસી જોજો.

કોઈ સંખ્યાને 9 વડે ભાગીએ તો શું થાય ? ભાગતાં વધેલી શેષ, તે તેનો મૂલાંક હશે. (હા, કોઈ સંખ્યામાં ભાગાકાર કરતાં શેષ 0 હોય ત્યારે મૂલાંક 9 આવશે, તો શેષ 9 નહીં પણ 0 લેવાની.) આમ કોઈ સંખ્યાને 9 વડે ભાગતાં મળતી શેષ મેળવવાની આ એક સરસ રીત થઈ ગઈ, મોટી સંખ્યાઓ માટે આ રીત ખૂબ કામ લાગે. $43838296 \div 9$ માટે આ રીતે શેષ મેળવીને જોઈ જુઓ.

મૂલાંક કેટલાક રસપ્રદ અને ઉપયોગી ગુણધર્મ ધરાવે છે, જેવા કે :

આપેલી સંખ્યાઓના સરવાળાનો મૂલાંક તેમના મૂલાંકોના સરવાળાના મૂલાંક જેટલો થાય. અને આપેલી સંખ્યાઓના ગુણાકારનો મૂલાંક તેમના મૂલાંકના ગુણાકારના મૂલાંક જેટલો થાય. કેટલાંક ઉદાહરણ લઈને આ જોઈએ.

$$\begin{aligned} 1. \quad & 487\text{નો મૂલાંક } 1 \\ & + 521\text{નો મૂલાંક } 8 \\ & 1008\text{નો મૂલાંક } 9 \end{aligned}$$

જે મૂલાંકોના સરવાળાનો મૂલાંક છે.

$$\begin{aligned} 2. \quad & 698\text{નો મૂલાંક } 5 \\ & + 511\text{નો મૂલાંક } 7 \\ & 1209\text{નો મૂલાંક } 3 \end{aligned}$$

જે મૂલાંકોના સરવાળા (12) નો મૂલાંક છે.

$$3. \quad 698 \times 511 = 356,678$$

અહીં, સંખ્યાઓના ગુણાકારનો મૂલાંક 8 છે,

જ્યારે સંખ્યાઓના મૂલાંકોનો ગુણાકાર $5 \times 7 = 35$ છે, જેનો મૂલાંક પણ 8 છે.

આ ગુણધર્મોના કેટલાક ફાયદા છે. n નો મૂલાંક જાણતાં હોઈએ તો તેના વર્ગનો મૂલાંક લેવાથી n^2 નો મૂલાંક મળે. દા.ત. 25નો મૂલાંક 7, તો 25^2 નો મૂલાંક, તે $7^2(49)$ ના મૂલાંક જેટલો, એટલે કે 4 થશે. ચકાસી લઈએ કે $25^2 = 625$ નો મૂલાંક પણ 4 છે.

અહીં એક રસપ્રદ અવલોકન થઈ શકે —

જો કોઈ સંખ્યા n નો મૂલાંક 1 અથવા 8 હોય, તો n^2 નો મૂલાંક 1 જ હોય.

2 અથવા 7 હોય, તો n^2 નો મૂલાંક 4 જ હોય,

3, 6 અથવા 9 હોય, તો n^2 નો મૂલાંક 9 જ હોય,

4 અથવા 5 હોય, તો n^2 નો મૂલાંક 7 જ હોય,

આમ, સંખ્યા પૂર્ણ વર્ગ હોવા માટે તેનો મૂલાંક 1, 4, 7 કે 9 જ હોવો જોઈએ. પરંતુ તેમ થાય તો પણ તે પૂર્ણ વર્ગ ન પણ હોય 37નો મૂલાંક 1 છે. પણ તે પૂર્ણ નથી. એટલે આની પરથી આપેલી સંખ્યાનો મૂલાંક 1, 4, 7 કે 9 ન હોય તો તે પૂર્ણ વર્ગ નથી, એટલું જ કહી શકાય.

પરંતુ આ પધ્ધતિનો લાભ MCQ પ્રકારના પ્રશ્નોમાં લઈ શકાય. જેવા કે:

1. 9372×5684 - ગુણાકાર કેટલો ?
1. 49324896 2. 52647502
3. 53270448 4. 50721358
2. આમાંની કઈ સંખ્યા પૂર્ણ વર્ગ નથી?
1. 49324896 2. 52647502
3. 53270448 4. 50721358

મૂલાંક આધારિત કેટલીક રમતો પણ રમી શકાય.

તમારા મિત્રને 8 મૂલાંક હોય તેવી કોઈ સંખ્યા ધારવાનું કહો, તેને 1 થી 8 સુધીની કોઈ સંખ્યા વડે ગુણવાનું કહો, ગુણાકારનો મૂલાંક તમને કહેવાનું કહો. તમે હવે તેણે 1 થી 8 સુધીની કઈ સંખ્યા વડે ગુણાકાર કર્યો તે કહી શકો !

કેવી રીતે ? જાદુ ? ના, મૂલાંકની મદદથી... તેણે જે સંખ્યા તમને કહી, તે 9 માંથી બાદ કરો, તે તમારો જવાબ. જેમ કે, ધારોકે તેણે મૂલાંક 8 વાળી સંખ્યા 476 ધારી અને તેને 3 વડે ગુણ્યા. $476 \times 3=1428$ તે હવે ગુણાકારનો મૂલાંક 6 તમને કહેશે.

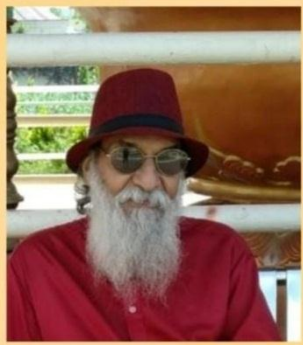
અને $9-6=3$, એટલે તેણે 3 વડે ગુણ્યા તે તમે કહી શકો.

આ પણ જાદુ જેવું જ લાગે છે, પરંતુ તેની પાછળના ગણિતમાં મૂલાંક રહેલા છે. મૂલાંકના બે ખ્યાલો અહીં વાપર્યા છે. એક તો એ કે 8ના ઘડિયામાં આવતા ગુણાકારના મૂલાંક 8, 7, 6, 5,1,9,8 છે. તેથી 8×7 કરીએ તો 56, તેનો મૂલાંક 2, અને $9-2=7$. આમ, ગુણાકારનો મૂલાંક (અહીં 2) ખબર હોય તો શેના વડે ગુણ્યા (અહીં $9-\text{મૂલાંક } 2=7$) તે કહી શકાય.

ઉપરનું નિરીક્ષણ તથા આ પરિણામ, કે ગુણાકારનો મૂલાંક=મૂલાંકના ગુણાકારનો મૂલાંક, વાપરીને આ રમતમાં જવાબ આપી શકાય.

આવી બીજી પણ કેટલીક રમતો પ્રચલિત છે. આવી જ એક રમત પ્રા.આ.આર.રાવના પુસ્તક Brain Sharpeners (ગુજરાતી અનુવાદ 'બુદ્ધિ કસોટી', કોયડા નં. 49)માં પણ છે.

શ્રંધ્યાંજલિ



પ્રા. વી. આર. ત્રિવેદી

પ્રા. વી. આર. ત્રિવેદીનું ૨૨મી જુલાઈ, ૨૦૨૨ના રોજ નિધન થયું. તેમના નિધનથી ગુજરાતના ગણિત સમાજને ન પૂરાય તેવી ખોટ પડી છે. પ્રા. વી. આર. ત્રિવેદીસાહેબ વિદ્યાર્થીઓ માટે પ્રેરણામૂર્તિ, સહકાર્યકરો માટે સહૃદયી માર્ગદર્શક અને ગાણિતિક પ્રવૃત્તિઓ માટે પીઠબળ પૂરું પાડનાર, વિરક્ત છતાં કર્મશીલ વ્યક્તિ હતા.

તેમની કર્તવ્યપરાયણતા, નિષ્ઠા, ગંભીર અને નિખાલસ વ્યક્તિત્વ હમેશાં યાદ રહેશે.

પ્રભુ તેમના આત્માને ચિર:શાંતિ આપે તેવી પ્રાર્થના.

સાપેક્ષ સત્ય

દિનેશ કારીઆ

“શ્રી રામદેવ કૃપા”, 1, અંબિકા રેસિડેન્સી, બાકરોલ વડતાલ રોડ, આણંદ, ગુજરાત

તેઓ અસત્ય બોલે છે, આમ કોઈના વિષે કહેતાં તમે ઘણાને સાંભળ્યા હશે. તમને પણ ક્યારેક થતું હશે કે તમારા આપ્તજનો કે મિત્રો અસત્યનો સહારો લે છે. પણ ક્યારેય એ વિચાર્યું છે કે દરેક વ્યક્તિના સત્ય અને તેના માપદંડ જુદા હોઈ શકે ? આપણે બીજાના સત્યનો પણ સ્વીકાર કરવો જોઈએ. આ લેખમાં આ સંદર્ભે થોડી મજાની વાતો કરીશું.

$7 + 2 = 2 + 7$ એ તો આપણને સૌને આવડે જ. પણ યાદ છે, એ ક્યારે શીખ્યા હતા ? પ્રાથમિક શાળામાં, ખરુંને ? પણ ગણિતમાં તો સાબિતી જોઈએ. તમે ક્યાંય આની સાબિતી જોઈ છે ? તમને થશે કે આવી સાદી હકીકતની તે વળી, સાબિતી હોય ? હા, આની પણ સાબિતી આપવી જોઈએ. ગણિતમાં શક્ય તેટલી ઓછી બાબતોને પૂર્વધારણા તરીકે સ્વીકારીને અને તેમને પૂર્વધારણા નામ આપી, સત્ય માનીને તેમના આધારે અન્ય બાબતો સાબિત કરવી જોઈએ.

શરૂઆતમાં અમુક બાબતોને સત્ય માનવાની વાત થઈ છે. હા, ગણિતમાં સત્ય નિરપેક્ષ નથી પણ સાપેક્ષ છે. જુદી જુદી પરિસ્થિતિમાં પાયાના સત્ય તરીકે જુદી જુદી બાબતોનો સ્વીકાર કરવામાં આવે છે. આ

બાબતો એકબીજાની વિરુદ્ધ હોઈ શકે છે. આને આપણે દ્રષ્ટાંતથી સમજીએ.

પહેલાં ગણિતમાં ન તો ચિહ્નો હતાં, કે ન હતી સાબિતી આપવાની પ્રથા. ઈ.પૂ. 300ની આસપાસ સૌ પ્રથમ યુક્લિડે 13 પુસ્તકો લખ્યાં. આ 13 પુસ્તકોને સામૂહિક રૂપે Euclid's Elements તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. આ પુસ્તકોમાં પૂર્વધારણાઓ અને તેમના ઉપયોગથી પરિણામોની સાબિતી આપવાની શરૂઆત થઈ. આ સાબિતીના સ્વરૂપને આનુમાનિક તર્ક (deductive reasoning) કહેવાય છે.

યુક્લિડે પૂર્વધારણા તરીકે જે બાબતો સ્વીકારી, તેમાંની પાંચમી પૂર્વધારણા નીચે મુજબ છે.

પાંચમી પૂર્વધારણા : સમતલમાં આપેલી રેખા /ની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી પસાર થતી અને /ને સમાંતર હોય તેવી એક અને માત્ર એક રેખા મળે.

આ પૂર્વધારણા સ્વીકારવાના બદલે સાબિત કરવી જોઈએ તેવું ઘણા બધા ગણિતજ્ઞોને લાગ્યું. ઘણા ગણિતજ્ઞોએ સાબિતી આપી પણ ખરી, પણ સાબિતી આપ્યા બાદ જ્યારે પ્રસિદ્ધ થઈ ત્યારબાદ દરેક સાબિતી ખામીયુક્ત હોવાની ખબર પડી. પ્લેટો

સ્કૂલના વડા પ્રોકલસ લિસીસ (Proclus Lycius)ના કહેવા મુજબ ટોલેમી (Ptolemy)એ ઈ.સ.140ની આસપાસ ખોટી સાબિતી આપી હતી. 11મી સદીના જાણીતા કવિ ઓમર ખય્યામે પણ આ પૂર્વધારણાની ખોટી સાબિતી પ્રસિદ્ધ કરી હતી.

લગભગ 2000 વર્ષની નિષ્ફળતા બાદ પણ ગણિતજ્ઞોએ આ પૂર્વધારણાનો પીછો કરવાનું છોડ્યું નહીં, પણ એક નવતર પ્રયોગ આદર્યો. ઈ.સ.1813ની આસપાસ જર્મન ગણિતજ્ઞ કાર્લ ફ્રિડ્રિસ ગાઉસ (Carl Friedrich Gauss) (Friedrichનો જર્મનીમાં ઉચ્ચાર ફ્રિડ્રિસ થાય છે.) અને ઈ.સ.1818માં જર્મન વકીલ ફર્ડિનાન્ડ કાર્લ સ્વૈકાર્ટ (Ferdinand Karl Schweikart) બન્નેએ યુકલિડની પાંચમી પૂર્વધારણા ખોટી છે તેમ માનીને બીજાં પ્રમેય સાબિત કરવાની કોશિશ કરી, પણ આશ્ચર્ય સાથે તેમને કોઈ વિરોધાભાસ જોવા ન મળ્યો. જો કે, તે વખતનો (ગણિતનો) સમાજ આ સ્વીકારી નહીં શકે તે ડરથી બેમાંથી એકપણ વ્યક્તિએ આ પ્રસિદ્ધ ન કર્યું. આ વાતનો ઉલ્લેખ ઈ.સ.1824માં પોતાના એક પત્રમાં કરતાં ગાઉસ લખે છે કે, “ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાનો સરવાળો 180° કરતાં ઓછો થાય છે તેમ માનીને ભૂમિતિનાં પરિણામે મેળવતાં મને આપણી (એટલે કે યુકલિડની) ભૂમિતિ કરતાં એકદમ જુદી જ ભૂમિતિ મળી પરંતુ તેમાં ક્યાંય વિસંગતતા મળતી નથી. પૂરી સુસંગત ભૂમિતિ મળે છે.” ઉલ્લેખનીય છે કે યુકલિડની પાંચમી પૂર્વધારણા

અને ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થાય છે તે બન્ને વિધાનો સમકક્ષ છે.

ગાઉસની પૂર્વધારણા : ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° કરતાં ઓછો થાય છે.

ટૂંકાગાળા બાદ બોલ્યાઈ (Janos Bolyai) અને નિકોલાઈ લોબાચેવસ્કી (Nikolai Lobachevsky) બન્ને ગણિતજ્ઞોએ સમાંતર રેખાની પૂર્વધારણા ખોટી છે તેવું ધારીને નવી પૂર્વધારણા બનાવી.

લોબાચેવસ્કીની પૂર્વધારણા : સમતલમાં આપેલી રેખા /ની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી પસાર થતી અને /ને સમાંતર હોય તેવી એક કરતાં વધુ રેખાઓ મળે.

આ પૂર્વધારણા ગાઉસની પૂર્વધારણાને સમકક્ષ છે. આના દ્વારા જે ભૂમિતિ મળી તે પરવલયભૂમિતિના નામે ઓળખાય છે.

બીજી તરફ 1854માં જર્મન ગણિતજ્ઞ બર્નહાર્ડ રિમાન (Bernhard Riemann) નવો અભિગમ લઈ આવ્યા. તેમના કહેવા મુજબ અસીમિત હોવું અને અનંત હોવું બે ખ્યાલો જુદા છે. અવકાશ અમર્યાદિત ખરો પણ તેના પરથી કહી ન શકાય કે તે અનંત છે. આ ખ્યાલને અનુસરીને તેમણે યુકલિડની પૂર્વધારણાના બદલે પોતાની પૂર્વધારણાઓ આપી. અને તેમાં સમાંતરની પૂર્વધારણાનો નિષેધ કરતાં ધાર્યું કે,

રિમાનની પૂર્વધારણા : સમતલમાં આપેલી કોઈ પણ બે રેખા હંમેશાં એકબીજાને છેદે.

વળી, આના કારણે નવી ભૂમિતિ મળી જેને ગોલીય ભૂમિતિ અથવા રિમાન ભૂમિતિના નામે

- ઓળખવામાં આવે છે. લેખના સમાપનમાં કેટલાંક (3) દરેક ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાનાં માપનો સરવાળો વિધાનો જોઈએ જે યુકલિડની પાંચમી પૂર્વધારણા 180° થાય.
- પરથી સાબિત થાય. અને આમાંનું કોઈપણ વિધાન (4) કોઈપણ બે સમાંતર રેખાઓની કોઈ પણ એક ધારો તો યુકલિડની પાંચમી પૂર્વધારણા સાબિત કરી સામાન્ય છેદિકા દ્વારા બનતા યુગ્મકોણનાં માપ શકાય. સરખાં થાય.
- (1) પાયથાગોરસનું પ્રમેય : દરેક કાટખૂણ ત્રિકોણના આમ યુકલિડ, લોબાચેવસ્કી અને રિમાન એ દરેક કર્ણના માપનો વર્ગ કાટખૂણો સમાવતી બે ગણિતજનું સત્ય જુદું છે. છતાં ત્રણેય એકબીજાનો બાજુઓના માપના વર્ગના સરવાળા જેટલો થાય. સ્વીકાર કરે છે, આ ત્રણેયનો ઉપયોગ છે, અને
- (2) કોઈપણ એક ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાનાં માપનો વિજ્ઞાનની જુદી જુદી શાખાઓમાં જુદી જુદી સરવાળો 180° થાય. ભૂમિતિનો ઉપયોગ પણ થાય છે.

Eulogy

‘Professor Ladhawala will be remembered for his mild manners, fine teaching, subtle wit, and ever-present resourcefulness. I was fortunate to meet him on two occasions, in 1983 while as a student and in 2014 as a visiting faculty in the IIT, Gandhinagar. In 1983, Professor Ladhawala taught me some fundamentals of Real Analysis, It was a brief meeting, but he left a long-lasting impression on me with his fine teaching methods. It was a pleasant surprise to see him again in the IIT. He maintained connect with them but also in the advancement of my personal career in the USA ! To me he was a true mentor, a good friend and brilliant mathematician. He loved teaching, and he did that until his last days. We will miss him.’

pathak@lincoln.edu

Jawahar Pathak

પ્રાચીન ભારતના ગણિતજ્ઞાનનું આયમન-2

મેઘરાજ જ. ભટ્ટ

વલસાડ (M) 99258 37247

આ લેખમાળાના પ્રથમ મણકામાં આપણે ઈ.સ.1150માં ભાસ્કરાચાર્ય (દ્વિતીય) રચિત 'લીલાવતી ગ્રંથના પ્રથમ પ્રકરણમાં દશવિલાં માપનનાં એકમો વિશે માહિતી મેળવી. આ અંકમાં દ્વિતીય મણકામાં આપણે આજથી આશરે 5000 વર્ષો પહેલાંના વેદિક કાળમાં રૂબકી મારીને હિંદુ ધર્મના પાયાના ચાર વેદો અને અન્ય ઉપનિષદો, સંહિતાઓ, બ્રાહ્મણગ્રંથો વગેરેમાં નિરુપિત અંકગણિતનું આયમન કરીશું.'

1. આપણે શરૂઆત દશગુણિત સંખ્યાઓના નામથી કરીએ. 0 અને 1 થી 9 એ દશ મૂળ અંકોનો ઉપયોગ કરીને સ્થાનક્રિમત આધારિત સંખ્યાલેખન પદ્ધતિ ગણિતના ઝડપી વિકાસનું કારણ છે એ આપણે જાણીએ છીએ. 10ના ઘાતમાં સંખ્યાઓનાં નામોનો સ્પષ્ટ ઉલ્લેખ આપણાં વેદો અને સંહિતાઓની ઋચાઓમાં ઘણી જગ્યાએ જોવા મળે છે.

(a) યજુર્વેદના 17મા અધ્યાયનો બીજો મંત્ર નીચે પ્રમાણે છે :

इमा मे अग्न इष्टका धेनदः सन्त्वेका च दश च
दश च शतं च शतं च सहस्रं च सहस्रं चायुतं
यायुतं च नियुतं च नियुतं च प्रयुतं चार्बुदं च
न्यर्बुदं च समुद्रश्च मध्यं यान्तश्च परार्धश्चैता.....

અર્થ : યજ્ઞમાં અગ્નિકુંડમાં સમિધ અર્પણ કરતી વખતે બોલાતી આ ઋચામાં દશ (10^1), શત (10^2), સહસ્ર (10^3), અયુત (10^4), નિયુત (10^5), પ્રયુત (10^6), અર્બુદ (10^7), ન્યર્બુદ (10^8), સમુદ્ર (10^9), મધ્ય (10^{10}), અંત્ય (10^{11}), અને પરાર્ધ (10^{12}) – એમ દશની ઘાતની સંખ્યાનાં નામ દશવિલાં છે.

(b) તૈત્તરીય સંહિતાના ચતુર્થ કાંડના પ્રપાઠક 4નો 11મો મંત્ર પણ આ જ ક્રમમાં 10ના ઘાતના નામ વર્ણવે છે.

(c) કાઠક સંહિતામાં (17.10) ઉપરના ક્રમમાં એક ભિન્નતા જોવા મળે છે કે જેમાં અયુત, પ્રયુત, નિયુત એવો ક્રમ જ્યારે બાકીના નામ અને ક્રમ સમાન છે.

(d) મૈત્રાયણી સંહિતામાં (2.8.14) “નિયુત” નથી પરંતુ સહસ્ર પછી અયુત, પ્રયુત અને ફરીથી અયુત દર્શાવેલ છે.

(e) પંચવિંશ બ્રાહ્મણમાં (15.11.4) માં ન્યર્બુદ સુધી ક્રમ સમાન છે. પરંતુ પછી સમુદ્ર, મધ્યને બદલે નિર્બર્વ, બાડવ, અક્ષિતિ વગેરેનો ઉલ્લેખ છે.

(f) વાયુપુરાણમાં યજુર્વેદ પ્રમાણે ન્યુર્બુદ સુધીના નામ સમાન છે પરંતુ ત્યારપછી ક્રમમાં સ્વર્બુદ, ખર્વ, નિર્બર્વ,

શંકુ, પદ્મ, સમુદ્ર, મધ્ય અને પરાર્ધ (10¹⁶)નો ઉલ્લેખ છે.

- (g) લલિતવિસ્તાર નામના બૌદ્ધ ગ્રંથમાં ગણિતજ્ઞ અર્જુનના પ્રશ્નના જવાબમાં રાજકુમાર ગૌતમે (બોધિસત્વ) આપેલ સ્થાનકિંમતના નામ દશગુણોત્તર નહીં પણ શતગુણોત્તર સંખ્યાઓ નીચે પ્રમાણે દર્શાવે છે:

$$100 \text{ કોટિ} = 1 \text{ અયુત} = 10^9$$

$$100 \text{ અયુત} = 1 \text{ નિયુત} = 10^{11}$$

100 નિયુત = 1 કંકર = 10¹³ અને આ રીતે આગળ વધતાં છેલ્લે 100 વિભૂતંગમ=1 તલ્લક્ષણ=10⁵³ સુધીના નામોનો ઉલ્લેખ છે.

- (h) રામાચરણના યુધ્ધકાંડમાં વાનરોની સેનાના વર્ણનમાં લક્ષગુણોત્તર સંખ્યાઓના નામ દર્શાવ્યાં છે. અહીં

10⁵ ને લક્ષ અને 10⁷ ને કોટિ કહ્યું છે. ત્યારબાદ,

$$10^5 \text{ કોટિ} = 1 \text{ શંખ} = 10^{12}$$

$$10^5 \text{ શંખ} = 1 \text{ મહાશંખ} = 10^{17}$$

$$10^5 \text{ મહાશંખ} = 1 \text{ વૃંદ} = 10^{22} \dots\dots \text{ અને}$$

આમ આગળ ચાલતાં મહાવૃંદ, પદ્મ, મહાપદ્મ, ખર્વ, મહાખર્વ, સમુદ્ર, ઔધ અને મહૌધ (=10⁶²) સુધીનાં નામો છે.

2. અથર્વવેદ :

- (a) હવે આપણે અથર્વવેદના 5મા કાંડમાં આવેલા 15મા સૂક્તના 11 મંત્રો જોઈશું. આ સૂક્તને “રોગોપશમન સૂક્ત” કહ્યું છે. દરેક મંત્રમાં ઔષધિઓને સંબોધન કરેલું છે.

एका च मे दश च मेऽपवक्तार ओषधे ।

ऋतजात ऋतावरि मधु मे मधुला करः ॥

અર્થ : હે યજ્ઞથી ઉત્પન્ન તેમજ ઋતયુક્ત ઔષધે ! અમારી નિંદા કરનાર એક હોય કે દસ હોય, આપ મધુરતા ઉત્પન્ન કરનારી થઈને અમારી વાણીને મધુર કરો.

द्वे च मे विशंतिश्च मेऽपयक्तार ओषधे ।

ऋतजात ऋतावरि मधु मे मधुला करः ॥

અર્થ : હે યજ્ઞથી ઉત્પન્ન તેમજ ઋતમયિ ઔષધે ! અમારી નિંદા કરનાર બે હોય કે વીસ હોય, આપ મધુરતા ઉત્પન્ન કરનારી થઈને અમારી વાણીને મધુર કરો.

ઉપરના બંને મંત્રોને ધ્યાનપૂર્વક જોતાં જણાય છે કે પ્રથમ મંત્રમાં 1 અને 10 તથા બીજા મંત્રમાં 2 અને 20 નો ઉલ્લેખ છે અને બંને મંત્રોના આ સંખ્યાદર્શન શબ્દો સિવાયના શબ્દો એક સરખા છે. આ જ પ્રમાણે ત્રીજા મંત્રમાં 3 અને 30, ચોથામાં 4 અને 40..... અને એમ દસમાં મંત્રમાં 10 અને 100 નો ઉલ્લેખ છે. જે 1 થી 10

ની 10 ગણી સંખ્યાઓ દર્શાવે છે. અગિયારમા મંત્રમાં 100 અને 1000નો ઉલ્લેખ છે.

(b) અથર્વવેદના 19માં કાંડના 47મા સૂક્તને “રાત્રિસૂક્ત” કહે છે જેમાં ત્રણ મંત્રો છે. દરેક મંત્રમાં રાત્રિને સંબોધન કરેલું છે.

ये ते रात्रि नृचक्षसो द्रष्टारो नवतिर्नव ।

अशीतिः सन्त्यष्टा उतो ते सप्त सप्ततिः ॥

અર્થ : હે રાત્રે ! મનુષ્યના કર્મ-અકર્મનું નિરીક્ષણ કરનાર આપની જે નવ્વાણું, અઠ્યાસી અને સીત્તોતેર શક્તિધારાઓ છે, તે બધા વડે આપ અમારું રક્ષણ કરો.

અહીં મંત્રમાં “નવતિ:નવ:” એટલે નવ્વાણું, “અશીતિ: અષ્ટ” એટલે અઠ્યાસી અને “સપ્ત સપ્તતિ:” એટલે સિત્તોતેર થાય છે.

षष्टिश्च षट् च रेवति पंचाशत् पंच सुम्नयि।

चत्वारः चत्वारिंशः च त्रयः स्त्रिंश च वाजिनि॥

અર્થ : ષષ્ટિશ્ચ ષટ્=66, પંચાશત્ પંચ=55,

ચત્વારઃ ચત્વારિંશઃ=44, ત્રયઃ સ્ત્રિંશઃ=33

ધન અને સુખ આપનારી હે રાત્રિ ! આપ આપની છાસઠ, પંચાવન, યુમ્માલીસ અને તેત્રીસ દિવ્યશક્તિધારાઓ વડે અમને સુરક્ષા આપો.

द्वौ च ते विंशतिश्च ते रात्र्येकादशावमाः ॥

तेभिर्नो अद्य पायुर्भिर्नु पाहि दुहितर्दिवः ॥

અર્થ : દ્વૌ વિંશતિ=22, એકદશ=11

હે રાત્રે ! આપના બાવીસ અને ઓછામાં ઓછા અગિયાર સંરક્ષકો છે. હે દિવ્યલોકની કન્યા રાત્રે ! આપ તે રક્ષકો દ્વારા અત્યારે અમને રક્ષણ આપો.

આમ આ ત્રણ મંત્રોમાં 99, 88, 77, 22, 11 એ રીતે અગિયારનો ઘડિયો ઊલટા ક્રમમાં જોવા મળે છે અથવા બીજી દૃષ્ટિથી જોઈએ તો (-11) ના સામાન્ય તફાવતવાળી સમાંતર શ્રેણી મળે છે.

3. યજુર્વેદ : યજુર્વેદ 18મા અધ્યાયના 24 અને 25મા મંત્રો જોઈએ.

મંત્ર-24 :

एका च मे तिस्रश्चमे तिस्रश्चमे पंच च मे

पंचचमे सप्तचम सप्तचमे नवचमे....

एकत्रिंश्च में त्रयत्रिंश्च में यज्ञेन कल्पताम् ॥

અહીં એક=1, ત્રિસ=3, પંચ=5, સપ્ત=7, નવ=9,.....એકત્રિંશ્ચ=31, ત્રયત્રિંશ્ચ=33, આમ એકી સંખ્યાની

શ્રેણી 1,3,5,7,9, 31,33 નો ઉલ્લેખ છે.

મંત્ર-25 :

ચતસ્રશ્ચ મેં અષ્ટૌચમે અષ્ટૌચમે દ્વાદસ ચમે
દ્વાદશ ચમે....અષ્ટાચત્વારિંશ્ચમે યજ્ઞેન કલ્પતામ્ ॥

અહીં ચતસ્ર=4, અષ્ટ=8, દ્વાદશ=12, અષ્ટાચત્વારિંશ=48

આમ 4, 8, 12,, 48 શ્રેણી મળે છે.

4. તૈતરીય સંહિતા :

તૈતરીયા સંહિતાના સાતમા કાંડના પ્રપાઠક 2ના મંત્રો 11થી 20માં ઉપરની જેમ અલગ અલગ સંખ્યાશ્રેણી જોવા મળે છે. આ મંત્રોમાં દરેક સંખ્યા પછી સ્વાહા શબ્દ છે. જે દર્શાવે છે કે આ મંત્રો યજ્ઞમાં આહૂતિ આપવા માટે વપરાતા હશે. મંત્રો ઘણા લાંબા હોવાથી પૂરા લખ્યા નથી પરંતુ પ્રથમ ત્રણ મંત્રોમાં શરૂઆતની એક પંક્તિ લખી છે જ્યારે બાકીના મંત્રોમાંની શ્રેણી જણાવી છે.

મંત્ર-11: એકસ્મૈ સ્વાહા દ્વાભ્યાં સ્વાહા ત્રિભ્યઃ સ્વાહા ચતુર્ભ્યઃ સ્વાહા..... 1,2,3,4, ... 19, 29, 39,....99, 100, 200

નોંધ : અહીં 19 માટે એકોન્નવિંશતિ (વીસમાં એક ઓછો) અને 29 માટે નવવિંશતિ (વીસ+નવ) જ્યારે 39 માટે એકોન્નચત્વારિંશતિ (ચાલીસમાં એક ઓછો) અને 49 માટે નવચત્વારિંશતિ (ચાલીસ+નવ) એમ ભિન્ન શબ્દપ્રયોગો છે.

મંત્ર-12: એકસ્મૈ સ્વાહા, ત્રિભ્યઃ સ્વાહા પંચમ્યસ્વાહા 1,3,5,7,.... 19, 29, 39, 99, 100

મંત્ર-13 : દ્વાભ્યાં સ્વાહા ચતુર્ભ્યઃ સ્વાહા ષટ્ત્ર્યઃ સ્વાહા..... 2,4,6,8,10,...20,.....,98,100

મંત્ર-14 : 3,5,7,9,...19,29,....99,100

મંત્ર-15 : 4, 8, 12, 16, 20, 100

મંત્ર-16 : 5, 10, 15, 20, 95, 100

મંત્ર-17 : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

મંત્ર-18 : 20, 40, 60, 80,100

મંત્ર-19 : 50, 100, 200, 300,, 900, 1000

મંત્ર-20 : 100, 1000, 10000,, પરાર્ધ.

અનુસંધાન પાના નં. 85 પર

ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ-2

પી. કે. વ્યાસ

39, સનરાઈઝ ટેનામેન્ટ્સ, P.O. બોડકદેવ, અમદાવાદ-380 054

(M) 98255 77784

નીચે આપેલી સમતાઓ (સમીકરણો) જુઓ

$$\mathbf{A} \quad (i) \quad \Delta_{20} = \Delta_{15} + \Delta_5 + 75$$

$$(ii) \quad \Delta_{32} = \Delta_{17} + \Delta_{15} + 255$$

$$(iii) \quad \Delta_{56} = \Delta_{20} + \Delta_{36} + 720$$

ઉપર A માં આપેલી ત્રણ સમતાઓ પૈકી (iii)ની ચકાસણી કરીએ.

આપણે $\Delta_n = \frac{n(n+1)}{2}$ નો ઉપયોગ કરીશું.

$$\Delta_{56} = \frac{56 \cdot 57}{2} = 28 \times 57 = 1596.$$

$$\Delta_{20} = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210.$$

$$\Delta_{36} = \frac{36 \cdot 37}{2} = 18 \times 37 = 666.$$

$$\text{તેથી જમણી બાજુ} = \Delta_{20} + \Delta_{36} + 720$$

$$= 210 + 666 + 720 = 1596 = \Delta_{56} = \text{ડાબી બાજુ}$$

બાકીની સમતાઓ (i) અને (ii)ની ચકાસણી કરવાનું વાયક પર છોડી દઈએ.

ઉપરની દરેક સમતાની જમણી બાજુએ આવતી બે ત્રિકોણીય સંખ્યાના ક્રમને ડાબી બાજુની ત્રિકોણીય સંખ્યાના ક્રમ સાથે શો સંબંધ છે? જમણી બાજુએ આવતી ત્રિકોણીય સંખ્યાના ક્રમને જમણી બાજુએ આવતા ત્રીજા પદ સાથે શો સંબંધ છે? નીચેના સંબંધો જુઓ.

$$(i) \quad 15 + 5 = 20 ; 15 \times 5 = 75$$

$$(ii) \quad 17 + 15 = 32 ; 17 \times 15 = 255$$

$$(iii) \quad 20 + 36 = 56 ; 20 \times 36 = 720$$

ઉપર દર્શાવેલ ગણતરી પરથી Aમાં આપેલી સમતાઓને વ્યાપક સ્વરૂપ આપવું સરળ છે. Aમાં આપેલી સમતાઓની જમણી બાજુએ આવતી ત્રિકોણીય સંખ્યાઓના ક્રમનો સરવાળો એ ડાબી બાજુની ત્રિકોણીય સંખ્યાનો ક્રમ છે અને જમણી બાજુની ત્રિકોણીય સંખ્યાઓના ક્રમનો ગુણાકાર એ જમણી બાજુનું ત્રીજું પદ છે.

બીજી રીતે કહીએ તો ડાબી બાજુની ત્રિકોણીય સંખ્યાના ક્રમને બે પ્રાકૃતિક સંખ્યા, a અને b ના સરવાળા રૂપે લખીએ તો તે ત્રિકોણીય સંખ્યા, Δ_{a+b} ને, Δ_a, Δ_b અને ab ના સરવાળા સ્વરૂપે લખી શકાય. દેખીતી રીતે જ ડાબી બાજુની ત્રિકોણીય સંખ્યાનો ક્રમ $a+b, 2$ કે તેથી વધુ હોવો જોઈએ. (કારણ : Δ_a, Δ_b માં $a \geq 1, b \geq 1$)

$$\text{આમ, } \Delta_{a+b} = \Delta_a + \Delta_b + ab \dots\dots\dots (1)$$

(1)માં આપેલા વિધાનની સાબિતી આપીએ.

$$\begin{aligned} \text{જમણી બાજુ} &= \Delta_a + \Delta_b + ab \\ &= \frac{a(a+1)}{2} + \frac{b(b+1)}{2} + ab \\ &= \frac{1}{2} [a^2 + 2ab + b^2 + a + b] \\ &= \frac{1}{2} [(a+b)^2 + (a+b)] \\ &= \frac{1}{2} [(a+b)(a+b+1)] = \Delta_{a+b} = \text{ડાબી બાજુ} \end{aligned}$$

(1)માં આપેલા વિધાનનો ઉપયોગ કરી આપણે Δ_{a+b+c} અને $\Delta_{a+b+c+d}$ ના વિસ્તરણો મેળવીએ.

$$\begin{aligned} \Delta_{a+b+c} &= \Delta_{a+b} + \Delta_c + (a+b)c \\ &= \Delta_a + \Delta_b + ab + \Delta_c + ac + bc = \Delta_a + \Delta_b + \Delta_c + ab + ac + bc \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{a+b+c+d} &= \Delta_{a+b+c} + \Delta_d + (a+b+c)d \\ &= \Delta_a + \Delta_b + \Delta_c + ab + ac + bc + \Delta_d + ad + bd + cd \\ &= \Delta_a + \Delta_b + \Delta_c + \Delta_d + ab + ac + ad + bc + bd + cd \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

વ્યાપક રીતે :

$$\begin{aligned} \Delta(a_1+a_2+a_3+\dots+a_n) \\ &= \sum_{i=1}^n \Delta_{a_i} + \sum a_i a_j; i, j = 1, 2, 3, \dots, n, i \neq j \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

હવે (1) માં આપેલ સૂત્રને સહેજ જુદી રીતે વ્યાપક સ્વરૂપે આપીએ.

$$(1) \Delta_{a+b} = \Delta_a + \Delta_b + ab \quad \text{માં } b=a \text{ મૂકતાં,}$$

$$\Delta_{2a} = 2\Delta_a + a^2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\Delta_{3a} = \Delta_{2a+a} = \Delta_{2a} + \Delta_a + 2a \cdot a = 2\Delta_a + a^2 + \Delta_a + 2a^2 = 3\Delta_a + 3a^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\Delta_{4a} = \Delta_{3a+a} = \Delta_{3a} + \Delta_a + 3a \cdot a = 3\Delta_a + 3a^2 + \Delta_a + 3a^2 = 4\Delta_a + 6a^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

(5), (6), (7)માં મેળવેલાં સૂત્રોની જેમ જ આપણે Δ_{5a} , Δ_{6a} વગેરે મેળવી શકીએ. આ બધાની સહેજ જુદી રીતે એક સાથે યાદી આપી તેનું વ્યાપક સ્વરૂપ મેળવીએ.

$$\mathbf{B. (i)} \quad \Delta_{2a} = 2\Delta_a + a^2 = 2\Delta_a + a^2 \Delta_1$$

$$(ii) \quad \Delta_{3a} = 3\Delta_a + 3a^2 = 3\Delta_a + a^2 \Delta_2$$

$$(iii) \quad \Delta_{4a} = 4\Delta_a + 6a^2 = 4\Delta_a + a^2 \Delta_3$$

$$(iv) \quad \Delta_{5a} = 5\Delta_a + 10a^2 = 5\Delta_a + a^2 \Delta_4$$

$$(v) \quad \Delta_{6a} = 6\Delta_a + 15a^2 = 6\Delta_a + a^2 \Delta_5$$

.....
.....

Bમાં આપેલી સમતાઓ પરથી વ્યાપક સૂત્ર વિષે અનુમાન કરવું અઘરું નથી. આપણે નીચે પ્રમાણે અનુમાન કરીએ અને પછી તે અનુમાન ગણિતીય અનુમાનના સિધ્ધાંતથી સાબિત કરીએ.

$$\text{સૂત્ર : } \Delta_{na} = n\Delta_a + a^2 \Delta_{n-1} \quad \dots\dots\dots (8)$$

આ સૂત્રમાં a એક નિશ્ચિત પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે અને ચલ n છે જે 1 થી મોટી પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

$n=2$ માટે આ સૂત્ર આપણે (5) માં સાબિત કર્યું છે.

ધારો કે k એ 2 કે તેથી મોટી પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે અને સૂત્ર (8) $n=k$ માટે સત્ય છે. એટલે કે

$$\Delta_{ka} = k\Delta_a + a^2 \Delta_{k-1} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$n= k+1$ માટે (8)ની ડાબી બાજુ

$$\Delta_{(k+1)a} = \Delta_{(ka+a)} = \Delta_{ka} + \Delta_a + (ka) \cdot a \quad (\text{સૂત્ર (1) પરથી})$$

$$= k\Delta_a + a^2 \Delta_{k-1} + \Delta_a + a^2 k \quad (\text{સૂત્ર (9) પરથી})$$

$$= (k+1) \Delta_a + a^2 [\Delta_{k-1} + k]$$

$$\Delta_{(k+1)a} = (k+1) \Delta_a + a^2 \left[\frac{(k-1) \cdot k}{2} + k \right]$$

$$= (k+1) \Delta_a + a^2 \left[\frac{k(k+1)}{2} \right] = (k+1) \Delta_a + a^2 \Delta_k \quad \dots\dots\dots (10)$$

સૂત્ર (8) માં $n = k+1$ મૂકતાં સૂત્ર (10) મળે છે.

આમ જો સૂત્ર (8) $n = k$ માટે સત્ય હોય તો $n = k+1$ માટે પણ સત્ય છે. વળી $n = 2$ માટે તો સત્ય છે જ.
તેથી (8) તમામ $n \geq 2$ માટે સત્ય છે.

હવે, અહીં મેળવેલ પરિણામોનાં ઉપયોગથી આપણે એક સુંદર પરિણામ મેળવીએ.

કોઈપણ ત્રિકોણીય સંખ્યા લઈ તેનાં નવ ગણાં કરી 1 ઉમેરતાં હંમેશાં ત્રિકોણીય સંખ્યા જ મળશે.

દા.ત. ત્રિકોણીય સંખ્યા $\Delta_3 = 6$ લઈએ.

6નાં નવ ગણાં કરી 1 ઉમેરતાં, $6 \times 9 + 1 = 55$ મળશે. 55 ત્રિકોણીય સંખ્યા છે, $\Delta_{10} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$.

ઉપરોક્ત વિધાનમાં બંને બાજુઓની ત્રિકોણીય સંખ્યાના ક્રમ વચ્ચેનો સંબંધ શોધવા માટે 1થી શરૂ કરી ક્રમિક ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ વચ્ચેની સમતાઓ લખીએ.

C. $9\Delta_1 + 1 = 9(1) + 1 = 10 = \Delta_4 = \Delta_{[3(1)+1]}$
 $9\Delta_2 + 1 = 9(3) + 1 = 28 = \Delta_7 = \Delta_{[3(2)+1]}$
 $9\Delta_3 + 1 = 9(6) + 1 = 55 = \Delta_{10} = \Delta_{[3(3)+1]}$
 $9\Delta_4 + 1 = 9(10) + 1 = 91 = \Delta_{13} = \Delta_{[3(4)+1]}$

.....

આ પરથી વ્યાપક સૂત્ર નીચે પ્રમાણે મળશે.

$$9\Delta_n + 1 = \Delta_{(3n+1)} \dots\dots\dots (11)$$

ત્રિકોણીય સંખ્યાઓની યાદી નીચે આપી છે તેનો ઉપયોગ કરી નીચે Dમાં આપેલાં સરળ વિધાનો ચકાસો.

$\Delta_1=1, \Delta_2=3, \Delta_3=6, \Delta_4=10, \Delta_5=15, \Delta_6=21, \Delta_7=28, \Delta_8=36, \Delta_9=45, \Delta_{10}=55, \Delta_{11}=66$

D. (i) $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = \Delta_4$

(ii) $\Delta_2 + \Delta_4 + \Delta_5 = \Delta_7$

(iii) $\Delta_3 + \Delta_6 + \Delta_7 = \Delta_{10}$

(iv) $\Delta_4 + \Delta_8 + \Delta_9 = \Delta_{13}$

.....

Dમાં આપેલાં વિધાનોનું વ્યાપક સ્વરૂપ નીચે આપેલ છે.

$$\Delta_n + \Delta_{2n} + \Delta_{2n+1} = \Delta_{3n+1} \dots\dots\dots (12)$$

(11) અને (12) એક સાથે લખીએ તો

$$9\Delta_n + 1 = \Delta_{3n+1} = \Delta_n + \Delta_{2n} + \Delta_{2n+1} \dots\dots\dots (13)$$

વિધાન (13) ત્રિકોણીય સંખ્યાની વ્યાખ્યાથી સાબિત થશે અને આ પ્રકરણની શરૂઆતમાં ચર્ચા ગયા તે સૂત્રો, (1), (2), (8) નો ઉપયોગ કરવાથી પણ સાબિત થશે.

અરે, સૂત્ર (13)માંથી $8\Delta_n + 1 = (2n+1)^2$ પણ મળશે. આ સૂત્રની સાબિતી અને તેનો ઉપયોગ આપણે લેખાંક 1માં કર્યો છે.

$9\Delta_n + 1 = \Delta_{3n+1}$ અને $8\Delta_n + 1 = (2n+1)^2$ વિશે આપણે આગળના કોઈ લેખમાં વિસ્તારથી વાત કરવાના છીએ. તેથી ઉપરોક્ત સૂત્ર (13) ની સાબિતી વાચક પર છોડી આ લેખ અત્રે પૂર્ણ કરીએ.

* * * * *

અનુસંધાન પાના નં. 80 પરથી

5. અપૂર્ણાંકો

ઋગ્વેદમાં કેટલીક જગ્યાએ અપૂર્ણાંકોનો ઉલ્લેખ પણ જોવા મળે છે. જેમાંના કેટલાક શબ્દો નીચે પ્રમાણે છે.

પાદ=1/4, અર્ધ=1/2, ત્રિપાદ=3/4,

કુષ્ઠ=1/12, કલા=1/16, ત્રિઅંશ=ત્રિભાગ=1/3

અત્યારે આપણે બે પરસ્પર લંબાકો દ્વારા યામ સમતલના થતા ચાર ભાગને માટે ચરણ શબ્દ વાપરીએ છીએ એનો સંબંધ ઉપરના પાદ શબ્દ સાથે હશે એમ માની શકાય. (ગુજરાતી ભાષામાં પણ પાદ, ચરણ અને પગ સમનાર્થી વપરાય છે.)

આ ઉપરાંત પણ વેદોમાં અને અન્ય પ્રાચીન ગ્રંથોમાં સંખ્યાઓનો ઉલ્લેખ હશે જે વધુ અભ્યાસ કરીને જાણી શકાય. “સૂલ્બસૂત્રો” નામના ગ્રંથોમાં ભરપૂર ભૂમિતિ ભરેલી છે. હવે પછીના મણકામાં તેમાંથી આચમન કરીશું.

* * * * *

પ્રશ્નચર્યા- ભૂમિતિ (2)

જૈમિન પટેલ

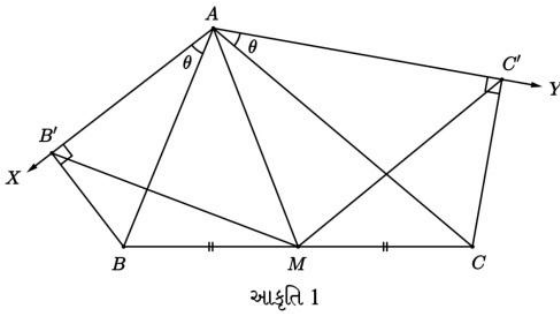
એરાઈસ ફ્લોરસ, ગોતા, અમદાવાદ, 382481

(M) 9904235869

ગયા અંકમાં આપણે એક પ્રશ્નના ઉકેલ પાછળ શું વિચારો ચાલતા હોય છે તે સમજવાનો પ્રયત્ન કર્યો હતો તથા અન્ય એક પ્રશ્ન વાચકોને વિચારવા તથા ઉકેલવા આપ્યો હતો. આ અંકમાં તે પ્રશ્નનો ઉકેલ જોઈશું.

પ્રશ્ન : ત્રિકોણ ABC લઘુકોણ ત્રિકોણ છે. કિરણો AX અને AY એવી રીતે છે કે જેથી $\angle XAB$ ના અંદરના ભાગમાં, $\angle BAC$ ના અંદરના ભાગમાં અને $\angle YAC$ ના અંદરના ભાગમાં કોઈ પણ બિંદુ સામાન્ય નથી તથા $m\angle XAB = m\angle YAC = \theta$ અને $0 < \theta < 90^\circ$. B' અને C' એ બિંદુઓ B અને C માંથી અનુક્રમે કિરણો AX અને AY પર દોરેલા લંબના લંબપાદ છે. જો M એ \overline{BC} નું મધ્યબિંદુ હોય તો સાબિત કરો કે, $MB' = MC'$.

પૃથક્કરણ : પ્રશ્નમાં આપેલી માહિતી પ્રમાણે આકૃતિ દોરવાનો પ્રયત્ન કરીએ. સામાન્ય શબ્દોમાં કહીએ તો “ $\angle XAB$ ના અંદરના ભાગમાં, $\angle BAC$ ના અંદરના ભાગમાં અને $\angle YAC$ ના અંદરના ભાગમાં કોઈપણ બિંદુ સામાન્ય નથી.”નો અર્થ થાય છે કે કિરણો AX અને AY આકૃતિ 1માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ત્રિકોણની બહારની બાજુએ છે. હવે વિચારીએ કે $MB' = MC'$ કેવી રીતે સાબિત થઈ શકે? $BM = MC$ હોવાના કારણે એક સહજ વિચાર એવો આવી શકે કે $\triangle B'MB \cong \triangle C'MC$ હોઈ શકે. પરંતુ જો $\triangle B'MB \cong \triangle C'MC$ હોય તો $BB' = CC'$ થાય ને પરિણામે $AB = AC$ થાય (શા માટે?). પરંતુ પ્રશ્નમાં તેમ આપ્યું નથી. ઘણા લોકો જ્યારે ભૂમિતિના પ્રશ્નો ઉકેલતા હોય અને તેમાં કોઈ ત્રિકોણને સંબંધિત પ્રશ્ન હોય તો આકૃતિ સમદ્વિભુજ કે સમભુજ ત્રિકોણ જણાય તેવી દોરતા હોય છે. પરિણામે ખોટા ઉકેલ અથવા મુશ્કેલી તરફ દોરાર્થ જવાય છે. જેમકે ચર્ચિત પ્રશ્નમાં જો ત્રિકોણ સમદ્વિભુજ હોય તો $\overline{BB'} \cong \overline{CC'}$ થઈ જાય (શા માટે?) અને પ્રશ્ન જાણે ઉકેલાઈ જાય પરંતુ ત્રિકોણ સમદ્વિભુજ છે તેમ આપ્યું નથી.

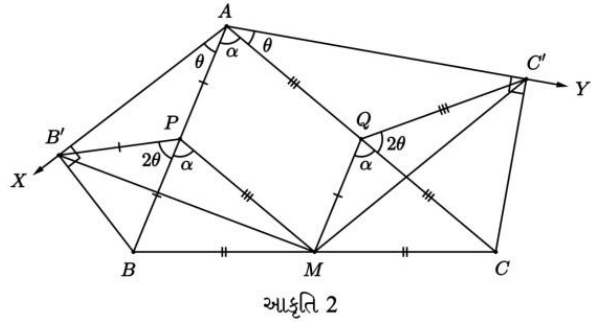


બીજો એક વિચાર એ પણ આવે કે જો \overline{AM} રચી $\triangle AB'M \cong \triangle AC'M$ સાબિત કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ તો પણ પ્રશ્ન ઉકેલાઈ જાય. આવા અનેક રસ્તાઓ વિચારમાં આવી શકે છે પરંતુ આ બધા રસ્તાઓમાં જાણે કશુંક ને કશુંક ખૂટતું હોય અને

તેના કારણે જે સાબિત કરવાનું છે તે સાબિત થઈ શકતું નથી. સામાન્ય રીતે આવા પ્રશ્નો ઉકેલવા માટે કોઈ અઘરાં પ્રમેયો કે પરિણામોની જરૂર નથી હોતી પણ જરૂર હોય છે એક વિચારની. એ વિચારની સમસ્યા માત્ર એટલી જ છે કે તે એક મિનિટમાં પણ આવી શકે છે ને ઘણો લાંબો સમય પણ લાગી શકે છે. આ પ્રશ્ન માટેનો એવો વિચાર પણ સરળતાથી આવે તેમ નથી. ઉપરાંત આવો જ વિચાર શા માટે આવ્યો અને તે શા માટે કામ કરી ગયો તે સમજાવવું લગભગ અશક્ય છે. વાચકોને આ પ્રશ્ન ઉકેલવા આવેલા વિચારનું કૌતુક માણવા આવકારીએ છીએ.

ધારો કે P અને Q અનુક્રમે \overline{AB} અને \overline{AC} નાં મધ્યબિંદુઓ છે. (ઉપરના ફકરામાં જે વિચારની વાત કરી, અહીં તે વિચાર એ જ છે કે આમ એકાએક \overline{AB} અને \overline{AC} નાં મધ્યબિંદુઓ શા માટે લઈ લીધા?) કાટકોણ ત્રિકોણ માટે એક જાણીતું પરિણામ એ છે કે કાટખૂણામાંથી દોરેલી મધ્યગાની લંબાઈ કર્ણની લંબાઈ કરતા અડધા માપની હોય છે. અહીં $\triangle ABB'$ કાટકોણ ત્રિકોણ છે અને $\overline{B'P}$ કાટખૂણામાંથી દોરેલી મધ્યગા માટે ઉપરાંત M અને Q અનુક્રમે \overline{BC} અને \overline{AC} નાં મધ્યબિંદુ હોવાના કારણે, મધ્યબિંદુપ્રમેય પરથી કહી શકાય છે કે, $MQ = \frac{1}{2} AB$

તેથી $B'P = MQ$. તેવી જ રીતે આપણે સાબિત કરી શકીએ છીએ કે $PM = QC'$. હવે જો $MB' = MC'$ હોય તો, $\triangle PMB' \cong \triangle QC'M$ થાય. માટે આપણે $\triangle PMB'$ અને $\triangle QC'M$ એકરૂપ છે તેવું દર્શાવવા પ્રયત્ન કરવો જોઈએ. અત્યાર



સુધી જે એક વસ્તુ ઉપયોગમાં નથી લીધી તે છે $m\angle XAB = m\angle YAC = \theta$. $\triangle PMB' \cong \triangle QC'M$ સાબિત કરવા આ માહિતીનો ઉપયોગ થતો હોવો જોઈએ તેવો અંદાજો લગાવી શકાય છે. $\triangle APB'$ માં $PA = PB'$ હોવાથી, $m\angle B'PB = 2\theta$ (શા માટે?) તથા M અને P અનુક્રમે \overline{BC} અને \overline{AB} નાં મધ્યબિંદુ હોવાના કારણે, મધ્યબિંદુ પ્રમેય પરથી કહી શકાય છે કે, $\overline{PM} \parallel \overline{AC}$

માટે જો $m\angle BAC = \alpha$ હોય તો $m\angle BPM = \alpha$.

$$m\angle B'PM = m\angle B'PB + m\angle BPM = 2\theta + \alpha$$

તેવી જ રીતે બતાવી શકાય છે કે, $m\angle MQC' = 2\theta + \alpha$. હવે $\triangle PMB'$ અને $\triangle QC'M$ માટે,

$$\overline{B'P} \cong \overline{MQ}, \angle B'PM \cong \angle MQC', \overline{PM} \cong \overline{QC'}$$

તેથી એકરૂપતાની બાખૂબા, શરત પરથી $\triangle PMB' \cong \triangle QC'M$ અને એકરૂપ ત્રિકોણોના અનુરૂપ અંગોના માપ સરખાં હોવાથી $MB' = MC'$.

નોંધ : પૃથક્કરણ માત્ર એ દર્શાવે છે કે પ્રશ્નથી ઉકેલ તરફ કેવી રીતે જઈ શકાય છે. ઉપર કરેલી ચર્ચા એ પ્રશ્નનો વિધિવત ઉકેલ કહી શકાય નહિ. એવું ઈચ્છનીય છે કે વાચક આ પ્રશ્નનો વિધિવત ઉકેલ લખવાનો પ્રયત્ન કરે.

આવતા અંકે માટે પ્રશ્ન : I એ ΔABC નું અંતઃકેન્દ્ર છે. I માંથી પસાર થતી રેખા l , \overline{BC} ને સમાંતર છે. ધારો કે રેખા l બાજુઓ \overline{AB} અને \overline{AC} ને અનુક્રમે M અને N બિંદુઓમાં છેટે છે. સાબિત કરો કે $BM + CN = MN$

તંત્રી નોંધ : આ લેખમાં જે પ્રશ્નની આપણે શરૂઆતમાં ચર્ચા કરી છે તે પ્રશ્ન મેં ઉપરની રીતે સ્વતંત્ર રીતે ઉકેલ્યો હતો. મને \overline{AB} અને \overline{AC} નાં મધ્યબિંદુઓ લેવાનું કંઈ રીતે સૂઝ્યું તે કહું. ઘણા નિષ્ફળ પ્રયત્નો પછી પ્રશ્ન થયો કે $\Delta AB'B$ કાટકોણ ત્રિકોણ છે તેનો કંઈ ઉપયોગ થઈ શકે ખરો ? તરત કાટકોણ ત્રિકોણ વિશેનું આ પરિણામ યાદ આવ્યું

કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણાવાળું શિરોબિંદુ કઈને વ્યાસ લઈને દોરેલા અર્ધવર્તુળ પર છે.

એટલે P એ \overline{AB} નું મધ્યબિંદુ હોય તો $PA = PB = PB'$ થાય. એજ રીતે જો Q એ \overline{AC} નું મધ્યબિંદુ હોય તો $QA = QB = QC'$ થાય. હવે બધું ગોઠવાઈ જતું લાગ્યું. $\overline{MB'}$ અને $\overline{MC'}$ બાજુઓ વાળા $\Delta MPB'$ અને $\Delta MQC'$ જાણે કહેતા ન હોય કે અમે તમારી મદદ માટે તૈયાર છીએ !

(M) 9824669364

- એમ. એચ. વસાવડા

Research Publications and Other Articles of Prof. N. R. Ladhawala :

- i) N.R. Ladhawala. Walsh Function Analogues of the Hardy Space and BMO: A Ph.D. Thesis : Purdue University. USA. August 1976
- ii) N. R. Ladhawala : Absolute summability of Walsh fourier series : Pacific Journal of Mathematics. Vol. 65. no.1, 1976.
- iii) N.R. Ladhawala and d. C. Pankratz : Almost everywhere convergence of Walsh Fourier series of H^1 -fuctions : Stuidia Mathematica T. LIX, 1976.
- iv) N. R. Ladhawala : An Equilateral triangle cannot have vertices at lattice points : Bona Mathematica.
- v) N. R. Ladhawala : Split and Prove : ગુજરાત ગણિત મંડળના 1993 અધિવેશન-સ્મરણિકામાં લેખ.
- vi) એન.આર. લાધાવાલા : 'અનંતી' અને 'ફૂરિયર શ્રેઢી (Fourier Series)' ગુજરાત વિશ્વકોશમાં અધિકરણો.

પ્રા. પ્ર. યુ. વૈદ્ય ગણિત પ્રશ્નો-સળંગ અંક-306 (E-Copy-1)ના ઉકેલો

ડૉ. સચિન ગજજર
અમદાવાદ (M) 99253 62754

(1) The sequence $\{a_n\}$ and $\{b_n\}$ are defined by $a_1=1$, $b_1=2$ and $a_{n+1}=\frac{1+a_n+a_nb_n}{b_n}$,

$$b_{n+1}=\frac{1+b_n+a_nb_n}{a_n}, \text{ show that } a_{2020} < 5.$$

Solution :

$$\text{Here } a_{n+1}=\frac{1+a_n+a_nb_n}{b_n}$$

$$\therefore a_{n+1} + 1 = \frac{1+a_n+a_nb_n+b_n}{b_n} = \frac{(1+a_n)(1+b_n)}{b_n}$$

$$\therefore \frac{1}{1+a_{n+1}} = \frac{b_n}{(1+a_n)(1+b_n)}$$

$$\text{Similarly, } \frac{1}{1+b_{n+1}} = \frac{a_n}{(1+a_n)(1+b_n)}$$

$$\therefore \frac{1}{1+a_{n+1}} - \frac{1}{1+b_{n+1}} = \frac{b_n - a_n}{(1+a_n)(1+b_n)} = \frac{(1+b_n) - (1+a_n)}{(1+a_n)(1+b_n)}$$

$$\therefore \frac{1}{1+a_{n+1}} - \frac{1}{1+b_{n+1}} = \frac{1}{1+a_n} - \frac{1}{1+b_n}$$

$$\therefore \frac{1}{1+a_{n+1}} - \frac{1}{1+b_{n+1}} = \frac{1}{1+a_n} - \frac{1}{1+b_n} = \dots = \frac{1}{1+a_1} - \frac{1}{1+b_1} = \frac{1}{1+1} -$$

$$\frac{1}{1+2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{1}{1+a_{n+1}} > \frac{1}{6} \quad \therefore 1 + a_{n+1} < 6 \quad \therefore a_{n+1} < 5 \quad \text{for all } n$$

And hence, $a_{2020} < 5$

(2) If $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{65 \cdot 66}$ and

$$B = \frac{1}{34 \cdot 66} + \frac{1}{35 \cdot 65} + \frac{1}{36 \cdot 64} + \dots + \frac{1}{66 \cdot 34}, \text{ then find the value of } \frac{A}{B}.$$

Solution :

Here we will prove the general result.

Let $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot 2n}$ and

$$B = \frac{1}{(n+1)(2n)} + \frac{1}{(n+2)(2n-1)} + \frac{1}{(n+3)(2n-2)} + \dots + \frac{1}{(2n) \cdot (n+1)}$$

Now, $A = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1) \cdot (2k)} = \sum_{k=1}^n \frac{2k - (2k-1)}{(2k-1) \cdot (2k)} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)} - \frac{1}{2k}$

$$A = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2k-1} + \frac{1}{2k} - 2 \frac{1}{2k} \right)$$

$$= \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2k-1} + \frac{1}{2k} \right) - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

$$= \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

$$= \sum_{k=1+1}^{2n} \frac{1}{k}$$

$$\therefore A = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n}$$

$$\therefore 2A = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n}$$

$$+ \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n-1} + \dots + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+1} \quad (\text{as } 2A = A + A)$$

$$\therefore 2A = \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{2n} \right) + \left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{2n-1} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2n} + \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= \frac{3n+1}{(n+1)(2n)} + \frac{3n+1}{(n+2)(2n-1)} + \frac{3n+1}{(n+3)(2n-2)} + \dots + \frac{3n+1}{(2n)(n+1)}$$

$$\therefore 2A = (3n+1) \cdot B$$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{3n+1}{2}$$

Now, by substituting $n = 33$. We will get our result $\frac{A}{B} = 50$.

(3) Suppose a_1, a_2, a_3, a_4 , are distinct integers and $P(x)$ is a polynomial with integer coefficients satisfying $P(a_1) = P(a_2) = P(a_3) = P(a_4) = 3$. Prove that there is no integer n such that $p(n) = 2020$.

Solution.

Here $P(a_1) = P(a_2) = P(a_3) = P(a_4) = 3$.

\therefore if we divide $P(x)$ by $(x-a_i)$ ($i=1,2,3,4$), then the remainder is 3.

\therefore Let $P(x) = (x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)(x-a_4)Q(x) + 3$ (1)

Now suppose that, there exists an integer n , such that $P(n) = 2020$

\therefore From (1)

$$P(n) = (n-a_1)(n-a_2)(n-a_3)(n-a_4)Q(n) + 3.$$

$$\therefore 2020 = (n-a_1)(n-a_2)(n-a_3)(n-a_4)Q(n) + 3.$$

$$\therefore (n-a_1)(n-a_2)(n-a_3)(n-a_4)Q(n) = 2017 \quad \dots\dots\dots (2)$$

Here 2017 is a prime number and $(n-a_1)$, $(n-a_2)$, $(n-a_3)$ and $(n-a_4)$ are all distinct factors of 2017.

Which is not possible.

\therefore Our supposition is wrong.

\therefore There does not exist an integer n such that $P(n) = 2020$.

(4) If $\alpha = \frac{\pi}{7}$, then prove that $\frac{1}{\sin\alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1}{\sin 3\alpha}$

Given $\alpha = \frac{\pi}{7}$, hence $7\alpha = \pi$. $\therefore \sin 3\alpha = \sin(\pi - 4\alpha) = \sin 4\alpha$

$$\therefore \text{R.H.S.} = \frac{1}{\sin 2\frac{\pi}{7}} + \frac{1}{\sin 3\frac{\pi}{7}} = \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1}{\sin 3\alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1}{\sin 4\alpha}$$

$$= \frac{\sin 4\alpha + \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha \cdot \sin 4\alpha} = \frac{2 \sin 3\alpha \cdot \cos \alpha}{\sin 2\alpha \cdot \sin 3\alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} = L.H.S.$$

પ્રા. પ્ર. સુ. વૈદ્ય ગણિત પ્રશ્નો-અંક-307

(9) Find the value of $[\log_3 5 + \log_5 7 + \log_7 3]$, where $[x]$ = greatest integer less than or equal to x .

$[\log_3 5 + \log_5 7 + \log_7 3]$ ની કિંમત શોધો, જ્યાં $[x] = x$ કે તેથી નાનો મોટામાં મોટો પૂર્ણાંક છે.

(10) If a, b and c are positive real numbers such that $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, then prove that

$$(1+a)(1+b)(1+c) \geq 64.$$

જો a, b અને c એ એવી ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે કે જેથી $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ હોય, તો સાબિત કરો કે

$$(1+a)(1+b)(1+c) \geq 64.$$

(11) Calculate the sum $\sum_{k=1}^n \frac{4k}{4k^4+1}$; સરવાળો $\sum_{k=1}^n \frac{4k}{4k^4+1}$ શોધો.

(12) Determine the general form of the sequence $\{a_n\}$ given by $a_0 = \alpha > 0$ and $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+a_n}$,

$a_0 = \alpha > 0$ અને $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+a_n}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત શ્રેણીનું વ્યાપક પદ $\{a_n\}$ શોધો.

* * * * *

સમાચાર

- IMO-2022
63મી, International Olympiad (IMO)-2022, નોર્વેના ઓસ્લો ખાતે 7થી 16 જુલાઈ, 2022 દરમિયાન યોજાઈ હતી.
કુલ દેશોની સંખ્યા : 104; ભારતનો ક્રમાંક : 24; દરેક દેશમાંથી આવતા સ્પર્ધકોની સંખ્યા (વધુમાં વધુ) : 6; પ્રશ્નપત્રમાં 7 ગુણના એક, એવા 6 પ્રશ્નો, કુલ ગુણ : 42;
જરૂરી ગુણ : સુવર્ણચંદ્રક ≥ 34 , રૌપ્યચંદ્રક ≥ 29 (<34), કાંસ્યચંદ્રક ≥ 23 (<29)
કુલ સ્પર્ધકો : 579
કુલ સુવર્ણચંદ્રક : 44, રૌપ્યચંદ્રક : 101, કાંસ્યચંદ્રક : 140
ભારતને : સુવર્ણ-1 (34 ગુણ), રૌપ્ય-0, કાંસ્ય-5.
- ઈન્ડિયન મેથેમેટિકલ સોસાયટીની 88મી વાર્ષિક પરિષદ રાંચી ખાતે BIT-Mesraના આશ્રયે તા.27થી 30 ડિસેમ્બર, 2022 દરમિયાન યોજાશે. રજિસ્ટ્રેશન માટેની છેલ્લી તારીખ : 20-11-2022.
- ગુજરાત ગણિત મંડળનું આગામી 59મું અધિવેશન તા.4,5,6 નવેમ્બર, 2022ના રોજ ઉમા આર્ટ્સ એન્ડ નાથીબા કોમર્સ કોલેજ, સર્વ વિદ્યાલય કંપ્પસ, ગાંધીનગર ખાતે યોજાશે.
- શ્રી મેઘરાજભાઈ ભટ્ટે ઓગસ્ટ 29, 2022ના રોજ ઓલ ઈન્ડિયા રેડિયોના દમણ સ્ટેશન પરથી શ્રી ડી.આર. કાપરેકર પર માહિતીપૂર્ણ વાર્તાલાપ આપ્યો હતો. આ અગાઉ તેમણે આ જ રેડિયો સ્ટેશન પરથી પ્રા. પ્ર.યુ.વૈદ્ય વિશે વાર્તાલાપ આપ્યો હતો.
- શ્રી મેઘરાજભાઈને જુનિયર ચેમ્પર ઈન્ટરનેશનલ, વલસાડ, તરફથી તા.11 સપ્ટેમ્બર, 2022ના રોજ વલસાડમાં યોજાયેલા એક કાર્યક્રમમાં 'નગર રત્ન એવોર્ડ' એનાયત કરવામાં આવ્યો. તેમણે વલસાડ જિલ્લામાં કરેલી ગાણિતિક પ્રવૃત્તિઓ અને આ ક્ષેત્રમાં તેમણે આપેલા પ્રદાને તેમને એવોર્ડ આપવાના નિર્ણયમાં મહત્વનો ફાળો ભજવ્યો હશે. તો આપણે મેઘરાજભાઈને તેમની સિદ્ધિ માટે અભિનંદન આપીએ.
- પ્રા.એ.આર.રાવ ભૂમિતિ ક્લબના સભ્યો તરફથી ક્લબના માનવંતા સભ્ય સ્વ. સાબિરભાઈ તેલવાલાની સ્મૃતિમાં, તેઓ જે શાળામાં શિક્ષણ કાર્ય કરતા હતા, તે અંજુમન-એ-ઈસ્લામ હાઈસ્કૂલ, અમદાવાદના, ગુજરાત એસ.એસ.સી. બોર્ડની 2022ની પરીક્ષામાં તેમની શાળામાં ગણિતમાં પ્રથમ ત્રણ ક્રમાંક મેળવનાર વિદ્યાર્થીઓને 'સાબિરભાઈ તેલવાલા પારિતોષિક' એનાયત કરવામાં આવ્યાં. આ માટેનો કાર્યક્રમ અંજુમન-એ-ઈસ્લામ હાઈસ્કૂલના આચાર્ય અને સંચાલકોના પૂરા સહકારથી શાળાના સભાખંડમાં 27મી ઓગસ્ટ, 2022ના રોજ યોજવામાં આવ્યો હતો.

અનુસંધાન પાના નં. 96 પર

નોંધપોથી

1. સુગણિતમ્ના જુલાઈ 2022ના ઈ-અંકમાં પા.47 પર નીચેના પ્રશ્નો છે:

(1) આ કોણે કહ્યું? If I have seen a little farther than others, it is because I am standing on the shoulders of giants.

આ વિધાનમાં કયા 'giants'ની વાત છે?

આ વિધાન મહાન બ્રિટીશ ગણિતશાસ્ત્રી સર આઈઝેક ન્યૂટન (1642-1727)નું છે. પોતાની ક્રાન્તિકારી શોધોનો યશ ન્યૂટન નમ્રતાપૂર્વક પોતાના પુરોગામીઓને આપે છે. આ 'giants' એટલે ગેલિલિયો, કેપ્લર, ફર્મા અને દ'કાર્ટ. ગેલિલિયોએ પદાર્થની ગતિ વિષે પ્રયોગો કરી પરિણામ તારવ્યા હતાં. કેટલેરે તેના મિત્ર ટાઈકો બ્રાહેનાં ખગોલીય અવલોકનોને આધારે ગ્રહોની ગતિના ત્રણ નિયમો આપ્યા હતા. ફર્મા સંખ્યાગણિતનો ખાં તો હતો જ. લઘુતમ-ગુરુતમ અંગેના પ્રશ્નોનો પણ તેણે અભ્યાસ કર્યો હતો. જ્યારે દ'કાર્ટે યામભૂમિતિના અભ્યાસનો પાયો નાખ્યો હતો. ન્યૂટનને પોતાના કાર્યમાં આ બધા જ ખ્યાલો ઉપયોગી થયા હતા. આ સંદર્ભમાં જુલાઈ 2022ના અંકમાંનો ડૉ. કમલનયમ જોષીપુરાનો લેખ 'ભોતિકવિજ્ઞાનના પ્રારંભમાં ગણિતની ભૂમિકા' (પા.નં.31) -36) વાંચવો રસપ્રદ થશે.

(2) આ કોણ? – એનું મૃત્યુ માત્ર 21 વર્ષની વયે દ્વન્દ્વ યુદ્ધમાં લડતાં લડતાં થયું. પરંતુ તેનું ગણિતનું પ્રદાન તેને અમરત્વ અપાવી ગયું.

એનું નામ એવરીસ્ટ ગાલ્વા (Evariste Galois). ફ્રેન્ચ ગણિતજ્ઞ. જન્મ 1811માં. અવસાન 1832માં. (નામ ફ્રેન્ચ હોવાથી તેનો ઉચ્ચાર 'ગાલ્વા' થાય છે. 'ગેલોઈસ' નહીં.) ગાલ્વાને રાજ્ય વિરોધી વલણ અને વર્તનને કારણે જેલવાસ થયો હતો. જેલવાસના છેવટના દિવસોમાં ગાલ્વાને ખાતરી થઈ ચૂકી હતી કે તેના વિરોધીઓ તેને જેલમાંથી છૂટ્યા બાદ જીવવા નહીં દે. અને થયું પણ તેમજ. 30મી મે, 1832ની વહેલી સવારે ગાલ્વા જેલમાંથી છૂટ્યો. થોડા જ સમય બાદ તેના એક પ્રતિસ્પર્ધીએ તેને પિસ્તોલના દ્વન્દ્વ યુદ્ધ માટે લલકાર્યો. ગાલ્વા સખત રીતે ઘાયલ થયો અને 31મી મે 1832ના સવારે તેનું અવસાન થયું.

રાજ્યવિરોધી પ્રવૃત્તિ વચ્ચે પણ ગાલ્વાનું ગણિત સર્જન ચાલુ જ હતું. જેલવાસની છેલ્લી રાત્રે, 29મી મે 1832ની રાત્રે, તેણે આખી રાત જેલમાં લખ્યા કર્યું. તેના મગજમાં ધુમરાતા વિચારો, દુનિયા સમક્ષ મૂકવા માટે, તેને કાગળ પર ઉતારી લેવા હતા. લખવાનું એટલું બધું હતું કે વચ્ચે વચ્ચે તેને લખવું પડતું હતું : ‘મારી પાસે સમય નથી’. ‘મારી પાસે સમય નથી’.

ગાલ્વાનું ગણિતનું લખાણ બધું મળીને 60 પાનાંનું છે. પણ તેના આ લખાણમાં ગણિતજ્ઞોને મહામૂલો ખજાનો સાંપડ્યો છે. Group Theory અને Field Theoryના ખ્યાલોને ગાલ્વાએ વિકસાવ્યા અને આ ખ્યાલોનો ઉપયોગ કરીને બહુપદી સમીકરણના ઉકેલ (solution of a polynomial equation by radicals)ના સદીઓ જુના પ્રશ્નનો ઉકેલ આપ્યો.

વલ્લભ વિદ્યાનગર, (M) 9824669364

એમ.એચ.વસાવડા

2. ગણિતમાં કેટલીક હકીકતો સુંદર અને મજા પડે તેવી હોય છે. જેમ કે સુગણિતમના સળંગ અંક 306ની e-copy 1માં પાના નં.47 પર અવકાશપૂરક તરીકે એક ગણિતકણિકા ‘કમિક સંખ્યાઓના સરવાળાની સમતાઓ’ શીર્ષક સાથે પ્રગટ થઈ છે. જે નીચે મુજબની પેટર્નમાં છે.

$$1 + 2 = 3$$

$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$

$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$

આ પછી થોડી ચર્ચા બાદ પ્રશ્ન પૂછવામાં આવ્યો છે કે ઉપરની સમતા પ્રમાણેની દશમી સમતા ફટાફટ લખી શકો ?

આ કે આવી બીજી કોઈ પેટર્ન જોઈને આપણને આનંદ જરૂર થાય. પણ સામાન્ય રીતે આવો આનંદ માણ્યા પછી એ વિશે વિચારવલોણું આપણે ફેરવતા નથી. માત્ર આનંદ જ માણતા હોઈએ છીએ. મેં જ્યારે આ કણિકા વાંચી ત્યારે મને પણ આનંદ તો થયો જ. પણ થોડી બારીકાઈથી અવલોકન કર્યું તો નીચેના મુદ્દાઓ મારા ધ્યાનમાં આવ્યા.

1. દરેક સમતામાં ડાબી બાજુ પદોની સંખ્યા સમાતાના ક્રમાંક કરતા 1 વધુ. જ્યારે જમણી બાજુ પદોની સંખ્યા સમાતાના ક્રમાંક જેટલી જ છે.
2. દરેક સમતામાં ડાબી બાજુના પહેલા પદથી જમણી બાજુના છેલ્લા પદ સુધીની સંખ્યાઓ કમિક સંખ્યાઓ છે.
3. સમતાની ડાબી બાજુનું પહેલું પદ સમાતાના ક્રમાંકનો વર્ગ છે.

આ અવલોકનોને આધારે દશમી સમતા લખવી સહેલી છે.

દશમી સમતાની ડાબી બાજુનું પહેલું પદ = $10^2=100$.

ડાબી બાજુ પદોની સંખ્યા $10 + 1 = 11$ પદ. જમણી બાજુ પદોની સંખ્યા 10. સમતાની બધી જ સંખ્યાઓ ક્રમિક. આથી દશમી સમતા $100 + 101 + 102 + \dots + 110 = 111 + 112 + 113 + \dots + 120$ થશે.

આ સમતા સાચી છે તે ચકાસી શકાશે.

વ્યાપક રીતે n મી સમતા શું હશે ? આ સમતામાં ડાબી બાજુનું પહેલું પદ n^2 અને પદોની સંખ્યા $n+1$. બધી સંખ્યાઓ ક્રમિક. તેથી ડાબી બાજુ $n^2 + (n^2+1) + (n^2+2) + \dots + (n^2+n)$ હશે.

જમણી બાજુનું પહેલું પદ $n^2 + n + 1$ હશે. તેમાં કુલ પદ n હશે.

આથી જમણી બાજુ $(n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 2) + (n^2 + n + 3) + \dots + (n^2 + 2n)$ હશે.

આમ n મી સમતા

$n^2 + (n^2 + 1) + (n^2 + 2) + \dots + (n^2 + n) = (n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 2) + \dots + (n^2 + 2n)$
..... (1) હશે. અલબત્ત, આ આપણું આગમનની રીત (inductive method)થી મેળવેલું પરિણામ છે જ.

સમતા સાચી છે એ બતાવવા માટે આપણે તેની સાબિતી આપવી જોઈએ. તો ચાલો આપીએ સાબિતી.

$$\begin{aligned} (1)ની ડાબી બાજુ &= n^2 + (n^2+1) + (n^2+2) + \dots + (n^2+n) \\ &= (n+1)n^2 + (1+2+3+\dots+n) \\ &= (n+1)n^2 + \frac{n(n+1)}{2} \\ &= n(n+1) \left(n + \frac{1}{2}\right) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2)ની જમણી બાજુ &= (n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 2) + (n^2 + n + 3) + \dots + (n^2 + n + n) \\ &= n(n^2 + n) + (1 + 2 + 3 + \dots + n) \\ &= n^2(n+1) + \frac{n(n+1)}{2} \\ &= n(n+1) \left(n + \frac{1}{2}\right) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

(2) અને (3) પરથી સમતા (1) સાબિત થઈ ગઈ. પરંતુ વાત આટલેથી અટકતી નથી. (2) અને (3) સૂચવે છે કે સમતા (1)ની બંને બાજુનું સામાન્ય મૂલ્ય $\frac{n(n+1)}{2} [2n+1]$ છે. પરંતુ

$$\begin{aligned} n(n+1) \left(n + \frac{1}{2}\right) &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} = 3 \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right) \\ &= 3(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2). \end{aligned}$$

તો હવે આપણને આવું પરિણામ મળ્યું

$$n^2 + (n^2 + 1) + (n^2 + 2) + \dots + (n^2+n) = 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2).$$

આ આશ્ચર્ય પમાડે તેવું મઝાનું પરિણામ છે. ડાબી બાજુ ક્રમિક સંખ્યાઓનો સરવાળો છે. જમણી બાજુ ક્રમિક સંખ્યાઓના વર્ગનો સરવાળો ! અમુક ખાસ ક્રમિક સંખ્યાઓના સરવાળાને ક્રમિક સંખ્યાઓના વર્ગના સરવાળાના સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય તે કેવું સરસ !

એક છેલ્લી વાત $n(n+1) \left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} = (2n+1)\Delta_n$ જ્યાં Δ_n n મી ત્રિકોણીય સંખ્યા છે. આ બધી બાબતો ભેગી કરીએ તો નીચેની સમતાઓ મળે છે. કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે.

$$\sum_{i=0}^n (n^2 + i) = \sum_{i=1}^n (n^2 + n + i) = 3 \sum_{i=1}^n i^2 = (2n+1)\Delta_n.$$

દશમી સમતામાં આવતો સરવાળો હવે તુરત મળી શકે.

$$100 + 101 + \dots + 110 = (2 \times 10 + 1)\Delta_{10} = 21 \times 55 = 1155.$$

અમદાવાદ (M) 99250 24549

એન.એન. રોઘેલિયા

અનુસંધાન પાના નં. 92 પરથી

- The Mathematics Consortium Bulletin (TMCB)નો જુલાઈ 2022નો અંક (Vol.4, Issue 1) જુલાઈ માસમાં બહાર પડી ચૂકેલ છે. આ અંકમાં અન્ય રસપ્રદ સાહિત્ય સાથે અંબત વિજયકુમારનો 'Graph Theory : 1736-1936 and Beyond' એ શીર્ષકનો લેખ સમાવિષ્ટ છે, જે Graph Theoryના ઇતિહાસ પર પ્રકાશ પાડે છે.
- નવું પ્રકાશન:
 શીર્ષક : Mathematics in Ancient Jaina Literature
 લેખકો : S.G. Dani and S. K. Jain
 પ્રકાશક : World Scientific Publishing Company
 પ્રકાશન વર્ષ : July, 2022

પ્રશ્નાવલી

1. વિદ્યાનગરના લોક વિજ્ઞાન કેન્દ્રની ગણિતકલબની મીટિંગમાં સંચાલન કરતાં બહેનને શાળાના એક વિદ્યાર્થીએ કહ્યું તમે કોઈ દશ ક્રમિક (પ્રાકૃતિક) સંખ્યાઓ ધારો, અને તેનો સરવાળો કરો.

સંચાલિકા બહેન : સંખ્યાઓ ધારી અને સરવાળો પણ કર્યો.

વિદ્યાર્થી : તમે ધારેલી સંખ્યાઓમાંની પાંચમી સંખ્યા મને કહેશો?

સંચાલિકા બહેન : 67.

વિદ્યાર્થી : તો તમે મેળવેલો સરવાળો 675.

વિદ્યાર્થીએ ફટાક કરતો જવાબ કેવી રીતે આપ્યો ? કોઈપણ દશ ક્રમિક સંખ્યાઓ માટેનું વ્યાપક પરિણામ શું ? પેલો શાળાનો બાળક તો સંખ્યાનો જાદુ બતાવી આનંદ લેતો હતો. તમે વ્યાપક પરિણામની સાબિતીનો આનંદ લેવાનું ન ચૂકશો. અને હા, 10 ને બદલે 11 ક્રમિક સંખ્યા હોય તો ? 12 ક્રમિક સંખ્યાઓ લઈએ તો ?

તમે તમારા દશ મિત્રોના વર્તુળમાં દરેકને દશ ક્રમિક સંખ્યાઓ ધારી સરવાળો કરવાનું કહી શકો. પછી દરેકને તેણે ધારેલી પાંચમી સંખ્યા ચબરખી પર લખી તમને આપવાનું કહો. તમે બધાને તેમણે માથાકૂટ પછી મેળવાલો સરવાળો તરત કહી શકશો. અને તમારી ગણિતની કાબેલિયત વિશે વટ પાડી શકશો.

2. નીચેનું વિધાન એક જાણીતા ગણિતશાસ્ત્રીના એક જાણીતા પુસ્તકમાંથી લીધું છે. ગણિતશાસ્ત્રી કોણ ? પુસ્તક ક્યું ?

The mathematical patterns, like the painter's, or the poet's, must be beautiful; the ideas, like the colours or words, must fit together in a harmonious way.

ગણિતના અભ્યાસીઓને, ખાસ કરીને સંશોધનમાં રસ ધરાવનારાઓને, પી.આર.હાલ્મોસની નીચેની સલાહમાં રસ પડશે:

માત્ર વાંચો નહીં, સંઘર્ષ કરો. તમે ઉપજાવેલા પ્રશ્નો પૂછો. જાતે ઉદાહરણો અને પ્રત્યુદાહરણો બનાવો. આપેલી હોય તેના કરતાં જુદી જ સાબિતી શોધો. આપેલી બધી જ બાબતોનો પરિણામની સાબિતીમાં ઉપયોગ થયો? જે બાબતોનો ઉપયોગ થતો તે ક્યાં અને કેવી રીતે ઉપયોગમાં આવી ? પરિણામનું પ્રતીપ સાચું છે ? વિશિષ્ટ કિસ્સામાં શું થાય અને degenerate કિસ્સામાં ?

પ્રતિભાવો

1. નવા રચાયેલા તંત્રીમંડળ અને વ્યવસ્થાપક મંડળના સંયુક્ત પ્રયાસથી તૈયાર થયેલ સુગણિતમ્નો પ્રથમ અંક ઈ-મેલ મારફતે સમયસર મળતા પરમ સંતોષ અને આનંદની લાગણી થઈ. આદરણીય વસાવડાસાહેબ અને વિઠ્ઠલભાઈ પટેલ તથા ગુજરાતના ગણિત જગતની ચિંતા કરતા સૌ મોભીઓ ને પણ આ જ લાગણી થઈ હશે. આ પ્રથમ e-અંકના સર્વાંગી મૂલ્યાંકન થકી હું 90% (ઘણા વખતથી મૂલ્યાંકન કાર્ય નથી કર્યું !!) ગુણ આપતાં ખૂબ જ હર્ષની લાગણી અનુભવું છું. આ મૂલ્યાંકનમાં વિષયનું વૈવિધ્ય, ઊંડાણ તથા આકર્ષક ઉઠાવ જેવા મુદ્દાને ધ્યાનમાં રાખ્યા છે. ગણિત વિષયના હર કોઈ જાણસુને રસપૂર્વક પકડી / જકડી રાખી શકે તેવા વિષયવસ્તુ અને લેખો આ અંકમાંથી મળી રહેશે એવી મને ખાતરી છે. નજર ન લાગી જાય તેથી થોડા કાળાં ટપકાં કરવાનું યોગ્ય લાગે છે !!!
- (1) મુખપૃષ્ઠ પરનું રંગ સંયોજન મને અંગત રીતે ગમ્યું નથી. જોકે આ વસ્તુને બહુ ગંભીરતાથી લેવાની જરૂર નથી કારણ કે મને જે ગમે તે અન્યને ન ગમે તેમ થવાની પૂરી શક્યતા છે.
- (2) મુખપૃષ્ઠ પરનો ગણિતજ્ઞ વાક્ય મુખપૃષ્ઠ ઉપર ન હોય તેમ મારું માનવું છે.
- (3) ભારતીય પરંપરા મુજબ દરેક ગણિતજ્ઞ કે અન્ય વ્યક્તિનો ઉલ્લેખ હંમેશાં માનવાચક ઉદ્બોધનથી થાય તે મને વધુ યોગ્ય લાગે છે.
- (4) નીતાબેન સંઘવીના લેખની પ્રસ્તાવના વાંચ્યા પછી આ લેખના લેખક તરીકે સંયુક્ત નામ (દયારામભાઈનું નામ સહલેખક તરીકે) હોય તે શું વધુ યોગ્ય ન કહેવાય?
- (5) પ્રા. પ્ર.ચુ. વૈદ્ય ગણિત પ્રશ્નો – સળંગ અંક 304ના ઉકેલો કોના છે તે અંગેનું મૌન ઘણા બધા પ્રશ્નો ઊભા કરી શકે છે, તો તે અંગેનું યોગ્ય ધ્યાન રાખવું જોઈએ.
- (6) હવે જ્યારે સુગણિતમ્ ઈ-કોપી તરીકે નિ:શુલ્ક ઉપલબ્ધ છે ત્યારે ઈ-મેઈલ થકી મોકલવાની સાથોસાથ સુગણિતમ્ની વેબસાઈટ ઉપર પણ પીડીએફ તરીકે મુકાય તે ઈચ્છનીય છે. ત્યારબાદ અન્ય સોશિયલ મિડિયા દ્વારા પણ તેની લીંક મોકલવાની વ્યવસ્થા કરવી જોઈએ.
- (7) પ્રાધ્યાપક કૌશિક ઠાકરના લેખનો ઘણો ભાગ પ્રાધ્યાપક અરુણ વૈદ્ય વિશેષાંકમાં હોવો જોઈતો હતો અને બીજો ઘણો ભાગ વિશેષાંકના પ્રતિભાવો તરીકે છે મને રંજ એ વાતનો છે કે કૌશિક ઠાકરના અરુણભાઈ સાથેના મુખ્ય એન્કાઉન્ટરોની સુંદર વાતો (વિશેષાંક ફક્ત વાંચનાર) બહોળા વર્ગ સુધી નહીં પહોંચે !!
- (8) પ્રુફ રીડિંગનું કામ સારું થયું છે છતાં હજી વધુ ધ્યાન આપી શકાય તો સારું. અનુક્રમણિકામાં જ ઓછામાં ઓછી બે ભૂલો દેખાય છે. જો કે અનુક્રમણિકાની સજાવટ સુંદર થઈ છે.
- (9) e-ISSN લેવાની કાર્યવાહી સત્વરે થવી જોઈએ.

M. 9824062983

અજય દેસાઈ

અમદાવાદ.

2. સુગણિતમ્ સળંગ અંક 306, વર્ષ-60, પ્રથમ e-આવૃત્તિ જુલાઈ 2022માં પ્રસિદ્ધ થયો છે. આ અંકમાં કુલ 23 લેખોનો સમાવેશ થયેલ છે. જે ગણિતના જુદા જુદા વિષયાંગો, ગણિત શિક્ષણ, ગણિતજ્ઞોની કામગીરી વગેરે જેવા જુદા જુદા આયામોથી સંવર્ધિત છે. આ અંકના તમામ લેખો સરળ અને રસપ્રદ શૈલીમાં રજૂ થયેલા છે. આ માટે લેખકો અને સંપાદકીય મંડળને ધન્વવાદ પાઠવું છું. મને લાગે છે કે ગણિત વાંચન રસિકો દ્વારા સુગણિતમ્નો પ્રથમ e-આવૃત્તિનો પ્રયાસ ખૂબ જ સરાહનીય રહ્યો છે.

સંગ્રહિત તમામ લેખોમાં મને અંકનો પ્રથમ લેખ “અમેરિકાની યુનિવર્સિટીઓની શિક્ષણ પધ્ધતિ” ખૂબ જ હૃદયસ્પર્શી લાગ્યો છે. પ્રા. વિદ્વલભાઈ અં. પટેલ સાહેબ દ્વારા લખાયેલ આ લેખ ગણિત શિક્ષકોને ઉપયોગી થનાર છે. આ લેખમાં અમેરિકાની યુનિવર્સિટીઓમાં ચાલતી શિક્ષણ પધ્ધતિ અંગે ખૂબ જ સચોટ બાબતો ઉજાગર કરી છે.

પ્રસ્તુત લેખમાં લેખકે પોતાના તાદશ અનુભવો ખૂબ જ સરળ શબ્દોમાં રજૂ કર્યા છે. અમેરિકાની યુનિવર્સિટીઓની શિક્ષણ પધ્ધતિ ખાસ કરીને મૂલ્યાંકન પધ્ધતિ એ અન્ય યુનિવર્સિટીઓ કરતાં કઈ રીતે અલગ પડે છે તેનું વર્ણન સુંદર રીતે કર્યું છે. લેખકે ‘નિયમિત લેશન પધ્ધતિથી એક સામાન્ય વિદ્યાર્થી પણ હોશિયાર વિદ્યાર્થી જોડે હરીફાઈ કરી શકે છે’ એ દર્શાવ્યું છે. મારા મતે પણ આ તદ્દન સાચી વાત છે કારમ કે વિવધ યુનિવર્સિટીઓમાં થયેલા અસંખ્ય શૈક્ષણિક સંશોધનોના ફલિતાર્થી એ છે કે “સતત મૂલ્યાંકનથી શિક્ષણને અસરકારક બનાવી શકાય છે.”

હું આશા રાખું છું કે સુગણિતમ્ના આવનારા અંકોમાં પણ ગણિતના આવા જ વૈવિધ્યપૂર્ણ બાબતોને સમાવતા લેખો પ્રસિધ્ધ થશે.

M. 9824434459

ડૉ. પારસ દિ. ઉચાટ

IITE, ગાંધીનગર

3. સુગણિતમ્નો Soft Copy માં પ્રથમ સામાન્ય અંક (No.306) મળ્યો. નવી Technologyનો ખૂબ જ સરસ ઉપયોગ કરેલ છે તે માટે અભિનંદન. ગણિતને સંલગ્ન તમામ પ્રકારના લેખોનો રસથાળ જ કહી શકાય. દરેક વ્યક્તિને પોતાની પસંદગીનું કંઈક તો નવું વાંચવા-જાણવા મળે જ. હોસ્ટેલમાં હલ્લાબોલ અને જાદુગરના કોયડાના લેખની રજૂઆત ખૂબ રસપ્રદ રહી.

એક સૂચન છે કે લેખોને જુદા જુદા વિભાગોમાં વહેંચીને તે મુજબ ક્રમ આપી શકાય તો વાંચવાની વધુ મઝા આવે. જેમ કે, એક વિભાગમાં ગણિતના પરિણામો-સાબિતી-કોયડાના ઉકેલો, બીજા વિભાગમાં લેખમાળા, ત્રીજા વિભાગમાં ગણિતના તજજ્ઞો વિશેની વાત વિગેરે.

ગણિત વિભાગ, સરદાર પટેલ યુનિવર્સિટી, વલ્લભ વિદ્યાનગર.

હિમાલી મહેતા

4. અરુણભાઈ વૈદ્ય વિશેષાંક

આ વિશેષાંક ઘણીબધી રીતે અનૂઠો બન્યો છે. એમાં એમના જીવનનાં ઘણાં બધાં પાસાં જુદી જુદી રીતે ઉજાગર થયાં છે. કોઈએ એમની સાથેનાં પોતાનાં સામાજિક સંસ્મરણોને વાગોળ્યાં છે તો કોઈએ એમનાં સહકર્મી તરીકેની યાદોને સંજોઈ છે તો વળી કોઈએ એમનાં શિષ્ય તરીકે એ કેવા ઉમદા શિક્ષક હતા એ વાતોને સંભારી છે. એમના જીવનની વિવિધ પળોને કંડારતી એ અંકની કેટલીક અલભ્ય તસ્વીરોએ મને સૌથી વધુ રોમાંચનો અનુભવ કરાવ્યો છે. હું પણ એમનો અલ્પસમયનો વિદ્યાર્થી રહ્યો છું. એ સમયગાળાની આમ તો ઘણી વાતો કહી શકાય પણ એમના વ્યક્તિત્વની એક એવી બાજુની આજે વાત મૂકવી છે જે બાજુથી ઘણાં બધાં - - ખાસ કરીને વિદ્યાર્થીઓ - અજાણ હશે એવું મને લાગે છે. પણ આ M.Sc. ની એ batch ની વાત છે જેમાં મારી સાથે અજયભાઈ (દેસાઈ), વિષ્ણુભાઈ (ઠક્કર) અને અજીતભાઈ (સુથાર) વિદ્યાર્થીઓ હતા. શરૂઆતમાં કોણ જાણે કેમ અમે (એમના હાથ નીચે ભણનાર / સંપર્કમાં આવનાર કબૂલશે કે) એમનાથી, એમના આભાવર્તુળથી અંજાઈ જવાને લીધે કે પછી કોઈ અગમ્ય કારણોસર બહુ ડરતા; નજીક જતા બીતા ! એક દિવસ બપોરે ભણવાનું પત્યા પછી થોડા મિત્રો ભેગા મળી પ્રખ્યાત અભિનેતા સ્વ. દિલીપકુમારની ફિલ્મો વિષે વાત કરતાં હતા. હું સ્વ. દિલીપકુમારનું “સંઘર્ષ” ફિલ્મનું જાણીતું નૃત્યગીત “મેરે પૈરોં મેં ઘુંઘરું બંધા દે” વિષે વાત કરતો હતો ત્યાં અચાનક જ અરુણભાઈ આવ્યા ને કહે કે, “મને તો દિલીપકુમાર ગંગાજમના ફિલ્મમાં ‘નૈન લડ ગઈ હૈ’ પર જે નાચ્યા છે એ બહુ જ ગમે છે”... અને આ વાત સાંભળીને અમે સૌ મિત્રો જે ચોંક્યા છીએ એ વાત ન પૂછો !

થોડા વખતે જરા કળ વળી એટલે મેં પૂછ્યું કે, “સાહેબ, તમે સિનેમા જુઓ છો ?” ત્યાં તો બીજો aftershock “કેમ મારાથી ના જોવાય??!!”

અને સૌ ખડખડાટ હસી પડ્યાં !

અને, હા, આ દિવસ પછી, તો અમારાં બધાંમાંથી પેલો ડર તો ક્યાંય છૂમંતર થઈ ગયો!

સહૃદય શિક્ષકને સ્મરણવંદના!

અમદાવાદ, M. 7600734469

રત્નાકર મહેતા

5. સુગણિતમ્નું ઇ-સ્વરૂપ ગમ્યું. નવીન પ્રવાહો સાથે ‘Eco friendly’ - કાગળનો બચાવ... જેવા ઘટકોને જોતાં આ પગલું સુગણિતમ્ની ટીમ માટે અભિનંદનને પાત્ર છે.

ધીમે ધીમે નવાં પરિવર્તનો આવે તે સ્વીકારીએ તો જ અસ્તિત્વ ટકી શકે. જેમણે સુગણિતમ્ની ગુણવત્તા માટે અથાગ પરિશ્રમ કર્યો છે તેવા વડીલો અનિવાર્ય સંજોગોને આધીન નિવૃત્તિ તરફ જાય તે સ્વાભાવિક છે. આ તમામ વડીલોના યોગદાનને નતમસ્તકે વંદન સહ નવીન જોમવાળી યુવાન ટીમને અભિનંદન આપું છું. તેઓ પણ તમામ શક્તિ કામે લગાડી સુગણિતમ્ને હજુ વધુ બળવત્તર બનાવશે તેમાં શંકા નથી.

લેખો ઉત્તમ કોટીના, ડિઝાઈન આકર્ષક અને ધીમે ધીમે નવા વિભાગો ઉમેરાય તે ઇચ્છનીય છે.

તમામને અભિનંદન સહ

વાપી, M. 9825823271

સંજય પટેલ

Extended family of Dr. Ladhawala



Extended family of Dr. Ladhawala



with Dr. A.K. Desai and his family.



Extended family of Dr. Ladhawala

with respected Seniors and Colleagues



With Prof. A. R. Rao



With Prof. Shanti Prasanna



With Prof. P. C. Vaidya, Prof. Singh



With IIT Gandhinagar Colleagues -
Mohan Joshi and his family



With IIT Gandhinagar Colleagues -
Mr. Kishore & Mr. Jagmohan

Dr. Ladhawala at Purdue University



With Prof. Hunt, USA, his Ph.D. guide at Purdue and Mrs. Anne Hunt



Life at Purdue Campus

Extended family of Dr. Ladhawala

His students were just like his family members



Enjoying with Students at the picnic - playing cricket



With Bharat Pandya & Kedar Bhatt



With Students



With Students in his Cabin at the Department of Mathematics, Gujarat University.

Family of Dr. Ladhawala



Family get together



Three generations
Aarav, Nimit, Narendra



With Grandson Aarav

Family of Dr. Ladhawala



**NRL with Parents :
Smt.Madhukanta Ben &
Ramanlal J. Ladhawala**



With Wife - Smita



**With Wife Smita & Son Nimit on
Independence Day Celebration**



**Dancing with Daughter and
Son-in-law**



On Family Picnic

Family of Dr. Ladhawala



NRL and his wife Smita with their daughter Shefali and Son-in-law Tapan Shah



Isn't it funny !!!



Extended family of Dr. Ladhawala



With friend - Arvind Shah



Friends - Omprakash Gupta
& Gautam Gandhi - USA



With Mr. Subhash Antani



With Brigadier Alok and his wife



With Omprakash Gupta family



With P.K. Vyas and A.P. Shah
at Inauguration of an event

At Department of Mathematics on different occasions with distinguished personalities



Prof. N. R. Ladhawala
HoD 2001 - 2010



At Department of Mathematics on different occasions with distinguished personalities



At Department of Mathematics on different occasions with distinguished personalities



તંત્રી મંડળ :

1. પ્રા. દેવભદ્ર વી. શાહ (મુખ્ય તંત્રી) (M) 9898057891
2. પ્રા. મહાવીર એચ. વસાવડા (M) 9824669364
3. પ્રા. વિઠ્ઠલભાઈ એ. પટેલ (M) 9428019042
4. પ્રા. સચિન ગજજર (M) 9925362754
5. શ્રી મેઘરાજ જ. ભટ્ટ (M) 9925837247
6. સુ. શ્રી નીતાબેન સંઘવી (M) 9825625218
7. પ્રા. કૌશિક ટી. ઠાકર (M) 9825867429
8. પ્રા. હેમાબેન વસાવડા (M) 9409157840
9. પ્રા. ઉદયન પ્રજાપતિ (M) 9426383343
10. પ્રા. રેખાબેન મહેતા (M) 9879328129

વ્યવસ્થાપક મંડળ :

1. પ્રા. એ.કે. દેસાઈ (કન્વીનર) (M) 9824062983
2. પ્રા. પી. કે. વ્યાસ (M) 9825577784
3. પ્રા. સચિન ગજજર (M) 9925362754
4. પ્રા. સાવન પટેલ (M) 8141078809
5. શ્રી નીલેશ માંડલિયા (M) 9712346664
6. પ્રા. પારસ ઉચાટ (M) 9824434459

Registration Fees:

GGMMember : ₹ 1000

Non Member : ₹ 1100

Student : ₹ 700 (Student ID mandatory)

Gandhinagar Local Mathematics Teacher
and any Non Resident Person: ₹ 700

How to Register?

STEP-1: Transfer the registration fees through
NEFT / ONLINE transfer to the following account:

Name of the Account : Gujarat Ganit Mandal

Name of the Bank : State Bank of India

Bank Branch : Gujarat University

A/c Number : Current A/c - 37130802413

IFSC : SBIN0002651

STEP-2: Download the payment receipt.

STEP-3: Fill the Google Form with appropriate
details and upload the payment receipt.

For, Google Form QR



Google Form Link:

<https://forms.gle/r6xhsHSaj22fIVfs7>

Important Dates:

Last Date of Registration : 10/10/2022

Late Registration up to Date: 16/10/2022
(Late Fees: ₹ 200 will be charged)

Any query regarding registration please
contact: **Dr. Prashant Patel**
(M) 9909413949, 82008 87211

For any other information please contact:
Dr. Kumal Shah
(M) 9428256467



Gujarat Ganit Mandal 59th Annual Conference

4th to 6th November, 2022

Organized By:

**Sarva Vidyalaya
Kelavani Mandal Parivar
Kadi & Gandhinagar**

Under the auspicious presence of
Guest of Honour

Shri Vallabhhai M. Patel

President, Kadi Sarva Vishwavidyalaya
Chairman, Sarva Vidyalaya Kelavani Mandal
Kadi & Gandhinagar

Hon'ble Chief Guest

Shri Nilesh Desai

Director, ISRO, Ahmedabad

Emeritus

Prof. Vithalbai A. Patel

President, GGM

: Venue :

Uma Arts & Nathiba

Commerce Mahila College,

Nr. Gh-6 Circle, Sarva Vidyalaya Campus,
Gate No. 7, Sector-23, Gandhinagar